УДК 681.5.09 DOI 10.18698/2308-6033-2016-09-1532

Спутниковое навигационно-баллистическое обеспечение в задаче повышения точности инерциальной навигационной системы

© С.Н. Илюхин, А.Н. Клишин, О.С. Швыркина

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Изложены основы коррекции инерциальной навигационной системы с помощью данных, периодически получаемых от спутниковых навигационных систем. Обоснована необходимость таких коррекций и представлены основные типы ошибок инерциальной навигационной системы, вклад каждой из которых наглядно проиллюстрирован. Описаны способы использования спутниковой навигационной информации для повышения точности полета летательного аппарата. Подробно описан алгоритм работы инерциальной навигационной системы и проведен анализ ее наблюдаемости по данным спутниковой навигации. Разработан оптимальный рекуррентный алгоритм оценивания координат движения летательного аппарата по дискретным данным спутниковой навигационной системы.

Ключевые слова: *инерциальная система управления, спутниковая навигационная система, наблюдаемость, точность.*

Введение. Повышение точности полета управляемых ракет является стратегически важной наукоемкой задачей, не теряющей своей актуальности несмотря на широкий объем исследований и достижений в этой области [1, 2]. Баллистические ракеты тактического и стратегического назначения имеют автономную систему управления полетом на основе инерциальных (ИНС) или бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС), получающих информацию о текущем местоположении летательного аппарата (ЛА) путем интегрирования информации с акселерометров, включенных в состав бортового измерительного комплекса [3]. Процесс интегрирования реализуется непосредственно в датчике ускорения, ориентированном в пространстве с использованием гироскопических устройств. Такие гироинтеграторы (ГИ) выдают непосредственно значения кажущейся скорости.

Присущий данным системам ряд методических и инструментальных погрешностей приводит к снижению точности попадания ракеты в район цели [4]. К погрешностям ИНС, помимо вычислительных ошибок, в первую очередь следует отнести (см. рисунок):

- отклонение углов привязки чувствительных осей ГИ к базовым плоскостям гиростабилизированной платформы (ГСП) $OX_пZ_п$ и $OX_пY_п$($\delta_{\mu i}$, $\delta_{\chi i}$, i =1, 2, 3) (см. рис., поз. *1*);
- отклонение масштабного коэффициента i-го ГИ (δk_i) (поз. *2*);

• дрейф нулевого сигнала *i*-го ГИ (δh_i) (поз. *3*);

• уходы ГСП, независимые от перегрузки (ω_1, ω_2, ω_3) (поз. *4*);

• уходы ГСП, пропорциональные ускорению свободного падения (ω_1^n, ω_2^n, ω_3^n) (поз. *5*);

• отклонение углов выставки ГСП ($\delta\alpha_x$, $\delta\alpha_y$, $\delta\alpha_z$) (поз. *6*).

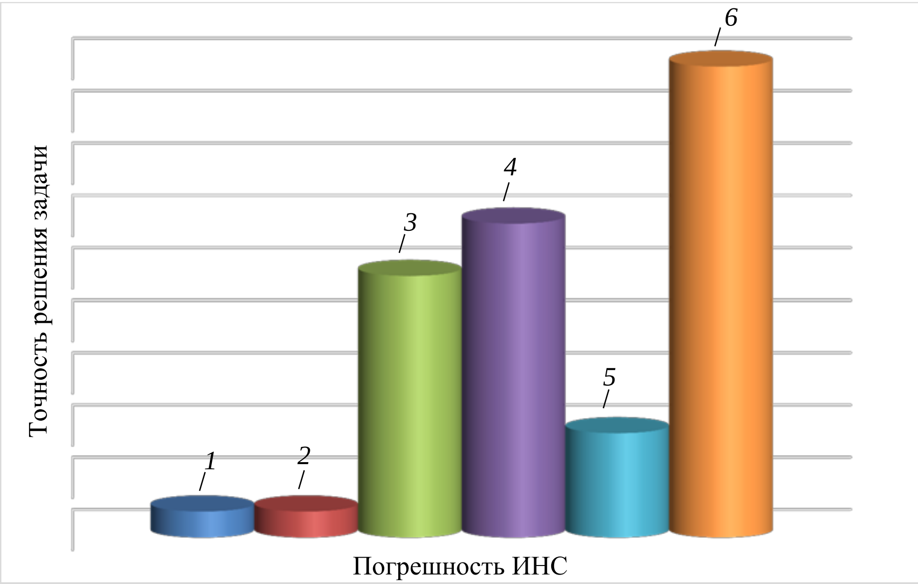

Диаграмма влияния погрешностей ИНС на точность решения навигационной задачи

Для повышения точности вычисления координат объекта с помощью ИНС необходимо решить следующие задачи:

• исследование влияния отклонений ИНС на точность определения координат объекта;

• рассмотрение возможности решения задачи оценивания параметров ИНС по измерениям, полученным от других высокоточных систем, в частности, от спутниковой навигационной системы (СНС) [5].

Определение положения и скорости ЛА путем использования спутниковой информации — одно из наиболее востребованных направлений развития современной навигации. Важным направлением коррекции ИНС является использование информации от СНС (GPS, ГЛОНАСС). Однако такое решение несколько снижает уровень автономности системы управления полетом, обусловливая зависимость ЛА от внешних источников сигналов. Необходимо проводить исследования в этой области для достижения максимально эффективного взаимодействия ИНС и СНС.

Варианты схем коррекции параметров квазиавтономной системы управления СНС. Выделим четыре варианта взаимодействия ИНС и СНС при коррекции ИНС [6].

1. Периодическое обнуление ошибок ИНС в вычислении составляющих положения и скорости ЛА, например с использованием схемы компенсации. Это наиболее очевидный и простой, но не самый рациональный путь построения навигационного комплекса. Интервал подобного обнуления выбирается с учетом допустимых навигационных ошибок и скорости их нарастания. В большинстве случаев это приводит к необходимости частой коррекции ИНС, значительно снижая автономность системы управления.

2. Построение корректирующих фильтров на основе полиномов, характеризующих изменения ошибок навигационных параметров. Формирование таких операторов проводится по информации от СНС. В этом случае имеется возможность прогнозирования ошибок ИНС и их частичной компенсации между коррекциями. Этот вариант позволяет повысить точность и степень автономности системы навигации, однако требует создания сложных математических моделей, адекватно описывающих изменения ошибок ИНС.

3. На основе информации от СНС можно оценивать основные ошибки ИНС, а также использовать эти оценки для динамической компенсации в пределах интервалов автономности. Поправки целесообразно вводить математически, непосредственно в вычислительном устройстве ИНС. В этом случае смысл коррекции сводится к аналогии с начальной выставкой ИНС.

4. Возможно также построение демпфируемых ИНС, когда измерения с СНС вводятся непосредственно в контур работы ИНС, приводя к корректировке системы дифференциальных уравнений, описывающих функционирование ИНС. Такая методика в какой-то мере реализует принципы адаптивной системы управления [7].

При выборе схемы взаимодействия навигационных подсистем ЛА необходимо учитывать требования по обеспечению высокой точности, помехозащищенности и надежности. Как показывают многолетние исследования, наилучшим образом данным требованиям соответствует третий вариант взаимодействия ИНС и СНС.

Математическая модель решения навигационной задачи ИНС. Рассмотрим порядок вычисления истинных координат движения ЛА при использовании ИНС. Описание таких алгоритмов удобно проводить в матричном виде. Прежде всего следует определить проекции приращения кажущейся скорости на оси подвижной инерциальной системы координат (СКПИ), используемой в системе управления ЛА:

$$\Delta\mathbf{V}_k\left(t_n\right)=\begin{pmatrix}\Delta\mathbf{x}_k\left(t_n\right)\\ \Delta\mathbf{y}_k\left(t_n\right)\\ \Delta\mathbf{z}_k\left(t_n\right)\end{pmatrix}.$$

С учетом ошибок работы ИНС данное приращение определяют по следующей формуле:

$$\Delta\mathbf{V}_k\left(t_n\right)=Q_\omega Q_\alpha Q_{\text{п}}\left[\left(E-K\right)\Delta W\left(t_n\right)-\boldsymbol{\delta}\mathbf{H}t_n\right].$$

Здесь

$$Q_\omega=\begin{pmatrix}1 & -\alpha_Z^\omega & \alpha_Y^\omega\\ \alpha_Z^\omega & 1 & -\alpha_X^\omega\\ -\alpha_Y^\omega & \alpha_X^\omega & 1\end{pmatrix}$$ — матрица углов уходов ГСП;

$Q_\propto = A_z A_x A_y$ — матрица направляющих косинусов, связывающая систему координат (СКПИ) $OX_{\text{п}}Y_{\text{п}}Z_{\text{п}}$ и измерительную систему координат $OX_{\text{и}}Y_{\text{и}}Z_{\text{и}}$;

$$A_x=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\alpha_x & -\sin\alpha_x\\ 0 & \sin\alpha_x & \cos\alpha_x\end{pmatrix};$$

$$A_y=\begin{pmatrix}\cos\alpha_y & 0 & \sin\alpha_y\\ 0 & 1 & 0\\ -\sin\alpha_y & 0 & \cos\alpha_y\end{pmatrix};$$

$$A_z=\begin{pmatrix}\cos\alpha_z & -\sin\alpha_z & 0\\ \sin\alpha_z & \cos\alpha_z & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix};$$

α_x, α_y, α_z — углы, характеризующие взаимное положение систем координат $OX_{\text{п}}Y_{\text{п}}Z_{\text{п}}$ и $OX_{\text{и}}Y_{\text{и}}Z_{\text{и}}$ [8];

$$Q_n=U-\sum_{i=1}^{3}U\frac{\partial Q_0}{\partial\mu_i}U\partial\mu_i-\sum_{i=1}^{3}U\frac{\partial Q_0}{\partial\chi_i}U\partial\chi_i\,;$$

$U=Q_0^{-1}$ — матрица пересчета показаний ГИ на оси СКПИ при ориентации их осей чувствительности;

$$Q_0=\begin{pmatrix}\sqrt{\cos^2\chi_1^0-\sin^2\mu_1^0} & \sin\mu_1^0 & -\sin\chi_1^0\\ \sqrt{\cos^2\chi_2^0-\sin^2\mu_2^0} & \sin\mu_2^0 & -\sin\chi_2^0\\ \sqrt{\cos^2\chi_3^0-\sin^2\mu_3^0} & \sin\mu_3^0 & -\sin\chi_3^0\end{pmatrix}$$ — матрица ориентации ГИ;

μ_i^0, χ_i^0 — углы между осью чувствительности i-го ГИ при расчетной ориентации и базовыми плоскостями $OX_\text{п}Z_\text{п}$ и $OX_\text{п}Y_\text{п}$ соответственно;

E — единичная матрица;

$K = \operatorname{diag}\left(\delta k_1 \delta k_2 \delta k_3\right)$ — диагональная матрица, элементами которой являются систематические отклонения масштабных коэффициентов ГИ;

$\Delta W\left(t_n\right) = \begin{pmatrix} \Delta W_1\left(t_n\right) \\ \Delta W_2\left(t_n\right) \\ \Delta W_3\left(t_n\right) \end{pmatrix}$ — приращение показаний ГИ на интервале времени $t_n - t_{n-1}$, соответствующем n-му такту счета;

$\boldsymbol{\delta}\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\delta}\mathbf{h}_1 \\ \boldsymbol{\delta}\mathbf{h}_2 \\ \boldsymbol{\delta}\mathbf{h}_3 \end{pmatrix}$ — вектор систематических составляющих дрейфов нулевых сигналов ГИ.

Элементы матрицы Q_ω вычисляют по формулам:

$$\alpha_x^\omega\left(t_n\right) = \left(0{,}866\omega_1 + 0{,}5\omega_2\right)t_n + \left[\dot{x}_k\left(t_{n-1}\right)0{,}75 - 0{,}433\dot{y}_k\left(t_{n-1}\right)\right]\frac{\omega_1^n}{g_0} +$$

$$+\left[0{,}25\dot{x}_k\left(t_{n-1}\right) - 0{,}433\dot{y}_k\left(t_{n-1}\right)\right]\frac{\omega_2^n}{g_0};$$

$$\alpha_y^\omega\left(t_n\right) = \left(-0{,}5\omega_1 + 0{,}866\omega_2\right)t_n + \left[0{,}25\dot{y}_k\left(t_{n-1}\right) - 0{,}433\dot{x}_k\left(t_{n-1}\right)\right]\frac{\omega_1^n}{g_0} +$$

$$+\left[0{,}433\dot{x}_k\left(t_{n-1}\right) + 0{,}75\dot{y}_k\left(t_{n-1}\right)\right]\frac{\omega_2^n}{g_0};$$

$$\alpha_z^\omega\left(t_n\right) = \omega_3 t_n + \dot{x}_k\left(t_{n-1}\right)\frac{\omega_3^n}{g_0},$$

где $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ — уходы ГСП, не зависящие от перегрузки; $\omega_1^n, \omega_2^n, \omega_3^n$ — систематические составляющие уходов ГСП, зависящие от ускорения свободного падения.

Вычисление проекций кажущейся скорости на оси СКПИ проводятся путем элементарного суммирования ее приращений:

$$\mathbf{V}_k\left(t_n\right) = \mathbf{V}_k\left(t_{n-1}\right) + \Delta\mathbf{V}_k\left(t_n\right),$$

где $\mathbf{V}_k\left(t_n\right) = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}_k\left(t_n\right) \\ \dot{\mathbf{y}}_k\left(t_n\right) \\ \dot{\mathbf{z}}_k\left(t_n\right) \end{pmatrix}$ — вектор проекций кажущейся скорости в момент времени t_n.

Истинную скорость ЛА и его координаты вычисляют путем дальнейшего интегрирования:

$$V(t_n) = V_k(t_n) + G(t_n);$$

$$X(t_n) = \int_0^{t_n} V(t)\partial t,$$

где $G(t_n) = \begin{pmatrix} \int_0^{t_n} g_x(t)\partial t \\ \int_0^{t_n} g_y(t)\partial t \\ \int_0^{t_n} g_z(t)\partial t \end{pmatrix}.$

Очевидно, что для формирования алгоритмов коррекции ИНС по данным СНС необходимо прежде исследовать модель работы ИНС на наблюдаемость [9] набором параметров, получаемых от СНС.

Анализ наблюдаемости параметров ИНС набором измерений СНС. Анализ влияния отклонений параметров ИНС на точность определения координат ЛА с помощью ИНС позволяет выделить параметры, определяющие в основном погрешность определения координат. Это углы начальной выставки α_x, α_y, α_z, независимые от перегрузки уходы ГСП $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ и дрейф нулевого сигнала i-го ГИ (см. рисунок).

Поэтому для упрощения анализа наблюдаемости параметров ИНС по измерениям СНС на начальном участке движения ЛА модель вычисления проекций приращений кажущейся скорости $\Delta V_k(t_n)$ с достаточной точностью может быть принята в виде

$$\Delta V_k^M(t_n) = Q_\propto Q_\text{п} \Delta W(t_n).$$

Запишем выражение для вычисления кажущейся скорости:

$$V_k(t_n) = V_k(t_{n-1}) + \Delta V_k^M(t_n).$$

Выражение для вычисления координат по кажущейся скорости примет вид

$$X_k(t_n) = \int_0^{t_n} V_k(t)\partial t$$

или в дискретной форме

$$X_{ki}=\sum_{j=1}^{i}V_{kj}\Delta t+X_0=X_0+Q_\alpha Q_n\sum_{j=1}^{i}\Delta W_j\Delta t=Q_\alpha Q_n W_i+X_0. \qquad (1)$$

Рассмотрим решение задачи оценивания углов α_x, α_y, α_z по приращениям показаний ГИ на интервале времени $t_i - t_{i-1}$, соответствующем i-му такту измерений проекций скорости $Z_{Vi}^{\text{СНС}}$ с помощью СНС при $\Delta t = 1$ с.

При этом

$$\Delta W_i=\begin{pmatrix}\Delta W_{1i}\\ \Delta W_{2i}\\ \Delta W_{3i}\end{pmatrix};$$

$$Z_{Vi}^{\text{СНС}}=\begin{pmatrix}Z_{Vxi}^{\text{СНС}}\\ Z_{Vyi}^{\text{СНС}}\\ Z_{Vzi}^{\text{СНС}}\end{pmatrix};\ \alpha_{xi}=\alpha_{x(i-1)},\ \alpha_{yi}=\alpha_{y(i-1)},\ \alpha_{zi}=\alpha_{z(i-1)}. \qquad (2)$$

Углы α_x, α_y, α_z имеют неизвестные постоянные значения.

Учитывая принятую модель вычисления координат ЛА, запишем алгоритм вычисления координат по кажущейся скорости с помощью СНС в дискретном виде:

$$Z_{xki}^{\text{СНС}}=X_i^{\text{ИСТ}}+H_i=X_0+\sum_{j=1}^{i}Z_{Vj}^{\text{СНС}}\Delta t-\sum_{j=1}^{i}G_j\Delta t, \qquad (3)$$

где $X_i^{\text{ИСТ}}$ — истинные значения координат, вычисленные по кажущейся скорости;

$\mathbf{H}_i=\begin{pmatrix}\mathbf{h}_{xi}\\ \mathbf{h}_{yi}\\ \mathbf{h}_{zi}\end{pmatrix}$ — вектор измерительных шумов;

$\mathbf{X}_0=\begin{pmatrix}\mathbf{x}_0\\ \mathbf{y}_0\\ \mathbf{z}_0\end{pmatrix}$ — вектор начальных значений координат;

$$G_i=\begin{pmatrix}\sum_{j=1}^{i}g_{xj}(t)\Delta t\\ \sum_{j=1}^{i}g_{yj}(t)\Delta t\\ \sum_{j=1}^{i}g_{zj}(t)\Delta t\end{pmatrix},\ \Delta t=1\text{ с.}$$

При этом статические характеристики измерительного шума имеют вид

$$M\left[h_{xi}\right]=M\left[h_{yi}\right]=M\left[h_{zi}\right]=0;$$

$$D_{hi}=\begin{pmatrix} D_{hxi} & 0 & 0 \\ 0 & D_{hyi} & 0 \\ 0 & 0 & D_{hzi} \end{pmatrix};$$

$$D_{hxi}=D_{x0}+\frac{D_{hVxi}^{\text{СНС}}}{i},$$

$$D_{hyi}=D_{y0}+\frac{D_{hVyi}^{\text{СНС}}}{i},$$

$$D_{hzi}=D_{z0}+\frac{D_{hVzi}^{\text{СНС}}}{i}.$$

Учитывая, что вектор начальных значений координат должен использоваться как для вычисления координат по кажущейся скорости по измерениям ΔW_i ГИ ИНС, так и по измерениям проекций скорости с помощью СНС и имеет при этих расчетах одно и тоже значение, принимаем для упрощения $X_0 = 0$, $\mathrm{D}_{x0} = \mathrm{D}_{y0} = \mathrm{D}_{z0} = 0$.

Таким образом, по вычисленным значениям координат по кажущейся скорости движения ЛА по измерениям проекций скорости СНС и по измерениям ИНС приращений показаний ГИ ΔW_i требуется оценить углы α_x, α_y, α_z, (входящие в матрицу Q_α).

Тогда после перемножения элементарных матриц поворотов получим

$$Q_\alpha=\begin{pmatrix} \cos\alpha_x\cos\alpha_y-\sin\alpha_x\sin\alpha_y\sin\alpha_z & -\cos\alpha_x\sin\alpha_z & \cos\alpha_z\sin\alpha_y+\sin\alpha_x\cos\alpha_y\sin\alpha_z \\ \sin\alpha_z\cos\alpha_y+\sin\alpha_x\sin\alpha_y\cos\alpha_z & \cos\alpha_x\cos\alpha_z & \sin\alpha_z\sin\alpha_y-\sin\alpha_x\cos\alpha_y\cos\alpha_z \\ -\cos\alpha_x\sin\alpha_y & \sin\alpha_x & \cos\alpha_x\cos\alpha_y \end{pmatrix}.$$

Для решения задачи оценивания введем обобщенный вектор оцениваемых параметров:

$$\mathbf{U}_i=\left(\mathbf{x}_{ki}\quad \mathbf{y}_{ki}\quad \mathbf{z}_{ki}\quad \boldsymbol{\alpha}_{xi}\quad \boldsymbol{\alpha}_{yi}\quad \boldsymbol{\alpha}_{zi}\right)^{\text{т}},$$

Это позволяет записать систему уравнений (1)–(3) в виде

$$\begin{gathered} U_i=f\left(U_{i-1},W_i\right); \\ Z_{xki}^{\text{СНС}}=\Omega U_i+H_i, \end{gathered} \tag{4}$$

где $f\left(U_{i-1},\ W_i\right)=\begin{pmatrix} X_0+Q_{\alpha(i-1)}Q_nW_i \\ \alpha_{x(i-1)} \\ \alpha_{y(i-1)} \\ \alpha_{z(i-1)} \end{pmatrix}$,

а матрица измерений имеет следующий вид:

$$\Omega=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Для решения нелинейной системы уравнений (1)–(4) относительно обобщенного вектора $\mathbf{U}_i$ применим метод квазилинеаризации:

$$\mathbf{U}_i = f\left(\hat{\mathbf{U}}_{i-1},W_i\right)+F_u\left(\mathbf{U}_{i-1}-\hat{\mathbf{U}}_{i-1}\right).$$

Здесь

$$F_u=\left[\frac{\partial f\left(\hat{U}_{i-1},W_i\right)}{\partial U}\right]_{\hat{U}_{i-1},W_i}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$ — матрица

перехода;

$$a_{11}=-\sin\hat{\alpha}_{z(i-1)}\cos\hat{\alpha}_{x(i-1)}\sin\hat{\alpha}_{y(i-1)}A+\sin\hat{\alpha}_{z(i-1)}\sin\hat{\alpha}_{x(i-1)}B+$$
$$+\sin\hat{\alpha}_{z(i-1)}\cos\hat{\alpha}_{x(i-1)}\cos\hat{\alpha}_{y(i-1)}C;$$
$$a_{12}=-(\cos\hat{\alpha}_{z(i-1)}\sin\hat{\alpha}_{y(i-1)}+\sin\hat{\alpha}_{z(i-1)}\sin\hat{\alpha}_{x(i-1)}\cos\hat{\alpha}_{y(i-1)})A+$$
$$+(\cos\hat{\alpha}_{z(i-1)}\cos\hat{\alpha}_{y(i-1)}-\sin\hat{\alpha}_{z(i-1)}\sin\hat{\alpha}_{x(i-1)}\sin\hat{\alpha}_{y(i-1)})C;$$
$$a_{13}=-\left(\sin\hat{\alpha}_{z(i-1)}\cos\hat{\alpha}_{y(i-1)}+\cos\hat{\alpha}_{z(i-1)}\sin\hat{\alpha}_{x(i-1)}\sin\hat{\alpha}_{y(i-1)}\right)A+$$
$$+\cos\hat{\alpha}_{z(i-1)}\cos\hat{\alpha}_{x(i-1)}B+(-\sin\hat{\alpha}_{z(i-1)}\sin\hat{\alpha}_{y(i-1)}+$$
$$+\cos\hat{\alpha}_{z(i-1)}\sin\hat{\alpha}_{x(i-1)}\cos\hat{\alpha}_{y(i-1)})C;$$

$$a_{21}=\cos\hat{\alpha}_{z(i-1)}\cos\hat{\alpha}_{x(i-1)}\sin\hat{\alpha}_{y(i-1)}A-\cos\hat{\alpha}_{z(i-1)}\sin\hat{\alpha}_{x(i-1)}B+$$

$$+\cos\hat{\alpha}_{z(i-1)}\cos\hat{\alpha}_{x(i-1)}\cos\hat{\alpha}_{y(i-1)}C;$$

$$a_{22}=\left(-\sin\hat{\alpha}_{z(i-1)}\sin\hat{\alpha}_{y(i-1)}+\cos\hat{\alpha}_{z(i-1)}\sin\hat{\alpha}_{x(i-1)}\cos\hat{\alpha}_{y(i-1)}\right)A+$$

$$+(\sin\hat{\alpha}_{z(i-1)}\cos\hat{\alpha}_{y(i-1)}+\cos\hat{\alpha}_{z(i-1)}\sin\hat{\alpha}_{x(i-1)}\sin\hat{\alpha}_{y(i-1)})C;$$

$$a_{23}=\left(\cos v_{z(i-1)}\cos\hat{\alpha}_{y(i-1)}-\sin\hat{\alpha}_{z(i-1)}\sin\hat{\alpha}_{x(i-1)}\sin\hat{\alpha}_{y(i-1)}\right)A+$$

$$+\sin\hat{\alpha}_{z(i-1)}\cos\hat{\alpha}_{x(i-1)}B+(\cos\hat{\alpha}_{z(i-1)}\sin\hat{\alpha}_{y(i-1)}+$$

$$+\sin\hat{\alpha}_{z(i-1)}\sin\hat{\alpha}_{x(i-1)}\cos\hat{\alpha}_{y(i-1)})C;$$

$$a_{31}=-\sin\hat{\alpha}_{z(i-1)}\sin\hat{\alpha}_{y(i-1)}A+\cos\hat{\alpha}_{x(i-1)}B-\sin\hat{\alpha}_{x(i-1)}\cos\hat{\alpha}_{y(i-1)}C;$$

$$a_{32}=-\cos\hat{\alpha}_{z(i-1)}\cos\hat{\alpha}_{y(i-1)}A-\cos\hat{\alpha}_{x(i-1)}\sin\hat{\alpha}_{y(i-1)}C;$$

$$a_{33}=0.$$

Поскольку $W_i=\sum_{j=1}^{i}\Delta W_j\Delta t=\begin{pmatrix}W_{1i}\\W_{2i}\\W_{3i}\end{pmatrix}$, то $A=b_{11}W_{1i}+b_{12}W_{2i}+b_{13}W_{3i}$;

$B=b_{21}W_{1i}+b_{22}W_{2i}+b_{23}W_{3i}$; $C=b_{31}W_{1i}+b_{32}W_{2i}+b_{33}W_{3i}$,

где $Q_n=\begin{pmatrix}b_{11}&b_{12}&b_{13}\\b_{21}&b_{22}&b_{23}\\b_{31}&b_{32}&b_{33}\end{pmatrix}$ — матрица с постоянными коэффициентами.

Для решения задачи оценивания параметров обобщенного вектора $\mathbf{U}_i$ применим байесовский подход [10], сводящий решение задачи к вычислению условной апостериорной плотности вероятности обобщенного вектора при условии вычисленных координат движущегося ЛА по измерениям проекций скоростей СНС и измерениям ΔW_i ГИ ИНС.

Применяя байесовский подход, получаем выражения для вычисления двух достаточных статистик апостериорной плотности вероятности распределения обобщенного вектора $\mathbf{U}_i$:

$$\mathbf{U}_i=f\left(\hat{U}_{i-1},W_i\right)+P_i\Omega^{\mathrm{T}}D_{hi}^{-1}\left[Z_{xki}^{\mathrm{CHC}}-\Omega f\left(\hat{U}_{i-1},W_i\right)\right];\qquad(5)$$

$$P_i = M_i - M_i\Omega^{\text{т}}\left(D_{hi} + \Omega M_i\Omega^{\text{т}}\right)^{-1}\Omega M_i, \qquad (6)$$

где $M_i = F_u F_{i-1} F_u^{\text{т}}$.

Выбирая в качестве критерия оптимизации минимум среднего квадрата ошибки, получаем, что найденное условное математическое ожидание (5) является оптимальным алгоритмом оценивания, а точность оценок обобщенного вектора характеризует ковариационная матрица ошибок оценок P_i (6).

Заключение. Получен оптимальный рекуррентный алгоритм оценивания координат движения ЛА (вычисленных по кажущейся скорости) и углов α_x, α_y, α_z, обеспечивающий наименьшую ошибку оценивания. Теоретическая постановка данной задачи и классический подход к ее решению, обеспечивают применимость данного алгоритма для различных существующих и перспективных ИНС. Достаточно полное описание принципов функционирования ИНС и проводимой математической обработки позволяют значительно упростить понимание методики коррекции ИНС по данным СНС.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Лысенко Л.Н. *Наведение и навигация баллистических ракет*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007.

[2] Илюхин С.Н. Синтез системы наведения и контура стабилизации методом ЛАХ на примере произвольной модели ЗУР. *Молодежный науч.-техн. вестник*, 2012, № 7. URL: http://sntbul.bmstu.ru/doc/467279.html

[3] Горенштейн И.А., Шульман И.А. *Инерциальные навигационные системы.* Москва, Машиностроение, 1979.

[4] Беневольский С.В., Бурлов В.В., Казаковцев В.П. и др. *Учебник для курсантов и слушателей ГРАУ. Баллистика.* Лысенко Л.Н., ред. Пенза, ПАИИ, 2005.

[5] Перов А.И., Харисов В.Н., ред. *ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования*. 4-е изд., перераб. и доп. Москва, Радиотехника, 2010.

[6] Солунин В.Л., ред. *Основы теории систем управления высокоточных ракетных комплексов сухопутных войск*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001.

[7] Платунова А.В., Клишин А.Н., Илюхин С.Н. Основы адаптивного управления высокоточными летательными аппаратами. *Материалы XXXIX академических чтений по космонавтике*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015, с. 333–334.

[8] Андреев А.Н., Войтенко С.И., Нуждин Б.С. *Баллистика ракет*. Москва, Военная академия Петра Великого, 2005.

[9] Дегтярёв А.А. *Методы исследования наблюдаемости динамических систем. Методические указания*. Самара, СГАКУ им. С.П. Королёва, 1994.

[10] Моррис У.Т. *Наука об управлении. Байесовский подход.* Москва, Мир, 1971.

Статья поступила в редакцию 11.07.2016

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Илюхин С.Н., Клишин А.Н., Швыркина О.С. Спутниковое навигационно-баллистическое обеспечение в задаче повышения точности инерциальной навигационной системы. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2016, вып. 9.

http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2016-09-1532

Статья подготовлена по материалам доклада, представленного на XL Академических чтениях по космонавтике, посвященных памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых — пионеров освоения космического пространства, Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 26–29 января 2016 г.

Илюхин Степан Николаевич родился в 1990 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2013 г. Ассистент кафедры «Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 17 научных и научно-популярных работ в области баллистики, динамики полета, управления движением летательных аппаратов и истории оружия. e-mail: iljukhin.stepan@rambler.ru

Клишин Алексей Николаевич родился в 1975 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 1999 г. Доцент кафедры «Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 150 научных и научно-популярных работ в области баллистики, динамики полета, управления движением летательных аппаратов и истории оружия. e-mail: alkl@mail.ru

Швыркина Ольга Сергеевна родилась в 1992 г. Студентка кафедры «Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов» МГТУ им. Н.Э. Баумана.
e-mail: bonjour15@mail.ru

Satellite navigation and ballistic support in the problem of improving inertial navigation system accuracy

© S.N. Ilyuhin, A.N. Klishin, O.S. Shvyrkina

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The article gives information on the fundamentals of inertial navigation system correction with data periodically received from the satellite navigation systems, substantiates such corrections necessity, and illustrates the main types of inertial navigation system errors. We consider the ways of using satellite navigation data to improve the spacecraft flight accuracy. The study also describes in detail the inertial navigation system algorithm and analyses its observability according to satellite navigation data. The object of the study was to obtain an optimal recursive algorithm for estimating spacecraft coordinates according to the satellite navigation system discrete data.

Keywords: *inertial control system, satellite navigation system, observability, accuracy.*

REFERENCES

[1] Lysenko L.N. *Navedenie i navigatsiya ballisticheskikh raket* [Ballistic missiles guidance and navigation]. Moscow, BMSTU Publ., 2007.

[2] Ilyukhin S.N. *Molodezhny nauchno-tekhnicheskiy vestnik — Herald of the Bauman Moscow State Technical University*, 2012, no. 7. Available at: http://sntbul.bmstu.ru/doc/467279.html

[3] Gorenshtein I.A., Shulman I.A. *Inertsialnye navigatsionnye sistemy* [Inertial navigation systems], Moscow, Mashinostroenie Publ., 1979.

[4] Benevolskiy C.B., Burlov V.V., Kazakovtsev V.P. *Ballistika* [Ballistics]. Lysenko L.N., ed. Penza, Penza Artillery Engineering Institute Publ., 2005.

[5] Perov A.I, Kharisov V.N., eds. *GLONASS. Printsipy postroeniya i funktsionirovaniya* [Glonass. Construction and operation principles]. 4th ed. Moscow, Radiotechnika Publ., 2010.

[6] Solunin V.L. *Osnovy teorii sistem upravleniya vysokotochnykh raketnykh kompleksov Sukhoputnykh voysk* [Fundamentals of the theory of high-precision missile systems of Ground Forces control systems]. Moscow, BMSTU Publ., 2001.

[7] Platunova A.V., Klishin A.N., Ilyukhin S.N. *Osnovy adaptivnogo upravleniya vysokotochnymi letatelnymi apparatami. Materialy XXXIX akademicheskikh chteniy po kosmonavtike* [Fundamentals of high-precision aircraft adaptive control. Materials of the XXXIX Academic Conference on Astronautics]. Moscow, BMSTU Publ., 2015, pp. 333–334.

[8] Andreev A.N., Voytenko S.I., Nuzhdin B.S. *Ballistika raket* [Missiles Ballistics]. Moscow,Voennaya akademiya Petra Velikogo Publ., 2005.

[9] Degtyaryov A.A. *Metody issledovaniya nablyudaemosti dinamicheskikh system* [Research methods of observability of dynamic systems]. Samara, S.P. Korolev Samara State Aerospace University Publ., 1994.

[10] Morris W.T. *Nauka ob upravlenii. Bayesovskiy podkhod* [Management Sciences. The Bayesian Approach]. Moscow, Mir Publ., 1971.

Ilyukhin S.N. (b. 1990) graduated from Bauman Moscow State Technical University in 2013. Assistant, Department of Dynamics and Flight Control of Rockets and Spacecraft, Bauman Moscow State Technical University. Author of 17 research publications in the field of ballistics, space flight dynamics, space flight control, weapon history.
e-mail: iljukhin.stepan@rambler.ru

Klishin A.N. (b. 1975) graduated from Bauman Moscow State Technical Universityin 1999, Assoc. Professor, Department of Dynamics and Flight Control of Rockets and Spacecraft, Bauman Moscow State Technical University. Author of over 150 research publications in the field of ballistics, space flight dynamics, space flight control, weapon history. e-mail: alkl@mail.ru

Shvyrkina O.S. (b. 1992), student of Bauman Moscow State Technical University. Department of Dynamics and Flight Control of Rockets and Spacecraft.
e-mail: bonjour15@mail.ru