УДК 629.7.78 DOI 10.18698/2308-6033-2016-09-1536

К задаче о разделении движений в динамике систем гиростабилизации

© Л. К. Кузьмина

Казанский авиационный институт (КНИТУ — КАИ), Казань, 420015, Россия

Развиваются понятия и методы классической теории устойчивости с обобщением принципа сведения для общего качественного анализа применительно к проблемам моделирования в динамике систем стабилизации, ориентации и управления. На основе развиваемого универсального подхода с комбинированием идеологии теории устойчивости А.М. Ляпунова и асимптотических методов теории возмущений предложена исходная постановка, позволяющая сводить решение задач моделирования и анализа динамики многомасштабных систем к регулярной схеме с декомпозицией системы. Приведены систематические процедуры для построения эквивалентных упрощенных систем в качестве систем сравнения. При этом в качестве порождающей системы и порождающего решения приняты укороченная (нелинейная по совокупности всех введенных переменных) система и ее решение. В отличие от традиционных подходов порождающая система сингулярно возмущенная, порождающее решение невырожденное. Применительно к задачам динамики механико-математических моделей для систем стабилизации, ориентации и управления с учетом их характерных структурных особенностей сконструирован алгоритм с использованием упрощенных моделей в качестве расчетных. Применяемая авторская методика, основанная на развитии идей Н.Г. Четаева и В.В. Румянцева, позволяет по разработанной схеме в рамках поставленной динамической задачи выделять в движении системы разнотемповые составляющие, разделять параметры и переменные в исходной системе на существенные и несущественные, выявлять «несущественные» степени свободы с последующим переходом к корректной укороченной модели (идеализированной в соответствующем смысле), с выяснением влияния отброшенных «неидеальностей» на динамические свойства. Решены задачи построения оптимальной механико-математической модели, о минимальной модели (по Н.Н. Моисееву). Полученные результаты доведены до инженерного уровня. Приведены примеры для расчетных моделей систем гиростабилизации с выделением различных подклассов стабилизируемых объектов (малых спутников, больших космических станций) с возможностью разделения движений в динамике систем стабилизации и управления, многоосных систем, для случаев малых и больших стабилизируемых объектов. Применение фундаментальных теоретических результатов в инженерных задачах систем гиростабилизации позволит получить новые решения для приложений в задачах стабилизации, ориентации и управления, с возможностью разделения каналов стабилизации и управления в нелинейной постановке.

Ключевые слова: *системы гиростабилизации, многомасштабные системы, декомпозиция, методы А.М. Ляпунова.*

Введение. Настоящий научно-исследовательский проект посвящен развитию и обоснованию приближенных методов в точном анализе динамики сложных междисциплинарных систем, с их строгим теоретическим обоснованием на основе методологии теории устойчивости А.М. Ляпунова для задач анализа и синтеза применительно к потребностям инженерной практики в области аэрокосмических систем. В рамках разрабатываемого подхода, непосредственно связанного с принципом сведения (А.М. Ляпунов, К.П. Персидский) и методом сравнения (С.А. Чаплыгин, В.М. Матросов, Р. Беллман) для общего качественного анализа, с учетом особенностей систем гиростабилизации, ориентации и управления выделен класс систем, движения которых содержат составляющие с сильно различающимися характерными временами. Главное внимание уделяется концептуальным аспектам и методологии.

Нелинейность, высокая размерность, многосвязность затрудняют получение точного решения аналитическими и численными методами. Это обусловливает необходимость упрощения исходной модели с разделением движений и переменных в системе, выявлением существенных степеней свободы системы, последующим переходом к укороченной модели с идеализацией физических свойств. При этом исходная система разбивается на подсистемы, исходная задача сводится к задаче меньшей размерности [1– 6]. Например, в классической теории систем с гироскопами использована известная прецессионная система, являющаяся приближенной (укороченной) математической моделью [7], которую можно рассматривать как результат математической декомпозиции [8] для исходной модели. В общей динамике систем стабилизации и ориентации применяются различные укороченные системы [9, 10], вводимые в инженерной практике как упрощенные (укороченные) модели, с учетом принятого предположения о больших (или малых) физических параметрах. Это модели с меньшим числом степеней свободы; возможность перехода к ним в качественном анализе требует специальных исследований. Главными целями при этом являются разработка регулярных процедур в моделировании сложных систем с развитием схем в разделении движений системы на разночастотные группы, конструированием корректных упрощенных моделей строгим математическим путем, развитие регулярных методов для определения критериев приемлемости [11, 12]. В случае механических систем это приводит к сингулярно возмущенным задачам с различными типами особенностей, с критическими случаями, нелинейными порождающими системами, которые являются также сингулярными системами [13].

Исходные постановки. Работа базируется на основном положении о методологической связи между проблемами моделирования и методами теории устойчивости А.М. Ляпунова [1, 14, 15]. Такой подход восходит к постулату устойчивости (Н.Г. Четаев) и свойству устойчивости при параметрических возмущениях (П.А. Кузьмин).

При этом универсальный подход основан на постулате сингулярности (Л.К. Кузьмина) с интерпретацией рассматриваемых объектов как систем сингулярно возмущенного класса, синтезирует методы теории устойчивости и теории возмущений. Состояние исходного объекта описывается математической моделью с сингулярными возмущениями. Два основных принципа (постулаты устойчивости и сингулярности) приняты в качестве исходных аксиом. С этих позиций применительно к специфике проблем и особенностей механических систем исходные модели трактуются как сингулярно возмущенные, расчетные модели для них — укороченные модели меньшего порядка. В инженерной практике эти расчетные модели строятся по интуиции, без строгого математического анализа влияния отброшенных членов на динамические свойства. Проблемы корректности и качественной эквивалентности не обсуждаются. В качестве критерия законности этих моделей «интуитивного уровня» принимается эксперимент. Не приводя обширной библиографии, отметим, что, разумеется, необходима общая теория для их строгого обоснования [14–18]. Имеется много примеров конкретного физико-технического содержания [2, 5–7, 16] для такой постановки в механике.

Для иллюстрации приведем некоторые примеры. Например, в динамике механических систем с гироскопами [6, 9] в качестве полной исходной математической модели (ИМ) используют уравнения Лагранжа следующего вида:

ИМ
$$a\ddot{q} + (b+g)\dot{q} + eq = \ldots . \tag{1}$$

Эта модель описывает поведение исследуемого объекта. Здесь k — число степеней свободы; $N = 2k$ — порядок ИМ.

В инженерной практике исследователи, как правило, пренебрегают некоторыми членами и переходят к укороченной модели (УМ) меньшего порядка (при предположении, например, малости некоторых инерциальных членов в системе или быстровращающихся гироскопов) вида

УМ
$$\tilde{a}\ddot{q} + (b+g)\dot{q} + eq = \ldots, \quad \tilde{a} = \left\| a_1, 0 \right\|^{\mathrm{T}}, \tag{2}$$

или

УМ
$$(b+g)\dot{q} + eq = \ldots . \tag{3}$$

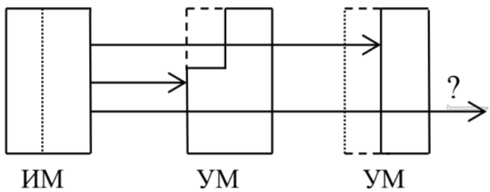
Порядок УМ — $N_У$ ($N_У < N$), для (3) — $N_У = N/2$.

Аналогично в динамике быстрого гироскопа исходная математическая модель, описывающая движение тела с одной закрепленной точкой уравнениями Эйлера, заменяется укороченной моделью [6, 9] вида (3) (моделью прикладной теории гироскопов, называемой прецессионной моделью):

УМ
$$\Omega \times H = M.$$

С точки зрения механики это означает переход от исходной задачи с k степенями свободы к упрощенной задаче ($k_У$ — число степеней свободы; $k_У = N_У/2$; $k_У < k$) [2, 6, 16–18]. Но эти укороченные модели — лишь формализованные математические абстракции, которые не описывают поведение никакого реального объекта [6]; в общем случае $k_У$ — нецелое число [16]. Здесь имеет место математическая декомпозиция [8] для исходной системы. Такая ситуация обусловливает специфические проблемы, актуальные как для теории, так и для инженерной практики:

- методология сведения к корректной модели меньшей размерности в динамическом анализе, включая сложные управляемые системы [1, 3, 14, 19];
- особый случай полной математической декомпозиции [6, 8] (см. рисунок).



Полная математическая декомпозиция

Сформулированные задачи очень важны в динамике систем стабилизации-ориентации с гироскопическими управляющими элементами, для которых имеют место критические особенные (в смысле А.М. Ляпунова) случаи.

Рассмотрим систему одноосной гиростабилизации (ОГС) [7, 9, 19]. Пусть ОГС моделируется как механическая система с безынерционным следящим приводом, где H — собственный кинетический момент гироскопа; $q = (\beta, \alpha, \theta)$; β — угол прецессии; α — угол стабилизации; θ — угол деформации оси подвеса гироскопа (принято, что элементы подвеса гироскопа не обладают абсолютной жесткостью).

В данном случае ИМ — это система вида:

ИМ
$$
\begin{aligned}
A\ddot{\beta} - H\dot{\theta} - H\dot{\alpha} &= -b_1\dot{\beta} + \ldots; \\
J\ddot{\alpha} + B\ddot{\theta} + H\dot{\beta} &= -b_2\dot{\alpha} - e\beta + \ldots; \\
B(\ddot{\theta} + \ddot{\alpha}) + H\dot{\beta} &= -b_3\dot{\theta} - c\theta + \ldots,
\end{aligned}
\tag{4}
$$

где A, J, B — соответствующие моменты инерции; b_1, b_2, b_3 — соответствующие коэффициенты трения; c, e — коэффициенты обобщенных сил потенциального и непотенциального характера. ИМ имеет три степени свободы (k = 3).

В инженерной практике вводят различные укороченные модели (в качестве расчетных моделей) при предположении, что гироскоп быстрый (H — большой параметр):

УМ
$$-H\dot{\theta} - H\dot{\alpha} = -b_1\dot{\beta} + ...; \tag{5}$$
$$H\dot{\beta} = -b_2\dot{\alpha} - e\beta + ...;$$
$$H\dot{\beta} = -b_3\dot{\theta} - c\theta + ...;$$

УМ
$$-H\dot{\theta} - H\dot{\alpha} = -b_1\dot{\beta} + ...; \tag{6}$$
$$\tilde{J}\ddot{\alpha} + H\dot{\beta} = -b_2\dot{\alpha} - e\beta + ...;$$
$$H\dot{\beta} = -b_3\dot{\theta} - c\theta + ...$$

Эти укороченные модели вводят на интуитивном уровне.

Модель (5) — укороченная модель с 1,5 степенями свободы ($k_У$ = 1,5), принимаемая при предположении, что гироскоп быстрый, H — большой параметр. Эта приближенная (прецессионная) модель, известная в прикладной теории быстрых гироскопов, используется в качестве традиционной укороченной модели в инженерной практике. Но это лишь формализованная математическая конструкция с $k_У < k$, $k_У$ — *нецелое* число. Необходимо строгое обоснование для возможности ее использования, с оценками требуемых значений H для законности этой модели.

Модель (6) — другая УМ с $k_У$ = 2, также формальная математическая конструкция ($k_У < k$). В инженерной практике (эту модель называют прецессионной моделью) исследователи принимают, что приемлемость (6) может быть основана на том же самом предположении о быстром вращении гироскопа (с введением в качестве большого параметра H). Детальный анализ показывает, что это некорректное положение. Приемлемость модели (6) основывается на *другом* физическом свойстве, являющимся здесь главным положением (большой параметр связан с большой массой стабилизируемого объекта). В этом случае большой параметр другой и, соответственно, условия приемлемости модели (6) другие.

Главные вопросы применительно к механике рассматриваемых систем ОГС и к проблеме моделирования сложных систем в целом заключаются в следующем:

- как сконструировать укороченную модель строгим аналитическим способом;

- как определить условия корректности укороченной модели;
- какова физическая интерпретация вводимой укороченной модели;
- каков физико-математический смысл упрощенных уравнений?

Проблема приемлемости прецессионной теории не решена. Это очень важная область в теории гироскопических систем и в общей механике, и для фундаментальной проблемы моделирования в целом.

Данные проблемы не только важны с математической точки зрения как сингулярные задачи [13], но они содержат также гносеологический и философский аспекты [19, 20]. Здесь возникают интересные вопросы:

- что такое укороченная модель;
- что значит «существенные» и «несущественные» степени свободы;
- что может быть отброшено;
- как понимать термин «может быть»?

Представляет интерес иная постановка вопроса: не «чем можно пренебречь», а «что должно быть учтено», если исследуется влияние конкретного физического свойства на динамику системы.

Аналогичные задачи имеют место и в общем случае систем СГС, моделируемых как электромеханические системы с учетом переходных процессов в следящих системах. Для них принята ИМ — уравнения Лагранжа — Максвелла/Гапонова [19]. Обозначим эту модель (7), не выписывая здесь.

Общие положения. Последовательные задачи: (a) задача *моделирования* (конструирование УМ строгим математическим путем); (b) задача *приемлемости* (определение условий эквивалентности моделей); (c) задача *оценок* (нахождение областей допустимых значений параметров); (d) задача построения *минимальной* модели [12]. Мощным аппаратом решения этих задач являются методы теории А.М. Ляпунова с расширением свойства параметрической устойчивости на нерегулярный случай (Н.Г. Четаев, П.А. Кузьмин). Главная *гипотеза*: все исследуемые объекты — объекты сингулярно возмущенного класса (Л.К. Кузьмина), причем *всегда существует* такое неособенное, равномерно регулярное преобразование переменных $(q, \dot{q}) \to y$, с помощью которого ИМ может быть приведена к стандартному виду системы с нерегулярными возмущениями:

$$M(\mu)\, dy/dt \;=\; Y(t, \mu, y), \tag{8}$$

где μ — малый положительный безразмерный параметр; $M(\mu) = \| M_{ij}(\mu) \|$; $M_{ii}(\mu) = \mu^{\alpha_i} I$, $0 \le \alpha_i \le r$, I — единичные матрицы; y — N-вектор новых переменных; $Y(t, \mu, y)$ — нелинейная N-вектор-функция с соответствующими свойствами. Система (8), называемая исходной системой (ИС), имеет порядок N (применительно к модели (7) $N = 2n + u$).

Введем в качестве УС для (8) упрощенную систему вида

$$M_s(\mu)\, dy/dt \;=\; Y_s(t, \mu, y). \tag{9}$$

Система (9) имеет порядок $N_s\ (N_s < N)$. Она получена из системы (8) при отбрасывании в элементах всех матриц членов более высокого порядка, чем s, по переменной μ (μ^s, s — заданное наперед число, $s < r$). Система (9) — система сравнения для (8), будем называть ее УС s-уровня (s-системой, или УС$_s$). В рассматриваемой постановке система (9) — это (в расширение классических постановок) система s-приближения по переменной μ для ИС. Здесь $M_s\,(\mu)$ — сингулярная матрица; (8), (9) — сингулярно возмущенные системы; (9) — система дифференциально-алгебраических уравнений.

Возвращаясь в системе (9) к прежним переменным (q, $\dot q$), получим УМ s-уровня (s-модель, УМ$_s$). УМ$_s$ имеет k_s степеней свободы ($k_s = N_s/2$). С точки зрения механики УМ — идеализированная модель (идеализация по *выбранному физическому свойству*, которому соответствует малый параметр μ). Можно ввести иерархические последовательности s-систем и соответствующих s-моделей для разных s ($s = 0,1, \ldots, r–1$) и разных малых параметров (μ, μ_1, μ_2, …). С использованием такого подхода строится *все семейство* возможных УМ для рассматриваемых механических систем (с возможностью отбора минимальной модели по Н.Н. Моисееву).

Разрабатываемый подход дает регулярный алгоритм для построения УМ (в качестве расчетных) исходного объекта (ИО) строгим математическим способом:

$$\text{ИО} \to \underset{(q,\,\dot q)}{\text{ИМ}} \to \underset{(y)}{\text{ИС}} \to \underset{(y)}{\text{УС}} \to \underset{(q,\,\dot q)}{\text{УМ}}. \tag{10}$$

При этом *автоматически* выполняется *декомпозиция* исходной модели на подмодели, исходные переменные состояния и составляющие движения системы подразделяются на разночастотные группы, исходные параметры подразделяются на существенные и несущественные, автоматически выделяются главные степени свободы (в рамках поставленной задачи).

Не останавливаясь на конкретных примерах, отметим, что в работе получены общие результаты, которые дают полное решение по задаче (a). Следующие стадии — задачи (b), (c), (a). Не обсуждая все детали и полученные теоремы, приведем только некоторые итоги в рамках используемого подхода. По задаче (b) (задача приемлемости): известно, что динамические свойства (устойчивость, оптимальность, быстродействие) не обладают декомпозицией. Необходимо, чтобы были выполнены специальные условия [20–22]. Для решения этих вопросов используется развиваемый метод. При этом соответствующие динамические проблемы трактуются как сингулярно возмущенные задачи, в рамках принятой постановки (с расширением традиционной), когда порождающие системы, s-системы, являются также СВС (это s-приближения для ИС). Получены результаты для задачи устойчивости (называемой здесь s-устойчивостью), задачи близости (s-близость как задача устойчивости множества), задачи s-быстродействия.

Приложения к динамике механических систем с большими и малыми параметрами. Ниже приведены примеры использования применительно к рассматриваемым объектам разработанного подхода и алгоритма (10).

Задача моделирования (а). Рассмотрим следующие СГС, моделируемые как электромеханические системы [17, 19], с учетом переходных процессов в следящих системах.

Системы с большими параметрами (СГС с быстрыми гироскопами). В этом случае введен $g = g^*H$, большой параметр $H = 1/\mu$, μ — малый параметр. Построено требуемое преобразование переменных, ИМ представлена в виде (8) как СВС, переменные состояния разделены на три группы: *высокочастотные* $\dot{q}_M$, *среднечастотные* $\dot{q}_E$ и *низкочастотные* q_M переменные. Два вида укороченных моделей — ($УМ_1$ и $УМ_0)_\mu$ — построены (расширение традиционной постановки теории устойчивости о линеаризованной по совокупности всех переменных системе — асимптотические s-приближенные по μ системы) для $s = 1$ и $s = 0$.

Системы с малыми параметрами (СГС с быстродействующими следящими системами). В этом случае в системе с малоинерционными электрическими контурами малый параметр μ_1 соответствует малой постоянной времени электрических цепей. При этом также построено требуемое преобразование переменных, ИМ представлена как СВС, переменные состояния разделены на три *другие* группы: *среднечастотные* $\dot{q}_M$, *высокочастотные* $\dot{q}_E$ и *низкочастотные* q_M переменные. Построены модели $(УМ_1)_{\mu 1}$ порядка $2n$ и $(УМ_0)_{\mu 1}$ порядка n (предельная по μ_1 модель).

Все УМ были получены регулярным математическим путем, по единому алгоритму (10), $(УМ_1)_\mu$ и $(УМ_1)_{\mu 1}$ — известные модели; но $(УМ_0)_\mu$ и $(УМ_0)_{\mu 1}$ — новые (предельные) модели.

СГС с большими стабилизируемыми платформами. В исходной модели массы и моменты инерции гироскопов и их подвесов — малые параметры (по сравнению с массовыми характеристиками стабилизируемых платформ). Здесь вводим другой малый параметр μ_2.

В этой постановке: $a_M = ||a_1, a_2||^{\text{т}}$; $a_1 = a_1(q_M, \mu_2) = a_1{*}\mu_2$; $a_2 = a_2(q_M, \mu_2)$, $a_2(q_M, 0) = \bar{a}_2 \neq 0$. По разработанной схеме построена УМ_0 (по μ_2) порядка $(2n - l + u)$. Это новая укороченная модель СГС с большими стабилизируемыми платформами, *непрецессионная модель*. Таким образом, это новый результат, с новой рабочей УМ, новыми условиями приемлемости, отличными от известных, упоминаемых в работе [10].

Задача приемлемости (b). Задача приемлемости УМ разделена на отдельные подзадачи; постановка проблемы приемлемости модели в общей постановке не корректна (L. Ljung, Л.К. Кузьмина). Здесь в рамках принятой постановки были получены *теоремы о декомпозиции свойства устойчивости* (асимптотической и неасимптотической), *о близости между решениями* ИМ и УМ (с оценками на бесконечном интервале времени), *о декомпозиции свойства быстродействия, о свойстве максимальной степени устойчивости, об оптимальных параметрах.* Результаты получены как для общей теории возмущений, так и для теории механических систем, включая СГС.

Все результаты являются новыми, они получены как развитие методов А.М. Ляпунова и обеспечивают решение задачи моделирования при в анализе динамики систем гиростабилизации, а также дополняют и обобщают известные результаты для сингулярных систем в рассматриваемых критических особенных случаях в задачах декомпозиции (для устойчивости, для близости решений и т. п.).

С точки зрения теории устойчивости рассматриваемое свойство — это аналог свойства устойчивости множества (по Зубову). Назовем это свойство *свойством s-устойчивости*.

С точки зрения теории приближенных методов свойство близости — аналог (A, λ) оценки Н.Г. Четаева для приближенного решения с расширенной $(\varepsilon, \delta, \eta, \gamma)$ оценкой.

Заключение. Развиваемый подход, основанный на методологии теории А.М. Ляпунова, теории возмущений, постулате устойчивости и постулате сингулярности, особенно актуален при анализе динамики сложных междисциплинарных систем авиационной и аэрокосмической техники, с возможностью анализа и синтеза при разделении по каналам управления (робототехнические системы, системы гиростабилизации и т. п.).

При этом большое значение имеет установление взаимосвязи между фундаментальными и прикладными областями, что весьма важно для инженерной практики, в духе классических традиций отечественной научно-образовательной школы (П.Л. Чебышев, А.М. Ляпунов, Н.Г. Четаев), продолжаемой в Казанской Четаевской школе (П.А. Кузьмин, В.М. Матросов и др.).

Автор благодарен Российскому Фонду фундаментальных исследований за поддержку работы (15-08-00393).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Ляпунов А.М. *Собрание сочинений в 5 т. Т. 2: Общая задача об устойчивости движения*. Москва, АН СССР, 1956, с. 7–264.

[2] Четаев Н.Г. Об оценках приближенных интегрирований. *ПММ*, 1957, т. 21, № 3, с. 419–421.

[3] Воронов А.А. *Введение в динамику сложных управляемых систем*. Москва, Наука, 1985.

[4] Персидский К.П. Некоторые критические случаи счетных систем. *Изв. АН Казах. ССР, сер. Математика и механика*, 1951, № 5, с. 3–24.

[5] Kuzmina L.K. Dynamic Systems with Singular Perturbations. *Dynamic systems and applications, Ser.*, 2001, vol. 3, pp. 351–358.

[6] Фролов К.В., Фурман Ф.А. *Прикладная теория виброзащитных систем*. Москва, Машиностроение, 1980.

[7] Меркин Д.Р. *Гироскопические системы*. Москва, Гостехиздат, 1956.

[8] Шиляк Д.Д. *Децентрализованное управление сложными системами*. Москва, Мир, 1991.

[9] Ишлинский А.Ю. *Ориентация, гироскопы и инерциальная навигация*. Москва, Наука, 1976.

[10] Раушенбах Б.В., Токарь Е.Н. *Управление ориентацией космических аппаратов*. Москва, Наука, 1974.

[11] Ljung L. *System Identification: Theory for the User*. Sweden, Prentice-Hall, 1987.

[12] Моисеев Н.Н. *Математические задачи системного анализа*. Москва, Наука, 1981.

[13] Campbell S.L. *Singular Systems of differential equations*. London, Pitman Advanced Publishing Program, 1980.

[14] Четаев Н.Г. Об устойчивых траекториях динамики. *Сб. науч. тр. Казанского авиационного института*, 1936, № 5, с. 3–18.

[15] Кузьмин П.А. Устойчивость при параметрических возмущениях. *ПММ*, 1957, т. 21, № 1, с. 129–132.

[16] Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. *Теория колебаний*. Москва, Наука, 1959.

[17] Kuzmina L.K. General Modelling Problems in Mechanics. *SAMS*, 1997, vol. 29, pp. 105–118.

[18] Kuzmina L.K. Asymptotic Approach to the General Problem of Modelling. *Proc. IEEE-SMC*, 1998, vol. 4.

[19] Кузьмина Л.К. О приемлемости упрощенных уравнений в динамике гироскопических систем. *ПММ*, 1988, т. 52, № 6, с. 915–924.

[20] Kuzmina L.K. Methods of Stability Theory for Singularly Perturbed Problems with Applications to Dynamics. *WCNA Proceedings*, vol. 2, Lakshmikantham, ed. Walter de Gruiter, Berlin, 1996, pp. 1279–1285.

[21] Кузьмина Л.К. К решению сингулярно возмущенной задачи об устойчивости. *ПММ*, 1991, т. 55, № 4, с. 594–601.

[22] Kuzmina L.K. Lyapunov Theory Methods in Stability Problems of Singular Systems. *Int. J. Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Applications*, 2009, vol. 71, no. 12, pp. 2481–2485.

[23] Kuzmina L.K. A.M. Lyapunov Theory Methodology in Fundamental and Applied Problems of Singular Systems. *Dynamic systems and applications*, Dynamic Publishers, 2012, vol. 6, pp. 233–237.

[24] Алпатов А.П., Белоножко П.А., Белоножко П.П., Кузьмина Л.К., Тарасов С.В., Фоков А.А. Перспективы использования и особенности исследования динамики космических манипуляторов с упругими конструктивными элементами. *Техническая механика*, 2012, № 1, с. 82–93.

[25] Алпатов А.П., Белоножко П.А., Белоножко П.П., Григорьев С.В., Тарасов С.В., Фоков А.А., Кузьмина Л.К. Моделирование динамики упругих космических манипуляторов. *Тр. X Междунар. симп.* «*Интеллектуальные системы*». Москва, 2012, с. 369–373.

[26] Кузьмина Л.К., Дегтярев Г.Л., Сомов Е.И. Владимир Мефодьевич Матросов. *Актуальные проблемы авиационных и аэрокосмических систем*, 2011, т. 16, № 2 (33), с. 186–189.

Статья поступила в редакцию 24.08.2016

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Кузьмина Л.К. К задаче о разделении движений в динамике систем гиростабилизации. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2016, вып. 9.

http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2016-09-1536

Статья подготовлена по материалам доклада, представленного на XL Академических чтениях по космонавтике, посвященных памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых — пионеров освоения космического пространства, Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 26–29 января 2016 г.

Кузьмина Людмила Константиновна — ведущий научный сотрудник Казанского авиационного института (КНИТУ — КАИ). Область научных интересов: развитие методов теории устойчивости для сингулярно возмущенных задач, проблемы моделирования, динамика многомасштабных систем. e-mail: Lyudmila.Kuzmina@kpfu.ru

On the problem of motion separation in gyrostabilization system dynamics

© L.K. Kuzmina

Kazan Aviation Institute (KNRTU – KAI), Kazan, 420015, Russia

The article describes developing concepts and methods of classical stability theory with a generalization of the principle of reduction for the general qualitative analysis applied to problems of modeling the dynamics of stabilization, guidance and control systems. On the basis of developed universal approach the original formulation is proposed combining the ideology of Lyapunov's stability theory and asymptotic perturbation theory methods, which allows reducing solving the problems of simulation and analysis of the multiscale system dynamics to a regular circuit with decomposition of the system. Systematic procedures for constructing simplified equivalent systems are presented as comparison systems. At the same time the shortened system (non-linear on the basis of combination of all input variables) and its solution are assumed as the generating system and generating solution. Unlike traditional approaches the generating system is singularly perturbed, generating solution is not degenerate. With regard to the problems of the dynamics of mechanical and mathematical models for the stabilization, guidance and control systems, taking into account their specific structural features, the algorithm is designed using simplified models as the computational ones. Proprietary methodology based on the development of N.G. Chetaev's and V.V. Rumyantsev's ideas allows, using the developed scheme in the framework of the posed dynamic problem, multirate components in system motion to be separated, parameters and variables in the original system to be distinguished as essential and nonessential, "irrelevant" degrees of freedom to be identified in the framework of the problem being solved, with a subsequent transition to the correct shortened model (idealized in the appropriate sense), elucidating the effect of the discarded "inaccuracy" on the dynamic properties. The problems of constructing an optimal mechanical- mathematical model, minimal model (according to N.N. Moiseyev) are solved. The results brought to the engineering level are obtained. There are examples for the gyrostabilization system computational models with the identification of various subclasses of stabilized objects (small satellites, large space stations), with the possibility of separating motions in the dynamics of the stabilization and control systems in the dynamics of multi-axis systems, for small and large objects being stabilized (satellites and space stations) [1–25].Using the fundamental theoretical results in gyrostabilization system engineering problems will provide new solutions for applications in the stabilization, orientation and control problems with the possibility of separation of stabilization and control channels in a nonlinear formulation.

Keywords: *gyrostabilization systems, multiscale systems, decomposition, Liapunov's methods.*

REFERENCES

[1] Lyapunov A.M. *Sobranie sochineniy v 5 tomakh. Tom 2: Obshchaya zadacha ob ustoychivosti dvizheniya* [Five-book collected edition. Vol. 2: The general problem of motion stability]. Moscow, USSR Academy of Sciences Publ., 1956, pp. 7–264.

[2] Chetaev N.G. *Prikladnaya matematika i mekhanika — Applied Mathematics and Mechanics*, 1957, vol. 21, no. 3, pp. 419–421.

[3] Voronov A.A. *Vvedenie v dinamiku slozhnykh upravlyaemykh system* [Introduction to the dynamics of complex controlled systems]. Moscow, Nauka Publ., 1985.

[4] Persidskiy K.P. *Izvestiya akademii nauk Kazakh. SSR. Ser. Matematika i mekhanika — Proceedings of the Kazakh. SSR Academy of Sciences. Series Mathematics and Mechanics,* 1951, no. 5, pp. 3–24.

[5] Kuzmina L.K. *Dynamic systems and applications, Ser.*, 2001, vol. 3, pp. 351–358.

[6] Frolov R.V., Furman F.A. *Prikladnaya teoriya vibrozashchitnykh system* [Applied theory of vibration isolation systems]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1980.

[7] Merkin D.R. *Giroskopicheskie sistemy* [Gyroscopic systems]. Moscow, Gostekhizdat Publ., 1956.

[8] Shilyak D.D. *Detsentralizovannoe upravlenie slozhnymi sistemami* [Decentralized control of complex systems]. Moscow, Mir Publ., 1991.

[9] Ishlinskiy A. Yu. *Orientatsiya, giroscopy i inertsialnaya navigatsiya* [Orientation, gyroscopes and inertial navigation]. Moscow, Nauka Publ., 1976.

[10] Raushenbakh B.V., Tokar E.N. *Upravlenie orientatsiey kosmicheskikh apparatov* [Control of spacecraft orientation]. Moscow, Nauka Publ., 1974.

[11] Ljung L. *System Identification: Theory for the User*. Sweden, Prentice-Hall, 1987.

[12] Moiseev N.N. *Matematicheskie zadachi sistemnogo analiza* [Mathematical problems of system analysis]. Moscow, Nauka Publ., 1981.

[13] Campbell S.L. *Singular Systems of differential equations*. London, Pitman Advanced Publishing Program, 1980.

[14] Chetaev N.G. *Sbornik nauchnykh trudov Kazanskogo aviatsionnogo instituta — Proceedings of Kazan Aviation Institute*, 1936, no. 5, pp. 3–18.

[15] Kuzmin P.A. *Prikladnaya matematika i mekhanika — Applied Mathematics and Mechanics*, 1957, vol. 21, no. 1, pp. 129–132.

[16] Andronov A.A., Vitt A.A., Khaykin S.E. *Teoriya kolebaniy* [Oscillation theory]. Moscow, Nauka Publ., 1959.

[17] Kuzmina L.K. *SAMS*, 1997, vol. 29, pp. 105–118.

[18] Kuzmina L.K. Asymptotic Approach to the General Problem of Modelling. *Proc. IEEE-SMC,* 1998, vol. 4.

[19] Kuzmina L.K. *Prikladnaya matematika i mekhanika — Journal of Applied Mathematics and Mechanics,* 1988, vol. 52, no. 6, pp. 915–924.

[20] Kuzmina L.K. Methods of stability theory for singularly perturbed problems with applications to dynamics. *WCNA Proceedings*, vol. 2, Lakshmikantham, ed. Walter de Gruiter, Berlin, 1996, pp. 1279–1285.

[21] Kuzmina L.K. *Prikladnaya matematika i mekhanika — Journal of Applied Mathematics and Mechanics,* 1991, vol. 55, no. 4, pp. 594–601.

[22] Kuzmina L.K. *Int. J. Nonlinear analysis: Theory, Methods and Applications,* 2009, vol. 71, no. 12, pp. 2481–2485.

[23] Kuzmina L.K. *Dynamic systems and applications*. Dynamic Publishers, USA, 2012, vol. 6, pp. 233–237.

[24] Alpatov A.P., Belonozhko P.A., Belonozhko P.P., Kuzmina L.K., Tarasov S.V., Fokov A.A. *Tekhnicheskaya mekhanika. Natsionalnaya akademiya nauk Ukrainy — Engineering Mechanics. The National Academy of Sciences of Ukraine*, 2012, no. 1, pp. 82–93.

[25] Alpatov A.P., Belonozhko P.A., Belonozhko P.P., Grigoryev S.V., Tarasov S.V., Fokov A.A., Kuzmina L.K. Modelirovanie dinamiki uprugikh kosmicheskikh manipulyatorov [Simulation of dynamics of stiff space manipulators]. *Trudy X*

Mezhdunarodnogo simpoziuma "Intellektualnye sistemy" [Proceedings of the X International Symposium "Intelligent Systems". Moscow, 2012, pp. 369–373.

[26] Kuzmina L.K., Degtyarev G.L., Somov E.I. *Aktualnye problemy aviatsionnykh i aerokosmicheskikh system — Actual problems of aviation and aerospace systems*, 2011, vol. 16, no. 2 (33), pp. 186–189.

Kuzmina L.K., Leading Research Scientist, Kazan Aviation Institute — National Research Technical University named after A.N. Tupolev. Research interests: development of methods of stability theory for a class of singularly perturbed problems, problems of simulation, dynamics of multiscale systems. e-mail: Lyudmila.Kuzmina@kpfu.ru