

## Обоснование проектно-конструкторских характеристик группировки космических аппаратов на основе вероятностного подхода

© А.А. Золотов, Э.Д. Нуруллаев

Московский авиационный институт, Москва, 125993, Россия

*Рассмотрены задачи надежности и безопасности при реализации космических программ. Проведено исследование по обоснованию проектно-конструкторских характеристик космических группировок на основе вероятностного подхода, который позволяет согласовывать проектные решения с требованиями надежности, проводить оперативный прогноз и анализ проектно-конструкторских характеристик космических группировок на начальных этапах разработки космических программ. Работоспособность представленного подхода проиллюстрирована на модельных примерах. Выполнена оценка эффективности космических программ с учетом отказов космических аппаратов. Разработаны метод оптимизации надежности, ресурса, кратности резерва, количества замен, числа резервных космических аппаратов с учетом минимизации затрат и компьютерная программа оптимизации проектно-конструкторских характеристик космических группировок. Полученные результаты могут быть полезны специалистам по проектированию космических аппаратов и студентам соответствующего профиля.*

**Ключевые слова:** космическая группировка, надежность, ресурс, кратность резерва.

**Введение.** Успешная реализация космической программы во многом определяется безотказной работой ракетно-космической техники (РКТ). Возникновение отказов во время ее работы приводит к человеческим жертвам, экологическим катастрофам, а также материальным потерям. Анализ количества отказов РКТ свидетельствует об актуальности рассмотрения этой проблемы, при котором важным направлением должно стать решение задач согласования проектных решений с мероприятиями по обеспечению надежности на начальных этапах разработки РКТ.

Формирующийся круг проектно-конструкторских характеристик РКТ включает в себя преимущественно надежность, ресурс, кратность резерва, количество замен и др. [1, 2].

Комплекс методов для решения задач оптимизации проектно-конструкторских характеристик группировки космических аппаратов (КА) в первую очередь предусматривает использование вероятностного подхода, а также методов Лагранжа, перебора, случайного поиска. Это позволяет с единых методических позиций получить ответы на поставленные вопросы обеспечения надежности группировки КА в широком спектре исходных данных.

**Оценка показателя эффективности выполнения целевой программы.** При эксплуатации группировки КА материальные затраты связаны с потерей функциональной эффективности, под которой понимается степень выполнения поставленной задачи. В качестве показателя функциональной эффективности можно рассматривать математическое ожидание функции качества  $x(t)$ , определенной по траекториям процесса [3]:

$$W(x) = M \{ \Phi [x(t)] \}, \quad (1)$$

где  $\Phi [x(t)]$  — функция качества, характеризующая степень выполнения поставленной задачи в точках фазового пространства состояний  $x(t)$ .

При проведении расчетов соотношение для показателя функциональной эффективности принимает вид

$$W = \sum_{i=0}^m p_i \Phi_i, \quad (2)$$

где  $p_i$  — вероятность нахождения группировки КА в  $i$ -м состоянии;  $\Phi_i$  — функция качества, характеризующая степень выполнения поставленной задачи при нахождении группировки КА в  $i$ -м состоянии;  $m$  — количество всевозможных состояний.

Соотношение (2) определяет показатель функциональной эффективности в общем виде. Для оценки показателя функциональной эффективности группировки КА необходимо оценить вероятности  $p_i$ , зависящие от надежности КА, и функции качества, определяемые последствиями отказов КА. Функцию качества, соответствующую отказу одного КА, обозначим  $\Phi_1$ . Соответственно, при отказе двух КА функции качества обозначим  $\Phi_2$ . Очевидно, для безотказного состояния имеем  $\Phi_0 = 1$ . Далее оценим вероятность нахождения системы в различных состояниях ( $p_0$ ), которая будет равна надежности системы:

$$p_0 = H = h^s, \quad (3)$$

где  $h$  — надежность одного КА;  $s$  — количество КА в группировке.

Отсюда вероятность нахождения системы в состоянии с одним отказом можно оценить по соотношению

$$p_1 = sq(1-q)^{s-1},$$

где  $q = 1 - h$  — вероятность отказа одного КА.

Аналогично, вероятность нахождения системы в состоянии с двумя отказами можно оценить по соотношению

$$p_2 = C_s^2 q^2 (1-q)^{s-2}.$$

Для числа  $j$  отказов справедливо соотношение

$$p_j = C_s^j q^j (1-q)^{s-j},$$

где  $C_s^j$  — количество сочетаний из  $s$  по  $j$ .

При отказе КА уровень функциональной эффективности определяется степенью выполнения поставленной задачи —  $\Phi_i$ . Если при отказе одного КА группировка будет не в состоянии выполнять свои функции, то функции качества, соответствующие этому состоянию, следует принять равными нулю. При таком условии уровень функциональной эффективности можно повысить введением резервных КА.

При использовании одного резервного КА следует принять:

$$\Phi_0 = 1; \Phi_1 = 1; \Phi_j = 0, j = 2, \dots, m.$$

Тогда уравнение для оценки функциональной эффективности принимает вид

$$W_1 = (1-q)^{s+1} + (s+1)q(1-q)^{(s+1)-1}. \quad (4)$$

При использовании двух резервных КА следует принять:

$$\Phi_0 = 1; \Phi_1 = 1; \Phi_2 = 1; \Phi_j = 0, j = 3, \dots, m.$$

В этом случае соотношение для оценки функциональной эффективности будет равно

$$W_2 = (1-q)^{s+2} + (s+2)q(1-q)^{(s+2)-1} + C_{s+2}^2 q^2 (1-q)^{(s+2)-2}. \quad (5)$$

Очевидно, при полном выполнении группировкой КА всех поставленных задач показатель функциональной эффективности равен единице, следовательно, эксплуатация группировки КА будет приносить максимальный доход  $D_{(усл.ед)}$ .

Возникновение отказов, как указано выше, снижает уровень функциональной эффективности, что, в свою очередь, приводит к появлению материальных потерь:

$$C_{потерь} = [1 - W(q, s, k_{рез})] D_{(усл.ед)}, \quad (6)$$

где  $k_{рез}$  — количество резервных КА.

С учетом полученных результатов соотношение для суммарных затрат на выполнение целевой программы группировкой КА [3] примет вид

$$C_{\Sigma} = (s + k_{рез}) \left[ \sum_{i=1}^n \varphi(\omega_i) C_{0,i} + C_{пр} \right] + C_{потерь}(q, s, k_{рез}),$$

где  $n$  — количество бортовых систем в составе КА;  $\varphi(\omega_i) = \eta_i \omega_i + d_i$  — функция учета кратности резервирования [4];  $C_{0,i}$  — стоимость нерезервированной системы;  $C_{пр}$  — прочие затраты.

Оптимальное количество резервных КА соответствует минимуму суммарных затрат и может быть найдено методом перебора.

**Оптимизация вероятности отказа бортовых систем.** Для высоконадежных бортовых систем вероятность отказа КА можно оценить приближенно по выражению

$$q \cong \sum_{i=1}^n q_i,$$

где  $q_i$  — вероятность отказа  $i$ -й бортовой системы.

При заданном количестве КА в группировке и заданной функции потерь решается задача распределения надежности КА между бортовыми системами (задача нормирования надежности). Для решения этой задачи воспользуемся методом Лагранжа. В рассматриваемом случае граничное условие принимает вид

$$q_3 \cong \sum_{i=1}^n q_i, \tag{7}$$

где  $q_3$  — заданная вероятность отказа КА.

Таким образом, функция Лагранжа равна

$$L = C_{\Sigma} + \lambda \left( q_3 - \sum_{i=1}^n q_i \right),$$

где  $\lambda$  — неопределенный множитель Лагранжа.

Оптимальная вероятность отказа бортовых систем оценивается из условия оптимальности:

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = 0.$$

Раскрывая производную, получаем:

$$(s + k_{рез}) \frac{\eta_i C_{0,i}}{\ln(1 - e^{-\lambda_i T^v})} \frac{1}{q_i} - \lambda = 0,$$

где  $T$  — время работы КА до замены.

После преобразований находим:

$$q_i = \frac{1}{\lambda} \frac{\eta_i C_{0,i}}{\ln(1 - e^{-\lambda_i T^v})} (s + k_{рез}). \tag{8}$$

Подставляя соотношение (8) в граничное условие (7), имеем:

$$q_3 = \frac{1}{\lambda} (s + k_{\text{рез}}) \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i C_{0,i}}{\ln(1 - e^{-\lambda_i T^v})}$$

Разрешая полученное уравнение относительно  $\frac{1}{\lambda}$  и подставляя результат в соотношение (8), окончательно получаем:

$$q_i = \frac{\eta_i C_{0,i} q_3}{\ln(1 - e^{-\lambda_i T^v})} \left[ \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i C_{0,i}}{\ln(1 - e^{-\lambda_i T^v})} \right]^{-1} \quad (9)$$

**Оптимизация вероятности отказа КА.** Оптимальная вероятность отказа КА оценивается из условия минимизации суммарных затрат и удовлетворяет условию оптимальности:

$$\frac{\partial C_{\Sigma}}{\partial q_3} = 0.$$

Раскрывая соотношение для производной, получаем:

$$(s + k_{\text{рез}}) \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i C_{0,i}}{\ln(1 - e^{-\lambda_i T^v})} \frac{1}{q} + D_{(\text{усл.ед})} \frac{\partial Q}{\partial q} = 0, \quad (10)$$

где  $Q = 1 - W$ .

С учетом соотношений (4) и (5) построены зависимости значений  $Q(q)$  для одного  $Q_1(q)$  и двух  $Q_2(q)$  резервных КА, представленные на рис. 1.

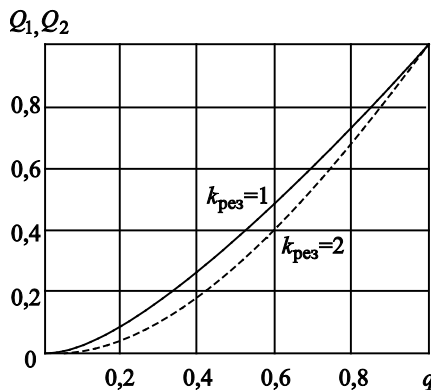


Рис. 1. Характер изменения функций  $Q_1(q)$ ,  $Q_2(q)$

Как видно из рис. 1, анализируемые функции могут быть аппроксимированы соотношениями

$$Q_1(q) \approx q^{1,4}, \quad Q_2(q) \approx q^{1,8}.$$

Подчеркнем, что полученные зависимости соответствуют рассматриваемому выше случаю, когда при отказе одного КА группировка не в состоянии выполнять свои функции.

Если предположить, что при отказе  $k$ -числа КА поставленная задача частично выполняется, т. е. функция качества принимает значения  $\Phi_k$ , отличные от нуля, то соотношение для показателя функциональной эффективности принимает вид

$$W = \Phi_0 p_0 + \Phi_1 p_1 + \Phi_2 p_2 + \sum_{j=3}^k \Phi_j p_j,$$

где

$$\Phi_0 = \Phi_1 = \Phi_2 = 1,$$

$$p_j = C_n^j (1-h)^j h^{(n-j)}.$$

Очевидно, при этом аппроксимирующие соотношения для функциональной эффективности будут другими.

С учетом соотношения (10) условия оптимальности принимают вид

$$(s+1) \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i C_{0,i}}{\ln(1-e^{-\lambda_i T^v})} \frac{1}{q} + 1,4 D_{(\text{усл.ед})} q^{0,4} = 0;$$

$$(s+2) \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i C_{0,i}}{\ln(1-e^{-\lambda_i T^v})} \frac{1}{q} + 1,8 D_{(\text{усл.ед})} q^{0,8} = 0.$$

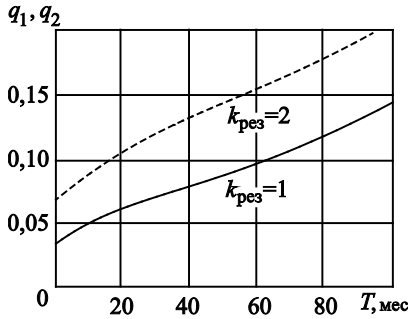
В первом случае оптимальная вероятность отказа КА

$$q_1 = \left[ (s+1) \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i C_{0,i}}{\ln(1-e^{-\lambda_i T^v})} \frac{(-1)}{1,4 D_{(\text{усл.ед})}} \right]^{\frac{1}{1,4}},$$

во втором —

$$q_2 = \left[ (s+2) \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i C_{0,i}}{\ln(1-e^{-\lambda_i T^v})} \frac{(-1)}{1,8 D_{(\text{усл.ед})}} \right]^{\frac{1}{1,8}}.$$

Результаты расчета оптимальной вероятности отказа КА представлены на рис. 2.



**Рис. 2.** Результаты расчета оптимальной вероятности отказа одного из шести КА в группировке в случае введения одного (\$q\_1\$) и двух (\$q\_2\$) резервных КА

### Оптимизация ресурса, количества замен, числа резервных КА.

Оптимальной вероятности отказа КА соответствует оптимальная вероятность отказа бортовых систем, рассчитываемая по соотношению (9).

При использовании одного резервного КА соотношение (9) принимает вид

$$q_{1i} = \frac{R_i}{\sum_{i=1}^n R_i} \left( \frac{1}{1,4 D_0} \sum_{i=1}^n R_i \right)^{1,4}, \quad R_i = \frac{\eta_i C_{0,i}}{\ln \left( \frac{1}{1 - e^{-\lambda_i T^v}} \right)},$$

где  $D_0 = \frac{D_{\text{(усл.ед)}}}{(s + k_{рез})}$  — величина ущерба при использовании одного резервного КА.

Соответственно, для двух резервных КА получаем:

$$q_{2i} = \frac{R_i}{\sum_{i=1}^n R_i} \left( \frac{1}{1,8 D_0} \sum_{i=1}^n R_i \right)^{1,8}, \quad R_i = \frac{\eta_i C_{0,i}}{\ln \left( \frac{1}{1 - e^{-\lambda_i T^v}} \right)}.$$

С учетом полученных результатов соотношение для суммарных затрат принимает вид

$$C_{\Sigma} = \left[ \sum_{i=1}^n C_{0,i} \varphi(\omega_i) + C_{пр} + D_0(1 - W) \right] (s + k_{рез}), \quad (11)$$

где

$$\varphi(\omega_i) = \frac{\eta_i \ln q_i}{\ln \left( \frac{1}{1 - e^{-\lambda_i T^v}} \right)} + d_i.$$

При использовании одного резервного КА соотношение (11) принимает следующий вид:

$$C_{1\Sigma} = \left[ \sum_{i=1}^n C_{0,i} \varphi(\omega_i) + C_{\text{пр}} + D_0 q_1^{1,4} \right] (s+1), \quad (12)$$

где

$$q_1^{1,4} = \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i C_{0,i}}{\ln\left(\frac{1}{1-e^{-\lambda_i T^v}}\right)} \frac{(-1)}{1,4D_0}; \quad R_i = \frac{\eta_i C_{0,i}}{\ln\left(\frac{1}{1-e^{-\lambda_i T^v}}\right)},$$

$$q_{1_i} = \frac{R_i}{\sum_{i=1}^n R_i} \left( \frac{1}{1,4D_0} \sum_{i=1}^n R_i \right)^{1/4}; \quad \varphi(\omega_i) = \frac{\eta_i \ln q_{1_i}}{\ln\left(\frac{1}{1-e^{-\lambda_i T^v}}\right)} + d_i.$$

Соответственно, для двух резервных КА получаем:

$$C_{2\Sigma} = \left[ \sum_{i=1}^n C_{0,i} \varphi(\omega_i) + C_{\text{пр}} + D_0 q_2^{1,8} \right] (s+2), \quad (13)$$

где

$$q_2^{1,8} = \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i C_{0,i}}{\ln\left(\frac{1}{1-e^{-\lambda_i T^v}}\right)} \frac{(-1)}{1,8D_0}; \quad R_i = \frac{\eta_{0,i} C_{0,i}}{\ln\left(\frac{1}{1-e^{-\lambda_i T^v}}\right)};$$

$$q_{2_i} = \frac{R_i}{\sum_{i=1}^n R_i} \left( \frac{1}{1,8D_0} \sum_{i=1}^n R_i \right)^{1/8}; \quad \varphi(\omega_i) = \frac{\eta_i \ln q_{2_i}}{\ln\left(\frac{1}{1-e^{-\lambda_i T^v}}\right)} + d_i.$$

После преобразования соотношения (12) для одного резервного КА получаем:

$$C_{1\Sigma} = \left( \sum_{i=1}^n A_i + C_{\text{пр}} + U_1 \right) (s+1), \quad (14)$$

где

$$A_i = C_{0,i} \left\{ \frac{\eta_i \ln \left[ \frac{R_i}{\sum_{i=1}^n R_i} \left( \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{1,4D_0} \right)^{1/1,4} \right]}{\ln\left(\frac{1}{1-e^{-\lambda_i T^v}}\right)} + d_i \right\}; \quad U_1 = \frac{1}{1,4} \sum_{i=1}^n R_i; \quad R_i = \frac{\eta_i C_{0,i}}{\ln\left(\frac{1}{1-e^{-\lambda_i T^v}}\right)}.$$



Соответственно, для двух резервных КА получаем:

$$C_{2\Sigma} = \left( \sum_{i=1}^n A_i + C_{\text{пр}} + U_2 \right) (s + 2), \quad (15)$$

где

$$A_i = C_{0,i} \left\{ \frac{\eta_i \ln \left[ \frac{R_i}{\sum_{i=1}^n R_i} \left( \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{1,8 D_0} \right)^{1/1,8} \right]}{\ln \left( \frac{1}{1 - e^{-\lambda_i T^v}} \right)} + d_i \right\}; U_2 = \frac{1}{1,8} \sum_{i=1}^n R_i; R_i = \frac{\eta_i C_{0,i}}{\ln \left( \frac{1}{1 - e^{-\lambda_i T^v}} \right)}.$$

**Программа оптимизации ресурса, количества замен, числа резервных КА.** Оптимизацию варьируемых параметров осуществляли методом случайного поиска в вычислительном комплексе Mathcad. С помощью встроенной функции `runif` генерировали вектор  $k$  случайных чисел, равномерно распределенных на отрезке  $[0,1]$ . Количество выборок задавали в цикле. Из всех выборок предпочтение отдают той, которая удовлетворяет ограничениям и дает наилучший результат. С помощью встроенной функции `stack` генерировали вектор с результирующими данными, который состоит из элементов вектора начальных условий и ограничений. В процессе оптимизации оценивали оптимальную периодичность проведения замен КА и целесообразное число резервных КА в группировке. Как показывают результаты расчета, в случае одной замены при использовании одного резервного КА минимум затрат ( $C_1 = 217,29$ ) достигается при оптимальной периодичности замен, равной 58,653 мес, при использовании двух резервных КА ( $C_2 = 224,095$ ) — при оптимальной периодичности замен, равной 61,242 мес. Согласно расчету, в случае двух замен при использовании одного резервного КА минимум затрат ( $C_1 = 284,808$ ) достигается при проведении первой замены после 30,996 мес, второй — после 71,89 мес с начала эксплуатации группировки КА, при использовании двух резервных КА минимум затрат ( $C_2 = 303,327$ ) достигается при проведении первой замены после 37,745 мес, второй — после 94,24 мес с начала эксплуатации группировки КА. Результаты оптимизации варьируемых параметров методом случайного поиска для группировки КА представлены в таблице.

## Результаты расчета моментов замен КА

Количество резервных КА	Одна замена		Две замены	
	Затраты С, усл. ед.	Момент замены, мес	Затраты С, усл. ед.	Моменты замен, мес
Один	217,29	58,653	284,81	30,996 (первая); 71,89 (вторая)
Два	224,095	61,242	303,327	37,745 (первая); 94,24 (вторая)

Проведенный анализ показал целесообразность одной замены и одного резервного КА для обеспечения минимальных затрат на выполнение космической программы. При 15-летнем сроке эксплуатации замена КА осуществляется через 5 лет, а новый КА имеет ресурс работы 10 лет.

**Заключение.** Представлен подход, позволяющий согласовывать проектные решения с мероприятиями по обеспечению надежности на начальных этапах разработки РКТ. Проведена оценка показателя эффективности выполнения космической программы с учетом отказов КА в группировке. Разработан метод оптимизации надежности, ресурса, кратности резерва, количества замен, числа резервных КА в группировке с учетом минимизации затрат. Разработана компьютерная программа оптимизации ресурса, количества замен, числа резервных КА в группировке методом случайного поиска.

Работоспособность представленного подхода проиллюстрирована на конкретных примерах. Представленные материалы могут служить руководством для специалистов КБ, НИИ, НПО при разработке высоконадежных изделий РКТ.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Новожилов Г.В., Неймарк М.С., Цесарский Л.Г. *Безопасность полета самолета. Концепция и технология*. Москва, Машиностроение, 2003, 144 с.
- [2] Анфимов Н.А., Будилов Ю.Г. Увеличение ресурса КА: пути достижения цели. *Космонавтика и ракетостроение*, 1996, № 7, с. 58–65.
- [3] Золотов А.А., Оделевский В.К., Родченко В.В., Черников А.И. *Прикладные методы и алгоритмы обеспечения надежности и безопасности технических систем на этапе их разработки и эксплуатации*. Москва, МАИ, 2013, 352 с.
- [4] Золотов А.А., Нуруллаев Э.Д. Прогнозирование ресурса бортовых систем КА наблюдения и связи. *Полет*, 2015, № 3, с. 57–64.

Статья поступила в редакцию 06.06.2016

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Золотов А.А., Нуруллаев Э.Д. Обоснование проектно-конструкторских характеристик группировки космических аппаратов на основе вероятностного подхода. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2016, вып. 10.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2016-10-1539>

*Статья подготовлена по материалам доклада, представленного на XL Академических чтениях по космонавтике, посвященных памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых — пионеров освоения космического пространства, Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 26–29 января 2016 г.*

**Золотов Александр Алексеевич** — д-р техн. наук, профессор Московского авиационного института. Автор 30 опубликованных научных работ. Направление научных исследований: надежность и безопасность сложных технических систем.  
e-mail: alexandrzolotov41@mail.ru

**Нуруллаев Эльмар Джаннаталиевич** — аспирант Московского авиационного института. Автор 6 опубликованных научных работ. Направление научных исследований: надежность и безопасность сложных технических систем.  
e-mail: ned@mai.ru

# Rationale for engineering design characteristics of spacecraft groups based on a probabilistic approach

© A.A. Zolotov, E.D. Nurullaev

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 125993, Russia

*The study tested the optimization problem of design and engineering characteristics of spacecraft groups, its solution requiring the probabilistic approach. We evaluated the indicator of the target program performance effectiveness with minimized costs. Moreover, we developed the methods and software to optimize the probability of failure and the redundancy multipleness of on-board systems, as well as the resource, the number of substitutions and the number of redundant spacecraft. While using optimization techniques, we also applied Lagrange methods, as well as search and random search methods. The efficiency of the proposed approach is illustrated by definite examples. The findings of the research can serve as a guide for engineering and technical personnel of enterprises in the development of highly reliable products of rocket and space technology.*

**Keywords:** space group, reliability, resource, redundancy multipleness.

## REFERENCES

- [1] Novozhilov G.V., Neymark M.S., Tsesarskiy L.G. *Bezopasnost poleta samoleta. Kontseptsiya i tekhnologiya* [Aircraft flight safety. The concept and technology]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2003, 144 p.
- [2] Anfimov N.A., Budilov Yu.G. *Kosmonavtika i raketostroenie — Cosmonautics and Rocket Engineering*, 1996, no. 7, pp. 58–65.
- [3] Zolotov A.A., Odelevskiy V.K., Rodchenko V.V., Chernikov A.I. *Prikladnye metody i algoritmy obespecheniya nadezhnosti i bezopasnosti tekhnicheskikh sistem na etape ikh razrabotki i ekspluatatsii* [Applied methods and algorithms to ensure the reliability and safety of technical systems at the stage of their development and operation]. Moscow, MAI Publ., 2013, 352 p.
- [4] Zolotov A.A., Nurullaev E.D. *Polet — Flight*, 2015, no. 3, pp. 57–64.

**Zolotov A.A.**, Dr. Sci. (Eng.), Professor of Moscow Aviation Institute (National Research University). Author of over 30 publications. Science and research interests include reliability and safety of complex technical systems. e-mail: alexandrzolotov41@mail.ru

**Nurullaev E.D.**, post-graduate student of Moscow Aviation Institute (National Research University). Author of 6 publications. Science and research interests include reliability and safety of complex technical systems. e-mail: ned@mai.ru