

И. В. Деревич, А. Ю. Фокина

**АНАЛИЗ ПНЕВМАТИЧЕСКОГО ТРАНСПОРТА  
ДИСПЕРСНЫХ МАТЕРИАЛОВ  
В ИМПУЛЬСНОМ РЕЖИМЕ ПОДАЧИ ГАЗА**

*Представлены результаты предварительного анализа пневмотранспорта слоя сыпучих материалов в трубах при импульсной подаче газа. Показано, что существует два принципиально различных режима транспорта газа в зернистом слое. Первый высокоскоростной режим реализуется для разреженного слоя частиц. Вторым режимом – низкоскоростная фильтрация газа в зернистом слое. Этот режим является основным для обеспечения транспорта дисперсного материала при импульсной подаче газа. Установлено, что оба режима являются решением уравнения телеграфного типа, полученного из системы уравнений гидродинамики сжимаемого газа в слое частиц.*

**E-mail:** [DerevichIgor@gmail.com](mailto:DerevichIgor@gmail.com), [alexfokina@rambler.ru](mailto:alexfokina@rambler.ru)

**Ключевые слова:** уравнения баланса импульса и массы, фильтрация через слой, формула Эрзуна, скорость звука, время динамической релаксации

Теоретическая работа посвящена анализу нового способа транспорта пылеугольного топлива в котлы ТЭС. Традиционный транспорт пылеугольного топлива в энергетические котлы осуществляется в режиме турбулентного дисперсного потока газа с мелкодисперсной примесью по трубопроводам. В СССР в 1990-х годах была проведена исследовательская экспериментальная работа по транспорту дисперсного материала в импульсном режиме, когда на вход канала подается импульс сжатого газа, который распространяясь по трубе, подхватывает локальный объем дисперсного материала и транспортирует его по трубе. Периодичность подачи импульса газа обеспечивает экономичность предлагаемого нового способа транспорта пылеугольного топлива по сравнению с традиционным пневмотранспортом.

Устойчивость режима транспорта локальных пакетов дисперсного материала нарушается в результате нескольких причин. Во-первых, для разреженного слоя частиц (слой с большой порозностью) газ проходит через слой за время, существенно меньшее, чем время динамической релаксации частиц при стесненном обтекании. В этом случае слой частиц транспортируется на небольшое расстояние. Вторая причина – псевдооживление слоя частиц, слой становится текучим как жидкость и быстро разрушается. Оба фактора, определяющие границы устойчивого транспорта, зависят от времени прохождения газа через зернистый слой частиц.

В работе проведен качественный анализ процесса прохождения газа через неподвижный слой дисперсных частиц. Показано, что существует два принципиально различных режима транспорта газа в

зернистом слое. Первый высокоскоростной режим реализуется для разреженного слоя частиц. В этом случае газ проходит через слой со скоростью звука, частицы не успевают вовлечься в движение газа. Второй режим — низкоскоростная фильтрация газа в зернистом слое. Этот режим является основным для обеспечения транспорта дисперсного материала при импульсной подаче газа. Показано, что оба режима являются решением одного уравнения телеграфного типа, полученного из системы уравнений аэродинамики с учетом межфазного взаимодействия и баланса массы сжимаемого газа. Сила сопротивления при фильтрации газа через зернистый слой моделируется полуэмпирической зависимостью Эргуна.

**Уравнения движения газа в зернистом слое.** На рис. 1 показана схема транспорта пакета частиц газом в импульсном режиме. В рамках модели взаимопроникающих континуумов [1] запишем уравнения движения газа и дисперсной фазы. В настоящем исследовании мы ограничиваемся прохождением импульса газа через неподвижный слой частиц. Это дает возможность выявить основные режимы нестационарной аэродинамики газа при фильтрации через зернистый слой. Уравнение баланса аксиальной компоненты импульса газа в слое дисперсного материала с порозностью  $\varepsilon$  имеет вид

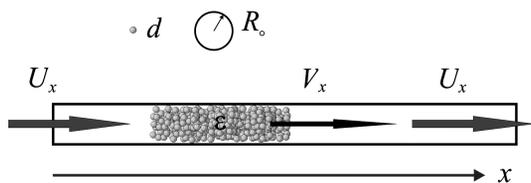
$$\frac{\partial(\varepsilon\rho U_x)}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon\rho U_x U_x)}{\partial x} = -\frac{\partial\varepsilon P}{\partial x} - \frac{\partial\varepsilon P}{\partial x}\bigg|_d, \quad (1)$$

где  $P$  — давление в газе,  $U_x$  — скорость газа в свободном пространстве,  $\rho$  — плотность газа.

В уравнении баланса импульса (1) учитывается потеря импульса газа только при трении о частицы. В формуле (1)  $\frac{\partial\varepsilon P}{\partial x}\big|_d$  — перепад давления в зернистом слое, аппроксимируемый формулой Эргуна [2]

$$\frac{\partial\varepsilon P}{\partial x}\bigg|_d = 150 \frac{\eta(1-\varepsilon)^2 u}{\varepsilon^2 d^2} + 1.75 \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \frac{\rho u^2}{d}, \quad (2)$$

где  $d$  — диаметр частиц,  $u = \varepsilon U_x$  — скорость газа, отнесенная к единице площади поперечного сечения слоя частиц,  $\eta$  — коэффициент динамической вязкости газа.



**Рис. 1.** Схема импульсного транспорта дисперсного материала в трубе. В настоящей работе скорость частиц  $V_x = 0$

Первое слагаемое в правой части (2) описывает силу трения газа о частицы в ламинарном приближении, второе — связано с инерционными эффектами при стесненном обтекании газом коллектива частиц. Уравнение Эргуна широко используется для моделирования фильтрации газа через слой частиц различной конфигурации [3–5].

Уравнения баланса массы газа в слое частиц имеет вид

$$\frac{\partial \varepsilon \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\varepsilon \rho U_x)}{\partial x} = 0. \quad (3)$$

При записи уравнений баланса (1) и (3), вследствие условия прилипания и симметрии, пренебрегали вкладом радиального потока импульса и массы.

Исследовали нестационарный процесс прохождения газа через неподвижный слой частиц при постоянной порозности. Перепад давления в газе, возникающий в результате трения о частицы, записываем в виде

$$\left. \frac{\partial \varepsilon P}{\partial x} \right|_d = \frac{2}{\tau} \varepsilon \rho U_x = \frac{2}{\tau} \rho u. \quad (4)$$

Здесь  $\tau$  — характерное время релаксации, которое с учетом нелинейных эффектов имеет вид

$$\tau = \frac{1}{75} \frac{\rho \varepsilon^2 d^2}{\eta (1 - \varepsilon)^2} \left[ 1 + 0,012 \frac{Re_d}{\varepsilon (1 - \varepsilon)} \right]^{-1},$$

где  $Re_d = U_x d \rho / \eta$  — число Рейнольдса, вычисленное по скорости газа в свободном пространстве и диаметру частиц.

Время релаксации уменьшается для мелких частиц примеси и малой порозности слоя. При  $\varepsilon \rightarrow 1$  время релаксации  $\tau \rightarrow \infty$ , что соответствует отсутствию силы межфазного взаимодействия. С целью качественного анализа в силе сопротивления (4) учитываются только слагаемые, линейные по скорости газа.

С учетом (4) уравнение баланса импульса газа в неподвижном зернистом слое (1) принимает вид

$$\frac{\partial (\varepsilon \rho U_x)}{\partial t} + \frac{\partial (\varepsilon \rho U_x U_x)}{\partial x} = - \frac{\partial \varepsilon P}{\partial x} - 2 \frac{\varepsilon \rho U_x}{\tau}. \quad (5)$$

Проводим осреднение уравнений баланса массы (3) и импульса (5) по сечению трубы с зернистым слоем. Средняя плотность газа в слое  $\bar{\rho}$  определяется как

$$\varepsilon S_o \bar{\rho} = 2\pi \int_0^{R_o} \varepsilon \rho r dr. \quad (6)$$

Расход газа в слое равен

$$G = 2\pi \int_0^{R_0} \varepsilon \rho U_x r dr. \quad (7)$$

Проводя осреднение по сечению в уравнении баланса массы (3), находим

$$S_0 \frac{\partial \varepsilon \tilde{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial x} = 0. \quad (8)$$

Осреднение уравнения баланса импульса (20) приводит к результату

$$\frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( 2\pi \int_0^{R_0} \varepsilon \rho U_x^2 r dr \right) = -S_0 \frac{\partial \varepsilon P}{\partial x} - 2 \frac{G}{\tau}. \quad (9)$$

При фильтрации через достаточно длинный однородный слой частиц конвективным слагаемым в уравнении (9) можно пренебречь. В результате получается система уравнений вида

$$\frac{\partial G}{\partial t} + S_0 \frac{\partial \varepsilon P}{\partial x} + 2 \frac{G}{\tau} = 0, \quad (10a)$$

$$S_0 \frac{\partial \varepsilon \tilde{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial x} = 0. \quad (10б)$$

Используя уравнение состояния газа, записываем градиент давления в виде

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial \rho} \Big|_S \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial x} = a^2 \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial x}.$$

Здесь  $a = \sqrt{\partial P / \partial \rho} \Big|_S$  — скорость звука в газе.

Раскрыв производную от давления в (10a) через уравнение состояния газа, получаем

$$\frac{\partial G}{\partial t} + S_0 a^2 \frac{\partial \varepsilon \tilde{\rho}}{\partial x} + \frac{2}{\tau} G = 0. \quad (11)$$

Исключив из (11) и уравнения (10б) плотность газа, приходим к уравнению баланса расхода газа в неподвижном слое

$$\frac{2}{\tau} \frac{\partial G(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} = a^2 \frac{\partial^2 G}{\partial x^2}. \quad (12)$$

Уравнение (12) называется телеграфным уравнением. Начальные условия — отсутствие импульса газа в зернистом слое

$$G(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial G(x, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0. \quad (13)$$

На входе в слой задано изменение расхода газа во времени

$$G(x, t) = G_0(t), \quad G_0(t) = 0 \text{ при } t \leq 0. \quad (14)$$

Рассматривается фильтрация газа в полупространстве  $0 \leq x < \infty$ . На большом удалении от входа в слой выполняются условия

$$G(x, t) \rightarrow 0, \quad \frac{\partial G(x, t)}{\partial x} \rightarrow 0 \text{ при } x \rightarrow \infty. \quad (15)$$

Из уравнения (12) следует, что транспорт газа через зернистый слой может происходить в двух принципиально различных режимах. В первом случае, при разреженном слое частиц  $\varepsilon \rightarrow 1$  следует  $\tau \rightarrow \infty$ . Уравнение (12) соответствует гиперболическому типу и описывает движение газа со скоростью звука. Вовлечение слоя частиц в движение газа будет незначительным. Во втором случае для плотного слоя частиц  $\varepsilon < 1$  уравнение (12) принадлежит параболическому типу и описывает диффузию газа через слой с эффективным коэффициентом диффузии  $D = \tau a^2$ . Режим низкоскоростной фильтрации газа через слой приведет к увлечению частиц потоком газа и транспорту дисперсного материала.

Впервые телеграфное уравнение было получено в работе Максвелла при изучении прохождении электрического сигнала по длинному кабелю. В работах Катаннео телеграфное уравнение моделирует неравновесные (релаксационные) эффекты в теплопроводности (см., например, [6]).

**Решение телеграфного уравнения в полупространстве.** Решение телеграфного уравнения (12) с начальными и граничными условиями (13) – (15) ищется методом одностороннего преобразования Фурье [7]. Используется замена функции

$$G(x, t) = w(x, t)e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16)$$

Для функции  $w(x, t)$  из (12) получаем уравнение в виде

$$\frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} + \frac{1}{\tau^2} w(x, t). \quad (17)$$

Начальные условия вытекают из (13)

$$w(x, 0) = 0, \quad \left. \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0. \quad (18)$$

Поведение функции на бесконечности следует из (15)

$$w(x, t) \rightarrow 0, \quad \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \rightarrow 0 \text{ при } x \rightarrow \infty. \quad (19)$$

Граничное условие при  $x = 0$  (14) переписывается с учетом (16) в виде

$$w(0, t) = \psi(t) = G_0(t)e^{\frac{t}{\tau}}. \quad (20)$$

Используем синус преобразование Фурье [7]

$$W(k, t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} w(x, t) \sin(kx) dx, \quad (21a)$$

$$w(x, t) = \int_0^{\infty} W(k, t) \sin(kx) dk, \quad (21б)$$

где  $k$  — волновое число.

Применяя одностороннее преобразование Фурье (21a) к уравнению (17), получаем для слагаемых в правой части следующие выражения

$$\begin{aligned} & \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \sin(kx) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} dx = \\ & = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \sin(kx) w(x, t) dx = \frac{d^2 W(k, t)}{dt^2}. \end{aligned} \quad (22)$$

При записи (22) волновое число рассматривается как параметр.

Операция одностороннего преобразования Фурье (21a) для первого слагаемого в левой части (17) приводит к следующему результату

$$\begin{aligned} a^2 \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \sin(kx) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} dx &= a^2 \frac{2}{\pi} \sin(kx) \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \Big|_0^{\infty} - \\ &- a^2 k \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \cos(kx) \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} dx = -a^2 \frac{2}{\pi} \cos(kx) w(x, t) \Big|_0^{\infty} - \\ &- a^2 k^2 \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \sin(kx) w(x, t) dx = \frac{2}{\pi} a^2 k \psi(t) - a^2 k^2 W(k, t). \end{aligned} \quad (23)$$

При записи (23) использованы условия на бесконечности (19) и граничное условие (20). Из (17), (22) и (23) получаем обыкновенное дифференциальное уравнение для спектральной функции  $W(k, t)$

$$\frac{d^2 W(k, t)}{dt^2} + \Omega_k^2 W(k, t) = \frac{2}{\pi} a^2 k \psi(t). \quad (24)$$

Здесь квадрат частоты  $\Omega_k^2$  равен

$$\Omega_k^2 = a^2 k^2 - \frac{1}{\tau^2}. \quad (25)$$

Начальные условия для уравнения (25) вытекают из условий (18)

$$W(k, 0) = 0, \quad \left. \frac{dW(k, t)}{dt} \right|_{t=0} = 0. \quad (26)$$

Решение уравнения (25) с начальными условиями (26) имеет вид

$$W(k, t) = \frac{2 a^2 k}{\pi \Omega_k} \int_0^t \sin [\Omega_k(t - s)] \psi(s) ds. \quad (27)$$

Преобразование спектра к физическому пространству производится на основе интегрирования по формуле (21б).

**Частные решения. Анализ результатов.** В этом разделе иллюстрируется, что из общего решения (27) следуют два предельных случая. Во-первых, прохождение газа через разреженный слой частиц. В этом случае решение должно совпадать с решением для распространения звуковой волны в свободном канале. Во втором предельном случае фильтрации газа через плотный слой частиц решение (27) должно переходить в решение о диффузии газа в полупространстве.

*Разреженный зернистый слой.* Для разреженного слоя частиц  $\varepsilon \rightarrow 1$  потери давления, связанные с трением о частицы, существенно меньше, чем изменение давления в результате сжимаемости газа  $\tau \rightarrow \infty$ .

В этом случае  $\Omega_k^2 = a^2 k^2$  и выражение для спектральной функции (27) принимает вид

$$W(k, t) = \frac{2}{\pi} a \int_0^t \sin [ak(t - s)] \psi(s) ds. \quad (28)$$

Подстановка (28) в (21б) приводит к формуле

$$w(x, t) = \frac{2}{\pi} a \int_0^t ds \psi(s) \int_0^\infty \sin [ak(t - s)] \sin(kx) dk. \quad (29)$$

Рассмотрим интеграл в (29), используя представления синусов, получаем

$$\begin{aligned} I &= \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \sin(kx) \sin [ak(t - s)] dk = \\ &= -\frac{1}{2\pi} \int_0^\infty (e^{ikx} - e^{-ikx}) (e^{iak(t-s)} - e^{-iak(t-s)}) dk = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (e^{ik[x-a(t-s)]} - e^{ik[x+a(t-s)]}) dk = \\ = \delta(x - a(t-s)) - \delta(x + a(t-s)). \end{aligned} \quad (30)$$

При записи последнего выражения привлекается спектральное представление дельта-функции Дирака [8]

$$\delta(x) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx} dk.$$

В результате интеграл в (29) принимает вид

$$w(x, t) = a \int_0^t \psi(s) \delta(x - a(t-s)) ds = \psi\left(t - \frac{x}{a}\right). \quad (31)$$

В (31) учитывается только волна, проходящая в положительном направлении оси  $x$ .

*Плотный зернистый слой.* В случае диффузионного режима фильтрации газа через зернистый слой  $\tau ak \ll 1$  и выражение (25) переписывается в виде

$$\Omega_k^2 = -\frac{1}{T_k^2}, \quad \Omega_k = \pm \frac{i}{T_k}. \quad (32)$$

Здесь  $i$  – мнимая единица,  $T_k$  – временной масштаб.

$$T_k = \frac{\tau}{\sqrt{1 - a^2 k^2 \tau^2}}. \quad (33)$$

С учетом (33) формула для спектральной функции  $W(k, t)$  (27) принимает вид

$$W(k, t) = \frac{2}{\pi} a^2 k T_k \int_0^t \sinh\left(\frac{t-s}{T_k}\right) \psi(s) ds. \quad (34)$$

Для временного интервала  $(t-s)/\tau \gg 1$ , гиперболический синус в (34) аппроксимируем выражением

$$\begin{aligned} \sinh\left(\frac{t-s}{T_k}\right) &\approx \frac{1}{2} \exp\left(\frac{t-s}{\tau} \sqrt{1 - a^2 \tau^2 k^2}\right) \approx \\ &\approx \frac{1}{2} \exp\left(\frac{t-s}{\tau}\right) \exp\left(-\frac{a^2 \tau k^2}{2}(t-s)\right). \end{aligned} \quad (35)$$

С учетом неравенства  $\tau ak \ll 1$  и формулы (35) выражение для спек-

тральной функции (34) приобретает вид

$$W(k, t)e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{2}{\pi} Dk \int_0^t e^{-Dk^2(t-s)} \psi(s) e^{-\frac{s}{\tau}} ds, \quad (36)$$

где  $D = a^2\tau/2$  — коэффициент диффузии газа.

Принимая во внимание преобразование функций (16), (20) и (36), для спектральной функции  $U(k, t) = W(k, t)e^{-\frac{t}{\tau}}$  получаем

$$U(k, t) = \frac{2}{\pi} Dk \int_0^t e^{-Dk^2(t-s)} \varphi(s) ds, \quad (37)$$

где  $\varphi(s) = \psi(s)e^{-\frac{s}{\tau}}$  — значение искомой функции на границе полупространства.

Интегралы в прямом и обратном преобразованиях Фурье (21а) и (21б) для решения (37) находим методом дифференцирования по параметру. Рассматривается следующий интеграл

$$J_1(m) = \int_0^{\infty} \cos(mx) e^{-a^2x^2} dx \quad (38)$$

как функцию параметра  $m$ . Значение интеграла при  $m = 0$  известно

$$J_1(0) = \int_0^{\infty} e^{-a^2x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2a}. \quad (39)$$

Дифференцируя (38) по параметру  $m$ , получаем интеграл

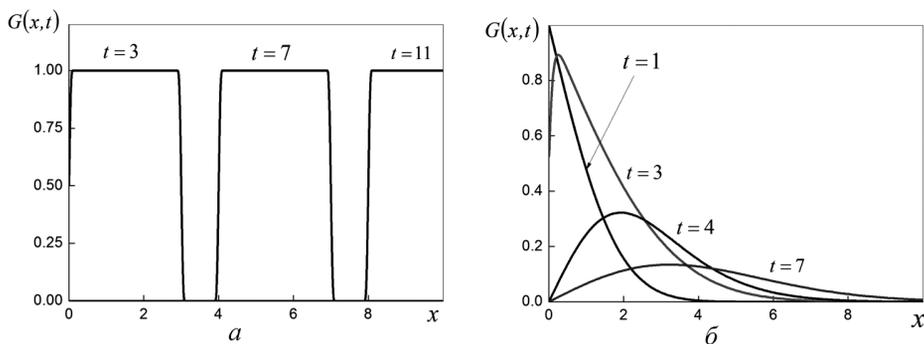
$$\frac{dJ_1(m)}{dm} = - \int_0^{\infty} x \sin(mx) e^{-a^2x^2} dx = -J_2(m). \quad (40)$$

Интегрирование по частям  $J_2(m)$  приводит к результату

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} x \sin(mx) e^{-a^2x^2} dx &= - \frac{1}{2a^2} e^{-a^2x^2} \sin(mx) \Big|_0^{\infty} + \\ &+ \frac{m}{2a^2} \int_0^{\infty} \cos(mx) e^{-a^2x^2} dx = \frac{m}{2a^2} J_1(x). \end{aligned}$$

Из (38) и (39) следует дифференциальное уравнение для интеграла  $J_1(m)$  с начальным условием (39)

$$\frac{dJ_1(m)}{dm} = - \frac{m}{2a^2} J_1(m),$$



**Рис. 2.** Распределение расхода газа в зернистом слое в разные моменты времени. Профили расхода газа в слое  $\varepsilon \rightarrow 1$  (а) и фильтрация в слое частиц с низкой порозностью (б)

Решение этого дифференциального уравнения приводит к результату

$$J_1(m) = \int_0^{\infty} \cos(mx) e^{-a^2 x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2a} e^{-\frac{m^2}{4a^2}}. \quad (41)$$

Используя (41) находим из (40) выражение для интеграла

$$J_2(m) = \int_0^{\infty} x \sin(mx) e^{-a^2 x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi} m}{4a^3} e^{-\frac{m^2}{4a^2}}.$$

Преобразование спектральной функции (36) в физическое пространство представляет распределение газа в неподвижном зернистом слое

$$G(x, t) = \frac{x D}{2\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{\varphi(s)}{[D(t-s)]^{3/2}} \exp\left[-\frac{x^2}{4D(t-s)}\right] ds. \quad (42)$$

Рис. 2 иллюстрирует процесс фильтрации газа через слой частиц большой и малой порозности. На вход слоя подается расход газа, имеющий форму ступеньки во времени. Представлены профили безразмерного расхода газа для различных безразмерных моментов времени. Видно, что для высокой порозности через слой частиц проходит звуковая волна без искажения формы (рис. 2, а). В случае плотного зернистого слоя сопротивление, возникающее при движении через систему частиц, приводит к существенному искажению исходного профиля (рис. 2, б). В этом случае в результате сил вязкого трения теряется импульс газа. Расчеты проведены по формуле (42).

**Заключение.** В работе проведено теоретическое исследование режимов транспорта мелкодисперсных материалов в трубах при импульсной подаче газа. Получены результаты, имеющие практическое и методическое значения, а именно:

1. Получено единое уравнение, описывающее транспорт импульса газа в зернистом слое в трубе. Уравнение телеграфного типа, которое в зависимости от величины межфазного трения переходит в гиперболический или параболический тип.

2. Установлено существование двух принципиальных режимов фильтрации газа. Переход между этими режимами зависит от порозности слоя и размера частиц. Для достаточно разреженного слоя частиц газ проходит через слой с высокой скоростью и частицы не вовлекаются в режим транспорта. Для мелких частиц с низкой порозностью слоя реализуется режим диффузионной фильтрации газа. В этом случае время фильтрации достаточно для увлечения слоя частиц импульсом газа.

*Работа выполнена в рамках проекта РФФИ 11-08-00645-а.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Н и г м а т у л и н Р. И. Основы механики гетерогенных сред. – М.: Наука, 1978. – 337 с.
2. E r g u n S. Fluid flow through packed columns // Chem. Eng. Progr. – 1952. – V. 48. – P. 89–94.
3. H i c k s R. E. Pressure drop in packed beds of spheres // Ind. Eng. Chem. Fund. – 1970. – V. 9. – P. 500–502.
4. M a c D o n a l d I. F., E l - S a y e d M. S., M o w K., D u l l i e n F. A. L. Flow through porous media – the Ergun equation revised // Ind. Eng. Chem. Fund. – 1979. – V. 18. – P. 199–208.
5. E n d o Y., C h e n D.-R., P u i D. Y. H. Theoretical consideration of permeation resistance of fluid through a particle packed layer // Powder Technol. – 2002. – V. 124. – P. 119–124.
6. С о б о л е в С. Л. Локально-неравновесные модели процессов переноса // УФН. – 1997. – Т. 167, № 10. – С. 1095–1106.
7. Т и х о н о в А. Н., С а м а р с к и й А. А. Уравнения математической физики: Учебник. МГУ. – 2004. – 799 с.
8. S a i c h e v A. I., W o y c z y n s k i W. A. Distributions in the Physical and Engineering Sciences. V. 1. Boston: Birkhauser. – 1997. – 331 p.

Статья поступила в редакцию 05.09.2012