

Перколяционная модель накопления микродефектов и коллапса зоны вынужденной эластичности перед фронтом трещины разрушения в полимерных и композиционных материалах

© А.А. Валишин¹, И.В. Антонова²

¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

² Московский технологический университет, Москва, 119454, Россия

Рассмотрен заключительный этап эволюции эластической зоны — образование бесконечного кластера связанных дырок и коллапс эластической зоны. Установлена иерархическая перколяционная структура зоны вынужденной эластичности. Появление бесконечного кластера означает перколяционный пробой эластической зоны — потерю деформационной и прочностной устойчивости. Сформулирован перколяционный критерий коллапса эластической зоны. Установлено подобие известного концентрационного критерия разрушения ориентированных аморфно-кристаллических волокон и полученного в работе перколяционного критерия коллапса эластической зоны. Отношение этих критериев является универсальной константой с точностью, равной 2,58. Вблизи коллапса практически все дырки находятся в связанном состоянии, эластическая зона пронизана во всех направлениях сетью трещинок — каналов, по которым осуществляется связь дырок. В момент коллапса доля «поврежденного» дырками объема эластической зоны составляет не более 30 % объема всей зоны, которая полностью пронизана каналами, связывающими дырки.

Ключевые слова: трещина, зона вынужденной эластичности, микродефекты-дырки, перколяция, бесконечный кластер, коллапс эластической зоны.

Введение. Разрушение твердых тел, в частности полимеров и композитов на их основе, — процесс накопления внутренних микроповреждений до некоторого критического состояния [1–7]. Этот процесс локализован преимущественно в слабых местах структуры материала, где возникают очаги перенапряжений, в которых механические напряжения значительно больше, чем вдали от них. Такими очагами являются в первую очередь микро- и макротрещины [8–10]. В температурном диапазоне между температурой хрупкости и температурой квазихрупкости в линейных полимерах перед фронтом трещины под влиянием высоких напряжений развивается вынужденная эластическая деформация, и образуется зона вынужденной эластичности [6]. Локальные микроповреждения накапливаются прежде всего в этой зоне. В работах [6, 7, 11–13] описаны формирование зоны вынужденной эластичности перед трещиной разрушения, кинетика распада слабых узлов несущего молекулярного каркаса и зарождение

дырок в эластической зоне, их упругие поля, взаимодействие, связывание и слияние дырок, кинетика как начального периода, так и развитой стадии дыркообразования, а также процесс образования скоплений дырок — кластеров. Рассмотрен заключительный этап эволюции зоны вынужденной эластичности, заканчивающийся ее коллапсом. Ключевым является вопрос о критической концентрации дырок, т. е. в какой момент наступает коллапс. Существует аналогия описанной в приведенных работах физической модели образования и накопления дырок в эластической зоне с процессом перколяции (протекания).

Перколяция. Теория перколяции, или теория протекания, изучает связность очень большого, макроскопического количества микроэлементов, связь которых между собой имеет случайный характер. Теорию перколяции определяют также как геометрию беспорядка, или статистическую топологию [13–15]. Задачи теории перколяции рассматриваются на графах: регулярных — в виде плоских или пространственных решеток, или случайных — в виде деревьев или сетей. Предполагается, что элементы графа (узлы или связи) могут находиться в одном из двух состояний, условно называемых неповрежденным и поврежденным. Переход элемента из одного состояния в другое случаен, он характеризуется некоторой вероятностью перехода.

Теория показывает, что в процессе увеличения числа поврежденных элементов, расположенных вначале хаотически, неизбежно появляются их скопления (кластеры) из поврежденных элементов. Вначале кластеры представляют собой отдельные, изолированные одно от другого образования со связанностью поврежденных элементов только в пределах кластера. Когда же концентрация поврежденных элементов превысит некоторое критическое значение, изолированные кластеры (но не все) сливаются в бесконечный кластер, представляющий собой непрерывную разветвленную цепочку поврежденных элементов, протягивающуюся через всю систему. В результате происходит переход от состояния локальной связности поврежденных элементов в пределах отдельных кластеров к состоянию их глобальной связности во всем объеме. Такой переход называется перколяционным пробоем, или топологическим фазовым переходом. Ключевым понятием теории перколяции является критическая концентрация поврежденных элементов (дефектов), называемая порогом протекания.

Методы и результаты теории перколяции обладают большой общностью и универсальностью. Полученные в теории результаты не зависят от конкретного воплощения перколяционной модели, и поэтому они применимы к разнообразным проблемам. Конкретная физическая природа перколяционной модели может быть различной, и повреждаемость ее элементов также может быть «выработана» по-

разному и иметь различный смысл. В то же время ход процесса кластеризации поврежденных элементов (дефектов) и их критическая концентрация, полученная в результате применения перколяционной модели, инвариантны. Это объясняется тем, что теория перколяции оперирует с такими фундаментальными топологическими характеристиками системы, как концентрация дефектов, радиус их влияния, степень и характер корреляции, которые не зависят от способа внесения дефектов.

Теория перколяции рассматривает взаимодействие (а именно связность) крупных блоков частиц — кластеров, размеры которых гораздо больше атомных и молекулярных, а геометрические особенности вблизи критической области перехода от локальной к глобальной связности подобны. Подобие геометрии кластеров обуславливает подобие математических выражений, описывающих те физические свойства, для которых определяющими являются характер связности кластеров и их многомасштабность. Универсальность геометрии кластеров проявляется на промежуточном от микро- к макро-уровню, т. е. в масштабах, значительно превышающих атомные, но гораздо меньших макроскопических масштабов.

Различные задачи теории перколяции сходны тем, что геометрия связанных поврежденных элементов вблизи порога протекания у них одинакова. Универсальная геометрия скоплений — кластеров — обуславливает универсальные методы и свойства физических величин, зависящих от структуры кластеров. Это и объединяет похожие друг на друга задачи теории перколяции.

Перколяция и разрушение. При знакомстве с теорией перколяции поражает, насколько близки ее представления к интересующей нас проблеме разрушения твердых тел под нагрузкой. Появление в разных местах объема материала, в первую очередь в его «слабых» местах, элементарных разрывов несущих химических связей, кластеризация этих разрывов и образование очагов разрушения в виде субмикротрещин, объединение и укрупнение очагов, появление доминирующего очага в виде магистральной трещины, рост этой трещины через весь образец, т. е. образование бесконечного кластера, представляют собой картину, в которой явно просматривается сходство с перколяционной моделью. Это было сформулировано исследователями, прежде всего школы академика С.Н. Жукова, в результате обобщения экспериментальных результатов независимо от теории перколяции. Попытки использовать теорию перколяции для описания процесса накопления повреждений в твердых телах предпринимались и ранее. Наиболее полно и последовательно перколяционная модель разрушения развита в работе [13] применительно к геоматериалам, там же приведена библиография.

Перколяционные представления в равной степени применимы и к другим твердым телам, в частности к полимерам и композитам на их основе. Перколяционная модель разрушения дополняет механику трещин в тех случаях, когда в структурно неоднородной среде нет доминирующего дефекта, и разрушение, по крайней мере, на начальном этапе, делокализовано. Это соответствует так называемому высокопрочному состоянию, характерному, например, для ориентированных полимерных волокон, в которых отсутствуют начальные микротрещины. Причем некоторые экспериментальные результаты, имеющие по своему смыслу перколяционный характер, были установлены исследователями, не знакомыми с теорией перколяции. В частности, выше отмечалось, что теория перколяции устанавливает независимость процесса кластеризации дефектов и их критической концентрации от способа «внесения» дефектов, т. е. от условий эксперимента. Это прямо подтверждается экспериментальными данными, приведенными в работе [16]. А именно, было обнаружено, что суммарное предразрывное число субмикротрещин в полимерных волокнах одинаково как при длительном разрушении под постоянной нагрузкой, так и при быстром разрушении под возрастающей нагрузкой. Там же показано, что при усталостном циклическом разрушении суммарная поврежденность материала перед разрушением — постоянная величина при различных амплитудах цикла.

Зарождение и накопление дырок в зоне вынужденной эластичности, их объединение в скопления и коллапс зоны при достижении критической концентрации дырок — типичная перколяционная картина. Далее будут применены перколяционные представления и результаты теории перколяции для описания процесса накопления дырок в эластической зоне, для определения критической концентрации дырок и описания строения эластической зоны перед ее коллапсом.

Накопление повреждений. В работах [7, 11, 12] показано, что вблизи дырки образуется некоторая «атмосфера» из более мелких дырок. Эта атмосфера в каждый момент может быть уже сформированной и находиться в равновесии, а может пребывать и в неравновесном состоянии в процессе формирования. Встречаются и «голые» дырки без атмосферы, которая к данному моменту просто не успела возникнуть. Каждая дырка создает вокруг себя собственное упругое поле на расстоянии, не превышающем двух ее диаметров. Если две дырки приближаются достаточно близко одна к другой, то их упругие поля перекрываются, и дырки начинают взаимодействовать. Упругие напряжения, создаваемые каждой из дырок, в пространстве между ними складываются и усиливают друг друга. Возможна ситуация, когда суммарное напряжение превысит предел прочности материала. Тогда на линии, соединяющей дырки, возникнет локальный разрыв, который может распространиться по всей этой линии. Дырки

оказываются связанными трещинкой-каналом. Такую пару дырок в дальнейшем будем называть связанной. Дырка может быть связана такими каналами с несколькими ближайшими дырками. Число дырок в эластической зоне со временем увеличивается. Вначале, когда дырок мало, они изолированы и никакая пара из них не связана. По мере увеличения числа дырок появляются сначала пары, потом тройки дырок и т. д. Возникают скопления — кластеры — связанных дырок. В дальнейшем, когда дырок становится достаточно много, они начинают связываться через близко расположенные периметровые дырки, и создаются более крупные кластеры. В результате появляется один или несколько кластеров, простирающихся через весь объем эластической зоны. Такой кластер называется бесконечным. Его появление означает перколяционный пробой эластической зоны — ее коллапс. Эластическая зона теряет деформационную и прочностную устойчивость.

Перколяционная картина связывания микродефектов. Поперечные растягивающие напряжения в пространстве между двумя дырками были описаны в работе [11]. Они достигают наибольших значений на поверхности дырок (точнее, на их экваторах), а между дырками имеется так называемая ямка напряжений, т. е. точка, где эти напряжения наименьшие. Положение ямки определяется расстоянием r_0 от одной из дырок и определяется формулой

$$\frac{r_0}{R} = \left(1 + \xi^{1/4}\right)^{-1}, \quad (1)$$

где R — расстояние между дырками.

Параметр ямки

$$\xi = \frac{\delta n_0(M_1)}{\delta n_0(M_2)}. \quad (2)$$

Здесь M_1 , M_2 — точки расположения дырок, $\delta n_0(M_i)$ — мощности, определяемые размерами дырок (подробнее см. работы [11, 12]).

Если размеры дырок одинаковые, то ямка находится посередине между ними. Если дырки разные, то положение ямки сдвигается в сторону меньшей дырки, а если одна из дырок по размеру подавляюще велика, то положение ямки напряжений находится практически на поверхности маленькой дырки.

Растягивающие поперечные напряжения в ямке

$$\sigma = \frac{G\nu_0}{2\pi} \left\{ \left[\delta n_0(M_1) \right]^{1/4} + \left[\delta n_0(M_2) \right]^{1/4} \right\}^4 R^{-3}. \quad (3)$$

Пояснения обозначений в этой и последующих формулах см. в работах [11, 12].

Отсюда можно найти расстояние между дырками, при котором напряжение в ямке равно критическому пределу прочности σ_k :

$$R_k^3 = \frac{G\nu_0}{2\pi\sigma_k} \left\{ [\delta n_0(M_1)]^{1/4} + [\delta n_0(M_2)]^{1/4} \right\}^4. \quad (4)$$

Если дырки сблизилась на это расстояние, то в пространстве между ними напряжение превысит критическое значение σ_k , во всех точках будут возникать микроразрывы, которые с поверхности дырок быстро распространяются по всей линии, соединяющей дырки, и появится трещинка-канал, связывающая их. Из формулы (4) следует, что критическое расстояние R_k определяется размерами и мощностью взаимодействующей пары дырок.

Таким образом, условие связности пары дырок i и j , записанное в напряжениях, имеет вид

$$\sigma(i, j) \geq \sigma_k. \quad (5)$$

Растягивающее поперечное напряжение между дырками

$$\sigma(i, j) = \beta A(i, j) R^{-3}, \quad (6)$$

где

$$A(i, j) = \left\{ [\delta n_0(i)]^{1/4} + [\delta n_0(j)]^{1/4} \right\}^4; \quad (7)$$

$$\beta = \frac{G\nu_0}{2\pi}. \quad (8)$$

Это же условие связности, записанное через расстояние между дырками $R(i, j)$, имеет вид

$$R(i, j) \leq R_k(i, j), \quad (8)$$

где R_k — критическое сближение дырок

$$R_k(i, j) = \left(\frac{\beta A(i, j)}{\sigma_k} \right)^{1/3}. \quad (9)$$

Удаленные одна от другой дырки могут быть связаны по цепочке промежуточных дырок. Согласно теории перколяции, при некоторой критической концентрации дырок появляется путь из связанных дырок, проходящий через весь объем эластической зоны. Каждый такой путь называют бесконечным кластером, а критическую концентрацию дырок — порогом перколяции.

Геометрическое условие связности (8) означает, что центр одной из дырок находится внутри шара радиусом $R_k(i, j)$, описанного вокруг второй дырки, и наоборот. Таким образом, для каждой связанной пары дырок имеются два охватывающих друг друга шара радиусом $R_k(i, j)$. Назовем это радиус радиусом связности пары дырок, и для разных пар он разный.

Множество всех дырок различных размеров удобно отобразить взаимно однозначно на точечное множество их центров. В этом точечном представлении кластер из связанных дырок является некоторой цепочкой охватывающих шаров различных радиусов. Тогда вопрос о критической концентрации дырок, при которой возникает бесконечный кластер, сводится к вопросу о том, при какой концентрации точек, разбросанных в некотором объеме, появляется две или несколько цепочек, проходящих через весь объем. В теории перколяции такая задача называется задачей об охватывающих шарах на случайных узлах.

Содержание задачи следующее [14]. В пространстве случайным образом размещены точки со средней концентрацией в единице объема, равной N . Около каждой точки описываются шары одинакового радиуса R . Шары могут перекрываться. Два шара считаются связанными, если центр одного из них находится внутри другого, т. е. если центры шаров находятся на расстоянии, не превосходящем их радиуса. Такие шары называются охватывающими. Если шар A связан с шаром B , а B связан с C , то A связан с C , т. е. удаленные друг от друга шары могут быть связаны по цепочке охватывающих шаров. Задача состоит в том, чтобы найти такое значение концентрации центров шаров, при которой возникает протекание по охватывающим шарам, т. е. появляются пути, проходящие через всю систему и состоящие из связанных шаров. Другими словами, при какой концентрации N появляется бесконечный кластер из связанных шаров?

Эта задача теории перколяции хорошо изучена и имеет много приложений. В частности, с ее помощью была решена задача о переходе к металлической проводимости в примесных полупроводниках, когда концентрация примесей превышает некоторое критическое значение (переход Мотта) [14].

Задача об образовании и накоплении дырок в эластической зоне в «точечном представлении» отличается от классической задачи охватывающих шаров тем, что эти шары имеют различные радиусы, равные радиусам связности $R_k(i, j)$ пар точек. Но это различие малосущественно. Множество радиусов связности $R_k(i, j)$ ограничено сверху, т. е. существует наибольшее значение $R_m = \sup R_k(i, j)$.

Тогда для любой пары точек выполнимо неравенство

$$R_k(i, j) \leq R_m. \quad (10)$$

Отсюда следует, что если при некоторой концентрации точек N существует бесконечный путь по охватывающим шарам переменного радиуса $R_k(i, j)$, то существует такой же путь и по охватывающим шарам одинакового радиуса R_m . Если нет пути по охватывающим шарам радиуса R_m , то нет пути и по шарам радиусами $R_k(i, j)$. Поэтому будем рассматривать задачу охватывающих шаров одинакового радиуса R_m .

Отсутствие или наличие протекания в этой задаче определяется безразмерным параметром B [13–15]:

$$B = \frac{4}{3} \pi N R_m^3. \quad (11)$$

Параметр B называется координационным числом. Каждый кластер, т. е. множество точек, связанных охватывающими шарами, характеризуется своим координационным числом.

Наименьшее значение концентрации точек N_k , при которой возникает протекание по бесконечному кластеру, т. е. по цепочке охватывающих шаров, протягивающейся через всю систему, определяет критическое координационное число

$$B_k = \frac{4}{3} \pi N_k R_m^3. \quad (12)$$

В работах [13–15] показано, что B_k является так называемым порогом инвариантности, не зависящим от размеров и формы охватывающих поверхностей (сфера, эллипс или другие более сложные формы).

Компьютерные расчеты с высокой точностью дают значение критического координационного числа [13–15]:

$$B_k = \frac{4}{3} \pi N_k R_m^3 = 2,86. \quad (13)$$

Геометрически условие протекания (13) означает, что бесконечный кластер появляется тогда, когда в каждом шаре радиусом R_m с центром в произвольной точке окажется в среднем почти три точки. Критическую концентрацию N_k можно найти, если будет известен критический радиус перколяции R_m . Тем самым будет найдена критическая концентрация дырок в эластической зоне.

Формула (13) определяет перколяционный критерий коллапса эластической зоны.

Анализ экспериментальных результатов. Рассмотрим экспериментальные результаты. В работе [16] установлено, что в различ-

ных полимерах, находящихся под постоянной нагрузкой, возникает множество субмикротрещин (СМТ), размеры которых варьируются от десятков до тысяч ангстрем. С течением времени число СМТ возрастает и происходит разрушение образца, когда концентрация СМТ достигает критического значения. Подобные явления наблюдаются и в других материалах: композитах, кристаллах и даже в горных породах [17–19]. Продольные размеры СМТ и их предразрывная концентрация приведены в таблице [19].

Параметры СМТ

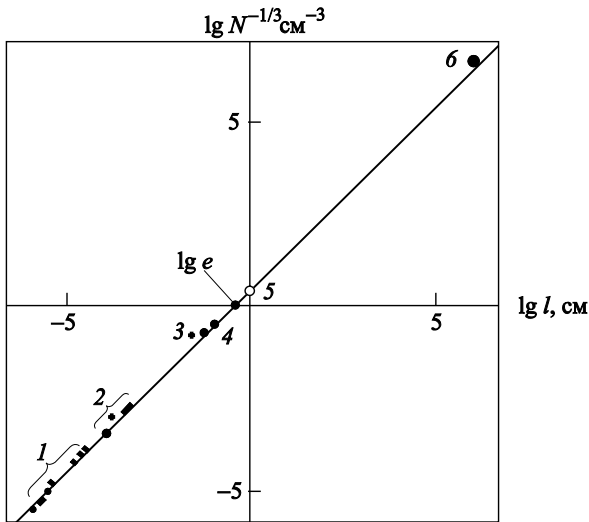
Материал	Предельный размер a , Å	Предразрывная концентрация N_k , см ⁻³	k	k'	Критическая концентрация дырок, см ⁻³
Капрон ПК-4 ориентированный	90	$9 \cdot 10^{16}$	2,48	0,27	$1,8 \cdot 10^{17}$
Капрон ПК-4 отожженный при 212 °С	240	$5 \cdot 10^{15}$	2,44	0,29	$1,0 \cdot 10^{16}$
Полиэтилен ориентированный	170	$6 \cdot 10^{15}$	3,24	0,12	$1,2 \cdot 10^{16}$
Полипропилен ориентированный	320	$7 \cdot 10^{14}$	3,52	0,10	$1,4 \cdot 10^{15}$
Полиметилметакрилат (ПММА) при 70 °С	1700	$6 \cdot 10^{12}$	3,24	0,12	$1,2 \cdot 10^{13}$
Поливинилхлорид	3000	$1 \cdot 10^{12}$	3,33	0,11	$2 \cdot 10^{12}$
Полибутираль пластифицированный	3000	$3 \cdot 10^{12}$	2,31	0,34	$6 \cdot 10^{12}$

Если N — концентрация СМТ, т. е. среднее число СМТ в единице объема, то $N^{-1/3}$ — среднее расстояние между СМТ. В работах [17–19] различными методами установлена универсальная связь между средним расстоянием между СМТ в предразрывном состоянии $N^{-1/3}$ и их предельным размером a :

$$N^{-1/3} = ka. \quad (14)$$

Здесь безразмерный коэффициент пропорциональности k изменяется в узких пределах при изменении N и a на несколько порядков (см. четвертый столбец таблицы). В среднем коэффициент k равен 2,94. Коэффициент k называется концентрационным критерием разрушения, его стабильность для различных полимеров (и не только) означает, что существует универсальная связь между средним расстоянием между СМТ и их размерами, мало зависящая от масштаба и характера разрушения, а также от материала.

На рисунке представлена графическая иллюстрация концентрационного критерия (14).



Среднее удаление $N^{-1/3}$ трещин размером l к моменту разрушения тела (экспериментальные данные):
 1 — полимеры; 2 — кристаллы; 3 — композит; 4 — горные породы;
 5 — вычислительный эксперимент; 6 — землетрясения

Из анализа формулы (14), данных таблицы и рисунка следует, что в предразрывном состоянии СМТ удалены одна от другой на расстояние, в среднем почти в 3 раза большее их предельных размеров.

Концентрационный критерий (14) легко привести к «перколяционному» виду (13):

$$k' = \frac{4}{3} \pi N a^3, \text{ или } k' = \frac{4}{3} \pi k^{-3}. \quad (15)$$

Значения коэффициента k' приведены в пятом столбце таблицы, в среднем он равен 0,19. Концентрационный критерий (15) означает, что разрушение наступает, когда в любом шаре радиусом, равным СМТ, с центром в произвольной точке оказывается в среднем 0,19 СМТ.

Перколяционный критерий. Аналогично, перколяционный критерий коллапса эластической зоны может быть записан в «концентрационном» виде:

$$N_k^{-1/3} = 1,14 R_m. \quad (16)$$

Из этого следует, что в момент коллапса эластической зоны дырки расположены одна от другой в среднем на расстоянии, практически равном их наибольшему радиусу связности. Это означает, что практически все дырки момент коллапса находятся в связанном состоянии, т. е. эластическая зона пронизана во всех направлениях сетью трещин-каналов, по которым осуществляется связь между дырками.

Отметим, что концентрационный критерий разрушения (14) и перколяционный критерий коллапса эластической зоны (15) полностью подобны. Их отношение представляет собой универсальную константу, приблизительно равную 2,58:

$$\left(\frac{N}{N_k}\right)^{-1/3} = 2,58 \frac{a}{R_{uu}}, \quad \text{или} \quad \frac{N_k}{N} = 17,2 \left(\frac{a}{R_m}\right)^3. \quad (17)$$

Отсюда получаем

$$N_k \approx 2N, \quad R_m \approx 1,8a. \quad (18)$$

Таким образом, концентрация дырок в эластической зоне в момент ее коллапса примерно в 2 раза превышает концентрацию СМТ в момент разрушения нагруженного образца. СМТ появляются в нагруженных образцах, в которых начальные микротрещины (высокопрочные материалы по классификации [20]) образуются в результате слияния нескольких дырок. Другими словами, образование СМТ — это следующая стадия вслед за дыркообразованием. В материалах, содержащих начальные микротрещины (низкопрочные материалы по классификации [20]), вблизи роста трещины формируется эластическая зона, которая теряет устойчивость (коллапсирует) раньше, чем накопившиеся в ней дырки начнут агрегироваться в СМТ. В низкопрочных материалах СМТ просто не успевают образоваться. Поэтому дырок будет больше, чем СМТ.

Второе соотношение (18) свидетельствует, что наибольший радиус связности дырок примерно в 2 раза превышает предельные размеры СМТ. Радиус связности пары дырок больше размеров самих дырок. Он определяет степень связывающего дальнего действия упругих полей дырок. Образовавшаяся в результате слияния дырок СМТ создает собственное упругое поле с еще большим дальним действием. В результате начинают взаимодействовать, в некоторых случаях агрегироваться СМТ. Процесс продолжается до тех пор, пока не образуется магистральная трещина.

В последнем столбце таблицы приведены полученные на основании первого соотношения (18) оценки критической концентрации дырок в момент коллапса эластической зоны.

В задаче охватывающих шаров можно также найти критическую объемную долю бесконечного кластера, т. е. долю объема, занимаемого бесконечным кластером в объеме всей системы. Это означает критическую объемную долю, занимаемую всеми дырками по отношению к объему эластической зоны в момент ее коллапса. С этой целью воспроизведем рассуждения из работы [13] применительно к рассматриваемому случаю. Если критическая концентрация точек,

изображающих дырки в «точечном представлении» равна N_k , то вероятность не попадания такой произвольной точки в шары радиусом $\frac{1}{2}R_m$, построенные на этих случайных точках,

$$W = e^{-\frac{4}{3}\pi N_k \left(\frac{1}{2}R_m\right)^3}. \quad (19)$$

Тогда вероятность любой изображающей точке попасть в один из этих шаров

$$P_k = 1 - \exp\left(-\frac{4}{3}\pi N_k \left(\frac{1}{2}R_m\right)^3\right) = 1 - \exp\left(-\frac{1}{8}B_k\right) = 0,30. \quad (20)$$

В статистическом ансамбле дырок эта вероятность определяет объемную долю, занятую дырками. Видно, что в момент коллапса доля «поврежденного» дырками объема эластической зоны невелика, она составляет не более 30 % объема всей зоны, хотя вся и пронизана каналами, связывающими дырки.

Этот вывод качественно подтверждается экспериментальными результатами работы [16], где установлено, что в ориентированных аморфно-кристаллических полимерах (волокнах) СМТ возникают на месте аморфных прослоек. Есть все основания полагать, что в эластической зоне соотношение между критической концентрацией дырок и концентрацией слабых узлов несущего каркаса, на месте которых рождаются дырки, примерно такое же, т. е. коллапс эластической зоны наступает, когда относительное число дырок составляет несколько процентов от числа слабых узлов.

Заключение. Установлена иерархическая перколяционная структура зоны вынужденной эластичности: дырка со своей «атмосферой» входит в состав «атмосферы» более крупной дырки, эта система является частью еще большей системы и т. д.

Сформулирован перколяционный критерий коллапса эластической зоны. Установлено подобие известного концентрационного критерия разрушения и полученного перколяционного критерия коллапса эластической зоны, отношение которых является универсальной константой, равной 2,58. Это позволяет при экспериментально определенной критической концентрации СМТ находить критическую концентрацию дырок в эластической зоне.

Показано, что вблизи коллапса практически все дырки находятся в связанном состоянии, а эластическая зона пронизана во всех направлениях сетью трещинок — каналов, по которым осуществляется связь дырок, что подтверждается фрактографическими исследованиями поверхности излома разрушенных образцов.

Найдена критическая концентрация дырок перед коллапсом эластической зоны. В момент коллапса доля «поврежденного» дырками объема эластической зоны составляет не более 30 % объема всей зоны, которая пронизана каналами, связывающими дырки.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Димитриенко Ю.И., Соколов А.П. Исследование процессов разрушения композиционных материалов на базе метода асимптотической гомогенизации. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2012, вып. 11. DOI: 10.18698/2308-6033-2012-11-427
- [2] Димитриенко Ю.И., Соколов А.П. Многомасштабное моделирование упругих композиционных материалов. *Математическое моделирование*. 2012, т. 24, № 5, с. 3–20.
- [3] Dimitrienko Yu.I., Sokolov A.P. Elastic Properties of Composite Materials. *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2010, vol. 2, no. 1, pp. 116–130.
- [4] Dimitrienko Yu.I. Thermal Stresses and Heat Mass-transfer in Ablating Composite Materials. *Int. Journal of Heat Mass Transfer*, 1995, vol. 38, no. 1, pp. 139–146.
- [5] Dimitrienko Yu.I. Thermal Stresses in Ablative Composite Thin-Walled Structures under Intensive Heat Flows. *Int. Journal of Engineering Science*, 1997, vol. 35, no. 1, pp. 15–31.
- [6] Валишин А.А., Степанова Т.С. Особенности квазихрупкого разрушения полимеров и композитов на их основе. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2012, вып. 2. DOI: 10.18698/2308-6033-2012-2-52
- [7] Валишин А.А., Миронова Т.С. Кинетика зарождения локальных микродефектов при квазихрупком разрушении полимеров и композитов на их основе. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 9 (21). DOI: 10.18698/2308-6033-2013-9-1119
- [8] Looyehli M.R.E., Samanta A., Jihan S., McConnachie. Modeling of Reinforced Polymer Composites Subject to Thermo-mechanical Loading. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2005, vol. 63, no. 6, pp. 898–925.
- [9] Mcmanus H.N., Springer G.S. High Temperature Thermomechanical Behavior of Carbon-Phenolic Composites, I Analysis, II Results. *J. Composite Materials*, 1992, vol. 26 (2), pp. 206–255.
- [10] Baia Yu, Valleea T., Keller T. Modeling of Thermal Responses for FRP Composites under Elevated and High temperatures. *Composites Science and Technology*, 2008, vol. 68, no. 1, pp. 47–56.
- [11] Валишин А.А. Силовые упругие поля локальных микродефектов в напряженных полимерах и композитах на их основе. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 8 (32). DOI: 10.18698/2308-6033-2014-8-1241
- [12] Валишин А.А. Концентрация микродефектов вблизи трещины разрушения в полимерах и композитах на их основе. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2015, № 6 (42). DOI: 10.18698/2308-6033-2015-6-1409
- [13] Челидзе Т.Л. *Методы теории протекания в механике геоматериалов*. Москва, Наука, 1987, 75 с.
- [14] Эфрос А.Л. *Физика и геометрия беспорядка*. Москва, Наука, 1982, 176 с.
- [15] Кестен Х. *Теория просачивания для математиков*. Москва, Мир, 1986, 386 с.

- [16] Регель В.Р., Слуцкер А.И., Томашевский Э.Е. *Кинетическая природа прочности твердых тел*. Москва, Наука, 1974, 560 с.
- [17] Журков С.Н., Куксенко В.С., Петров В.А. *Известия АН СССР. Физика Земли*, 1978, № 6, с. 1–18.
- [18] Куксенко В.С. О прогнозировании разрушения горных пород. Кинетические аспекты процесса разрушения и физические основы его прогнозирования. *Прогноз землетрясений*, 1984, № 4, с. 8–11.
- [19] Петров В.А. Основы кинетической теории разрушения и его прогнозирования. *Прогноз землетрясений*, 1984, № 5, с. 30–45.
- [20] Бартнев Г.М. *Прочность и механизм разрушения полимеров*. Москва, Химия, 1984, 280 с.

Статья поступила в редакцию 26.09.2016

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Валишин А.А., Антонова И.В. Перколяционная модель накопления микродефектов и коллапса зоны вынужденной эластичности перед фронтом трещины разрушения в полимерных и композиционных материалах. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2016, вып. 11. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2016-11-1556>

Валишин Анатолий Анатольевич — д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана и «Высшей и прикладной математики» Московского Технологического университета.
e-mail: enf@mail.ru

Антонова Ирина Викторовна — канд. пед. наук, старший преподаватель кафедры «Высшая и прикладная математика» Московского Технологического университета.

Percolation model of micro-defects accumulation and forced elasticity area collapse before the crack fracture front in polymer and composite materials

© A.A. Valishin¹, I.V. Antonova²

¹ Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

² Moscow Technological University, Moscow, 119454, Russia

The results of this study allow us to follow qualitatively and quantitatively all the induced elasticity evolution stages before the crack front zone in polymeric materials. They are: zone formation, micro-defects emergence, holes and their elastic field, interaction of the holes, holes binding and fusion and the clusters formation, the holes' emergence process, kinetics at the initial and advanced stages. In this paper we consider the elastic zone evolution final stage: the formation of infinite holes' cluster and the elastic band collapse. The study considers induced elasticity zone hierarchical structure, formulates elastic band collapse percolation test, and obtains an oriented amorphous-crystalline fiber concentration failure criterion and the resulting elastic band percolation test collapse similar to known in the literature. The ratio of these criteria is a universal constant with accuracy of 2.58. Close to collapse almost all the holes are in a bound state, and the elastic band is riddled in all directions with cracks network – channels that connect the holes. At the collapse time the share of "damaged" holes of the elastic band is not more than 30% of the entire area, and it is riddled with channels and connecting holes.

Keywords: crack, induced elasticity zone, micro-defects-holes, percolation, an infinite cluster, the elastic band collaps.

REFERENCES

- [1] Dimitrienko Yu.I., Sokolov A.P. *Inzhenerny zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2012, issue 11. DOI: 10.18698/2308-6033-2012-11-427
- [2] Dimitrienko Yu.I., Sokolov A.P. *Matematicheskoe modelirovanie — Mathematical Modeling*, 2012, vol. 24, no. 5, pp. 3–20.
- [3] Dimitrienko Yu.I., Sokolov A.P. *Matematicheskoe modelirovanie — Mathematical Modeling*, 2010, vol. 2, no. 1, pp. 116–130.
- [4] Dimitrienko Yu.I. Thermal stresses and heat mass-transfer in ablating composite materials. *International Journal of Heat Mass Transfer*, 1995, vol. 38, no. 1, pp. 139–146.
- [5] Dimitrienko Yu.I. Thermal Stresses in Ablative Composite Thin-Walled Structures under Intensive Heat Flows. *International Journal of Engineering Science*, 1997, vol. 35, no. 1, pp. 15–31.
- [6] Valishin A.A., Stepanova T.S. *Inzhenerny zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2012, no. 2 (2). DOI: 10.18698/2308-6033-2012-2-52
- [7] Valishin A.A., Stepanova T.S. *Inzhenerny zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2013, no. 9 (21). DOI: 10.18698/2308-6033-2013-9-1119
- [8] Looyehl M.R.E., Samanta A., Jihan S., McConnachie. Modeling of reinforced polymer composites subject to thermo-mechanical loading. *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2005, vol. 63, no. 6, pp. 898–925.

- [9] Mcmanus H.N., Springer G.S. High Temperature Thermomechanical Behavior of Carbon-Phenolic Composites, I Analysis, II Results. *Journal of Composite Materials*, 1992, vol. 26 (2), pp. 206–255.
- [10] Baia Yu, Vallea T., Keller T. Modeling of thermal responses for FRP composites under elevated and high temperatures. *Composites Science and Technology*, 2008, vol. 68, no. 1, pp. 47–56.
- [11] Valishin A.A., Mironova T.S. *Inzhenerny zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2014, no. 8 (32). DOI: 10.18698/2308-6033-2014-8-1241
- [12] Valishin A.A. *Inzhenerny zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2015, no. 6 (42). DOI: 10.18698/2308-6033-2015-6-1409
- [13] Chelidze T.L. *Metody teorii protekaniya v mekhanike geomaterialov* [Methods of percolation theory in the mechanics of geomaterials]. Moscow, Nauka Publ., 1987, 75 p.
- [14] Efros A.L. *Fizika i geometriya besporyadka* [Physics and geometry of disorder]. Moscow, Nauka Publ., 1982, 176 p.
- [15] Kesten H. *Teoriya prosachivaniya dlya matematikov* [Percolation theory for mathematicians]. Moscow, Mir Publ., 1986, 386 p.
- [16] Regel B.P., Slutsker A.I., Tomashevskiy E.E. *Kineticheskaya priroda prochnosti tverdykh tel* [Kinetic nature of solids]. Moscow, Nauka Publ., 1974, 560 p
- [17] Zhurkov S.N., Kuksenko V.S., Petrov V.A. *Izvestiya AN SSSR. Fizika Zemli — Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Physics*, 1978, no.5, pp. 1-18.
- [18] Kuksenko V.S. *Prognoz zemletryaseniy — Earthquake Prediction*, 1984, no. 4, pp. 8–21.
- [19] Petrov V.A. *Prognoz zemletryaseniy — Earthquake Prediction*, 1984, no. 5, pp. 30–45.
- [20] Bartenev G.M. *Prochnost i mekhanizm razrusheniya polimerov* [The strength and fracture mechanism of the polymers]. Moscow, Khimiya Publ., 1984, 289 p.

Valishin A.A., Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Computational Mathematics and Mathematical Physics Department at Bauman Moscow State Technical University, Department of Higher and Applied Mathematics at Moscow Technological University. e-mail: enf@mail.ru

Antonova I.V., Cand. Sci. (Eng.), Senior Lecturer, Department of Higher and Applied Mathematics at Moscow Technological University.