

## Определение оптимального расположения топливных баков ракеты, спроектированной по схеме «тандем», из условия минимума стартовой массы

© Е.А. Евсеенко, Н.Н. Генералов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*Исследован выбор оптимального расположения топливных баков ракеты с точки зрения минимизации стартовой массы при сохранении ее устойчивости. Основное внимание уделено расчетам на прочность и устойчивость обечаек баков, определению их толщины при двух вариантах компоновки баков: окислитель — горючее, горючее — окислитель. Для этих вариантов рассчитана масса получаемой конструкции, проанализирована разбежка центра давления и центра масс. Проведено сравнение значения весового коэффициента, получаемого на основе прочностного расчета, со значением, принимаемым при проектировании на основе статистических данных. Предложено решение проблемы статической неустойчивости ракеты с помощью установки решетчатых стабилизаторов, аргументирован выигрыш полученной конструкции в массовом отношении. Доказана выгода расположения бака окислителя за баком горючего, что позволит создавать более легкие ракеты и увеличить массу полезного груза без увеличения массы изделия в целом.*

**Ключевые слова:** бак, весовой коэффициент, горючее, компоновка, напряжения, окислитель, подъемная сила, прочность, разбежка центра давления и центра масс, ракета-носитель, сжимающая сила, стабилизатор, стартовая масса, толщина обечайки, топливный отсек, устойчивость.

**Введение.** При проектировании ракет по схеме «тандем» тяжелый бак окислителя обычно располагают перед баком горючего. Таким образом добиваются меньшей разбежки центра давления и центра масс, чем обеспечивается качественная работа автомата стабилизации. Однако нижний бак при этом оказывается сжатым осевыми силами.

В качестве примера по методике, изложенной в [1–3], построим эпюру осевой силы, действующей на стартовом столе на отсеки двухступенчатой ракеты-носителя легкого класса, спроектированной методом дискретного элемента под разгонный блок «Бриз-КМ» массой 6475 кг для доставки полезного груза массой 3 т на круговую орбиту высотой 200 км. Ракета представляется как система сосредоточенных масс, соединенных невесомыми упругими связями различной длины. Топливом для ступеней является кислород-керосин [4] (табл. 1).

**Массы отсеков ракеты-носителя, используемой в примере**

Отсек	Обозначение массы отсека	Значение массы, кг
Полезная нагрузка	$M_{п.н}$	$1,09 \cdot 10^4$
Система управления	$m_{с.у}$	250
Переходный и хвостовой второй ступени	$m_{\sigma 2}$	405,292
Топливный второй ступени	$m_{т.о2}$	$1,415 \cdot 10^3$
Двигательная установка второй ступени	$m_{д.у2}$	791,431
Окислитель второй ступени	$m_{ок2}$	$2,63 \cdot 10^4$
Горючее второй ступени	$m_{г2}$	$9,078 \cdot 10^3$
Переходный и хвостовой первой ступени	$m_{\sigma 1}$	$2,182 \cdot 10^3$
Топливный первой ступени	$m_{т.о1}$	$7,955 \cdot 10^3$
Двигательная установка первой ступени	$m_{д.у1}$	$9,179 \cdot 10^3$
Окислитель первой ступени	$m_{ок1}$	$1,478 \cdot 10^5$
Горючее первой ступени	$m_{г1}$	$5,103 \cdot 10^4$

При построении эпюры используем гантельный метод распределения масс, при котором масса участка распределяется по его торцам (рис. 1).

Определим массы дискретных элементов, кг:

$$m_1 = \frac{M_{п.н} + m_{с.у}}{2} = 5,573 \cdot 10^3;$$

$$m_2 = \frac{M_{п.н} + m_{с.у}}{2} + \frac{m_{\sigma 2}}{4} = 5,674 \cdot 10^3;$$

$$m_3 = \frac{m_{\sigma 2}}{4} + \frac{m_{т.о2}}{2} = 808,827;$$

$$m_4 = m_{ок2} + m_{д.у2} = 2,709 \cdot 10^4;$$

$$m_5 = \frac{m_{\sigma 2}}{4} + \frac{m_{т.о2}}{2} + m_{г2} = 9,887 \cdot 10^3;$$

$$m_6 = \frac{m_{\sigma 2}}{4} + \frac{m_{\sigma 1}}{2} + \frac{m_{т.о1}}{2} = 5,17 \cdot 10^3;$$

$$m_7 = m_{ок1} = 1,478 \cdot 10^5;$$

$$m_8 = \frac{m_{т.о1}}{2} + m_{г1} = 5,501 \cdot 10^4;$$

$$m_9 = m_{д.у1} + \frac{m_{\sigma 1}}{2} = 1,027 \cdot 10^4.$$

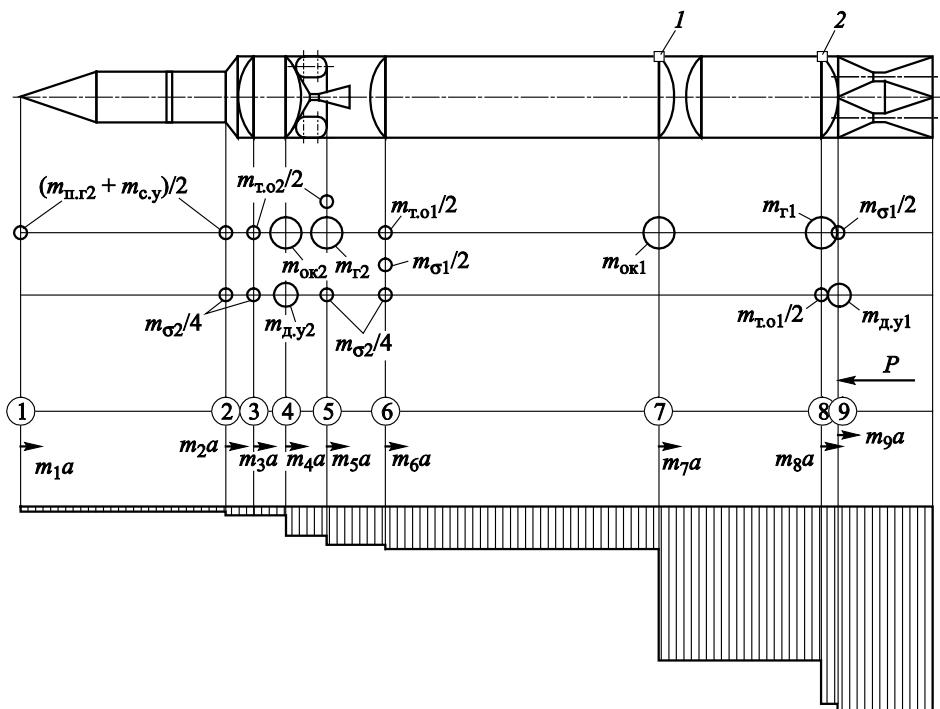


Рис. 1. Построение эпюры сжимающих сил методом дискретного элемента

Согласно принципу Даламбера, активные силы и силы инерции образуют систему сил, эквивалентную нулю:  $P - (\sum m_i a) = 0$ , где  $P$  — сила тяги;  $a$  — ускорение ракеты (для ракеты на стартовом столе оно равно ускорению свободного падения:  $a = g_0 = 9,8 \text{ м/с}^2$ ).

Для построения эпюры сжимающих сил необходимо рассчитать силы инерции, действующие на дискретные элементы, по формуле  $\Phi_i = m_i a$ . Полученные значения сил инерции (в ньютонах) таковы:

$$\Phi_1 = 5,462 \cdot 10^4; \quad \Phi_2 = 5,561 \cdot 10^4;$$

$$\Phi_3 = 7,927 \cdot 10^3; \quad \Phi_4 = 2,655 \cdot 10^5;$$

$$\Phi_5 = 9,689 \cdot 10^4; \quad \Phi_6 = 5,066 \cdot 10^4;$$

$$\Phi_7 = 1,449 \cdot 10^6; \quad \Phi_8 = 5,391 \cdot 10^5;$$

$$\Phi_9 = 1,006 \cdot 10^5.$$

Эпюра сжимающих сил (см. рис. 1) показывает, что нижний бак слишком сильно сжат, что требует создания большего давления наддува, большей толщины обечайки, а следовательно, и массы конструкции.

Проверим это утверждение, произведя проектные расчеты на прочность и устойчивость в опасных сечениях для расчетного случая: ракета на стартовом столе, баки нагружены только гидростатическим давлением (давление наддува не учитываем) и осевыми сжимающими силами (табл. 2).

Таблица 2

**Необходимые для прочностного расчета геометрические параметры ракеты-носителя, используемой в примере**

Параметры	Условное обозначение	Значение, м
Диаметр ракеты	$d$	4
Длина цилиндрической части бака окислителя первой ступени	$l_{б.ок.ц}$	13,5
Длина цилиндрической части бака горючего первой ступени	$l_{б.г.ц}$	6
Высота днищ баков	$h_{дн}$	0,8
Радиус сферы днища	$R_{дн}$	2,9

**Определение толщины обечаек баков первой ступени.** Гидростатическое давление в баке окислителя первой ступени

$$p_{гс1} = \rho_{ок} g_0 l_{б.ок.ц} = 1,502 \cdot 10^5 \text{ Па,}$$

где  $\rho_{ок} = 1135 \text{ кг/м}^3$  — плотность кислорода.

Окружное напряжение в сечении  $I$  (см. рис. 1)

$$\sigma_1 = \frac{p_{гс1} d}{2\delta_1}, \tag{1}$$

где  $\delta_1$  – искомое значение толщины обечайки бака окислителя.

В рассматриваемом расчетном случае осевая перегрузка равна единице, следовательно, сжимающая сила в сечении  $I$

$$N_1 = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7) g_0 = 1,98 \cdot 10^6 \text{ Н.}$$

Меридиональное напряжение в сечении  $I$

$$\sigma_3 = -\frac{N_1}{\pi d \delta_1}. \tag{2}$$

Эквивалентное напряжение в рассматриваемом сечении

$$\sigma_{экл} = \sigma_1 - \sigma_3. \tag{3}$$

Расчетные напряжения находят с учетом коэффициента безопасности (запаса)  $f_3 = 1, 2$ :

$$\sigma_{p1} = f_3 \sigma_{\text{эКВ1}}. \quad (4)$$

Полученные напряжения должны удовлетворять условию прочности:

$$\sigma_{p1} \leq \sigma_{\text{в}}, \quad (5)$$

где  $\sigma_{\text{в}}$  — предел прочности алюминиевого сплава.

Тогда

$$\left[ \left( \frac{p_{\text{Гс1}} d}{2 \delta_1} \right) - \left( - \frac{N_1}{\pi d \delta_1} \right) \right] f_3 = \sigma_{\text{в}}.$$

Решая уравнение, определяем необходимое значение толщины стенки бака окислителя:

$$\delta_1 = \left[ \left( \frac{p_{\text{Гс1}} d}{2} \right) - \left( - \frac{N_1}{\pi d} \right) \right] \frac{f_3}{\sigma_{\text{в}}} = 2,198 \text{ мм.}$$

Аналогично получим толщину обечайки бака горючего:

$$\delta_2 = \left[ \left( \frac{p_{\text{Гс2}} d}{2} \right) - \left( - \frac{N_2}{\pi d} \right) \right] \frac{f_3}{\sigma_{\text{в}}} = 1,431 \text{ мм.}$$

Проведем расчет обечаек баков на устойчивость под действием осевых сжимающих сил с учетом внутреннего давления. Напряжения, соответствующие потере устойчивости оболочки:

$$\sigma_{\text{хл}} = k_{\text{хл}} E \frac{\delta}{d/2},$$

где  $k_{\text{хл}} = 0,1$  — коэффициент устойчивости;  $E = 72$  ГПа — модуль Юнга алюминиевого сплава.

Для обеспечения устойчивости баков эквивалентное напряжение в них должно быть меньше критического:

$$\sigma_{\text{эКВ}} < \sigma_{\text{хл}}. \quad (6)$$

Проверим выполнение условия устойчивости в сечении  $I$  бака окислителя первой ступени. Эквивалентное напряжение определяли по формулам (1)–(3) подстановкой в них полученного значения толщины обечайки:

$$\sigma_{\text{эКВ1}} = 2,083 \cdot 10^8 \text{ Па;}$$

напряжение, соответствующее потере устойчивости:

$$\sigma_{\text{хл1}} = k_{\text{хл}} E \frac{\delta_1}{d/2} = 7,912 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

Условие устойчивости (6) не выполняется. При заданной толщине стенки бак потеряет устойчивость. Определим необходимую толщину обечайки из условия сохранения устойчивости

$$1,1\sigma_{\text{эKB1}} = \sigma_{\text{хл1}};$$

$$1,1 \left[ \left( \frac{p_{\text{Гс1}}d}{2\delta_1} \right) - \left( -\frac{N_1}{\pi d\delta_1} \right) \right] = k_{\text{хл}} E \frac{\delta_1}{d/2};$$

$$\delta_1 = \sqrt{1,1 \left[ \left( \frac{p_{\text{Гс1}}d}{2} \right) - \left( -\frac{N_1}{\pi d} \right) \right] \frac{d}{2(k_{\text{хл}}E)}} = 11,828 \text{ мм.}$$

Проверим выполнение условия устойчивости в сечении 2 (см. рис. 1) бака горючего первой ступени:

$$\sigma_{\text{эKB2}} = 2,083 \cdot 10^8 \text{ Па};$$

$$\sigma_{\text{хл2}} = k_{\text{хл}} E \frac{\delta_2}{d/2} = 5,151 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

Условие устойчивости (6) не выполняется. При заданной толщине стенки бак потеряет устойчивость. Необходимая толщина обечайки из условия сохранения устойчивости

$$\delta_2 = \sqrt{1,1 \left[ \left( \frac{p_{\text{Гс2}}d}{2} \right) - \left( -\frac{N_2}{\pi d} \right) \right] \frac{d}{2(k_{\text{хл}}E)}} = 9,543 \text{ мм.}$$

Полученные значения толщины стенок слишком велики, что свидетельствует о необходимости перехода к бакам стрингерной конструкции (определенная из прочностного расчета толщина обечаек,  $\delta_1 = 2,198$  мм;  $\delta_2 = 1,431$  мм). Но для расчета массы топливного отсека будем использовать значения толщины обечаек, полученные из расчета на устойчивость, полагая, что таким образом будет учтена масса стрингеров.

**Расчет толщины днищ топливных баков первой ступени.** Гидростатическое давление бака на днище окислителя первой ступени

$$p_{\text{дн.ок}} = \rho_{\text{ок}} g_0 (l_{\text{ц.бо}} + h_{\text{дн}}) = 1,591 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Напряжение, вызываемое гидростатическим давлением на днище бака окислителя:

$$\sigma_{\text{дн.ок}} = p_{\text{дн.ок}} \frac{R_{\text{дн}}}{2\delta_{\text{дн}}},$$

где  $\delta_{\text{дн}}$  — толщина стенки днища.

Расчетные напряжения:  $\sigma_{\text{р.дн.ок}} = f_3 \sigma_{\text{дн.ок}}$ .

Условие прочности:  $\sigma_{p, \text{дн.ок}} \leq \sigma_B$ , или

$$f_3 p_{\text{дн.ок}} \frac{R_{\text{дн}}}{2\delta_{\text{дн}}} = \sigma_B.$$

Отсюда толщина стенки днища бака окислителя

$$\delta_{\text{дн}} = f_3 p_{\text{дн.ок}} \frac{R_{\text{дн}}}{2\sigma_B} = 1,107 \text{ мм.}$$

Аналогично получим толщину днища бака горючего:  $\delta_{\text{дн.г}} = 0,385$  мм. При толщине обечайки менее 1 мм принимаем ее равной 1 мм.

**Расчет массы топливного отсека первой ступени.** Масса топливного отсека складывается из массы цилиндрических обечайек баков и масс днищ:

$$M_{\text{т.о}} = M_{\text{б.ок.ц}} + M_{\text{б.г.ц}} + 2M_{\text{дн.ок}} + 2M_{\text{дн.г}}. \quad (7)$$

Площадь поперечного сечения бака окислителя

$$S_{\text{б.ок.ц}} = \pi d \delta_1 = 0,149 \text{ м}^2. \quad (8)$$

Тогда масса цилиндрической части бака окислителя

$$M_{\text{б.ок.ц}} = S_{\text{б.ок.ц}} l_{\text{б.ок.ц}} \rho_{\text{Al}} = 4,816 \text{ т}, \quad (9)$$

где  $\rho_{\text{Al}} = 2400 \text{ кг/м}^3$  — плотность алюминиевого сплава.

Аналогично находим массу цилиндрической части бака горючего:

$$M_{\text{б.г.ц}} = S_{\text{б.г.ц}} l_{\text{б.ок.ц}} \rho_{\text{Al}} = 1,727 \text{ т}. \quad (10)$$

Площадь поверхности сферического сегмента (днища) бака

$$S_{\text{сф}} = \pi(2R_{\text{дн}} h_{\text{дн}}) = 14,577 \text{ м}^2.$$

Тогда масса днища бака окислителя

$$M_{\text{дн.б.ок}} = S_{\text{сф}} \delta_{\text{дн}} \rho_{\text{Al}} = 38,73 \text{ кг.}$$

Масса днища бака горючего

$$M_{\text{дн.б.г}} = S_{\text{сф}} \delta_{\text{дн.б.г}} \rho_{\text{Al}} = 34,985 \text{ кг.}$$

Масса топливного отсека, вычисляемая по формуле (7),

$$M_{\text{т.о}} = 6,69 \text{ т.}$$

Весовой коэффициент, получаемый из расчета на прочность

$$a_{т.о} = \frac{M_{т.о}}{m_T} = 0,034,$$

где  $m_T$  — масса топлива первой ступени (в примере она составляет 198,9 т).

Полученный результат на 17 % отличается от среднего значения относительной массы топливного отсека, принятой при проектировании ракеты ( $a_{т.о} = 0,04$ ). Отсюда следует вывод, что полностью полагаться на статистические значения весовых коэффициентов нельзя. Необходима проверка массы проектируемого отсека с помощью прочностного расчета.

**Расчет массы топливного отсека при изменении порядка расположения топливных баков.** Докажем, что полученное значение массы топливного отсека может быть уменьшено при изменении порядка расположения баков.

Эпюру сжимающих сил строим, как в предыдущем случае (см. рис. 1). Изменились лишь массы дискретных элементов 7 и 8 (рис. 2):

$$m_7 = m_{т1} = 5,103 \cdot 10^4 \text{ кг};$$

$$m_8 = \frac{m_{т.о1}}{2} + m_{ок1} = 1,518 \cdot 10^5 \text{ кг}.$$

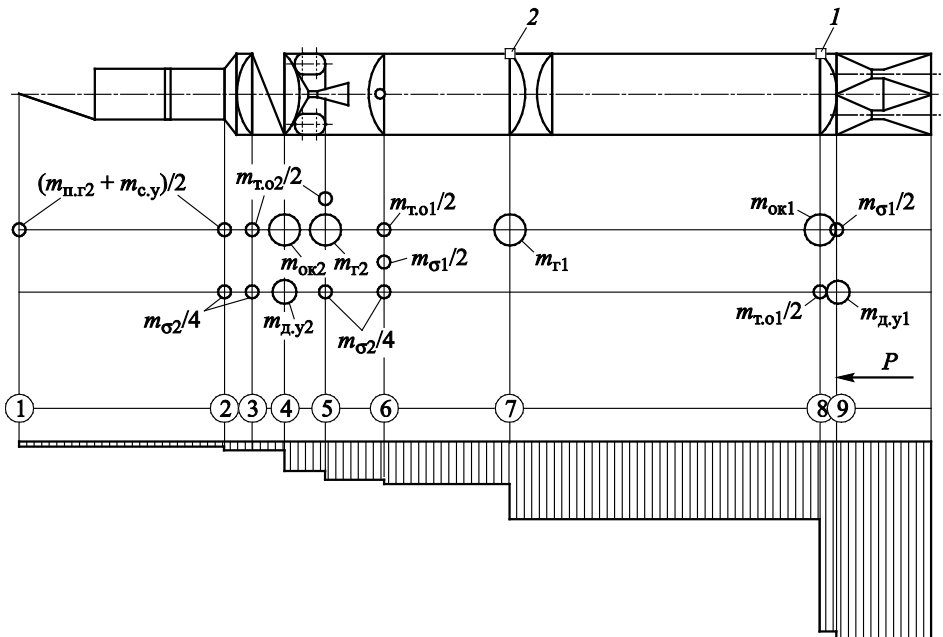


Рис. 2. Построение эпюры сжимающих сил при изменении последовательности расположения топливных баков



Значения сил инерции (в ньютонах), действующих на эти элементы:  $\Phi_7 = 5,001 \cdot 10^5$ ;  $\Phi_8 = 1,488 \cdot 10^6$  (см. рис. 2). На рисунке видно, что нижний бак сжат значительно меньше, чем в предыдущем случае. Рассмотрим, как это сказалось на толщине стенок баков.

**Определение толщины обечаек баков первой ступени при втором варианте компоновки топливного отсека.** Окружное и меридиональное напряжения находим по формулам (1) и (2).

Сжимающая сила в сечении 1 (см. рис. 2)

$$N_1 = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7 + m_8) g_0 = 2,519 \cdot 10^6 \text{ Н.}$$

Сжимающая сила в сечении 2

$$N_2 = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7) g_0 = 1,031 \cdot 10^6 \text{ Н.}$$

Эквивалентные напряжения определяем по формуле (3), расчетные — по формуле (4). Полученные напряжения должны удовлетворять условию прочности (5). Решая полученные уравнения, определяем необходимые значения толщины обечаек:

$$\delta_1 = \left[ \left( \frac{p_{гс1} d}{2} \right) - \left( -\frac{N_1}{\pi d} \right) \right] \frac{f_3}{\sigma_B} = 2,404 \text{ мм;}$$

$$\delta_2 = \left[ \left( \frac{p_{гс2} d}{2} \right) - \left( -\frac{N_2}{\pi d} \right) \right] \frac{f_3}{\sigma_B} = 0,862 \text{ мм.}$$

Принимаем  $\delta_2 = 1 \text{ мм}$ .

**Расчет обечаек баков на устойчивость при изменении компоновки.** Проверку устойчивости оболочки проводим, используя выражение (6). Эквивалентные напряжения определяем по формулам (1)–(3) подстановкой в них полученных значений толщины обечаек:

$$\sigma_{\text{эКВ1}} = 2,083 \cdot 10^8 \text{ Па; } \sigma_{\text{эКВ2}} = 2,083 \cdot 10^8 \text{ Па;}$$

$$\sigma_{\text{хЛ1}} = k_{\text{хЛ}} E \frac{\delta_1}{d/2} = 8,654 \cdot 10^6 \text{ Па;}$$

$$\sigma_{\text{хЛ2}} = k_{\text{хЛ}} E \frac{\delta_2}{d/2} = 3,105 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

Условие устойчивости (6) не выполняется. Определим необходимое значение толщины обечаек из условия сохранения устойчивости:

$$1,1 \sigma_{\text{эКВ1}} = \sigma_{\text{хЛ1}};$$

$$\delta_1 = \sqrt{1,1 \left[ \left( \frac{p_{гс1}d}{2} \right) - \left( -\frac{N_1}{\pi d} \right) \right] \frac{d}{2(k_{хл}E)}} = 12,37 \text{ мм.}$$

$$\delta_2 = \sqrt{1,1 \left[ \left( \frac{p_{гс2}d}{2} \right) - \left( -\frac{N_2}{\pi d} \right) \right] \frac{d}{2(k_{хл}E)}} = 7,409 \text{ мм.}$$

Полученные значения толщины стенок слишком велики, т. е. необходим переход к бакам стрингерной конструкции (полученная из прочностного расчета толщина обечаек  $\delta_1 = 2,404$  мм;  $\delta_2 = 1$  мм). Но для расчета массы топливного отсека будем использовать значения толщины обечаек, полученные из расчета на устойчивость, полагая, что таким образом будет учтена масса стрингеров. По сравнению с предыдущим вариантом компоновки в данном варианте (в случае размещении бака горючего перед баком окислителя) толщина обечайки бака горючего уменьшилась при практически неизменной толщине стенки бака окислителя.

Рассчитаем массу топливного отсека, соответствующую этим значениям толщины обечаек, по формуле (7).

Находим: площадь поперечного сечения бака окислителя (см. (8))  $S_{б.ок.ц} = 0,155 \text{ м}^2$ ; массу цилиндрической части бака окислителя (см. (9))  $M_{б.ок.ц} = 5,036 \text{ т}$ ; массу цилиндрической части бака горючего (см. (10))  $M_{б.г.ц} = 1,341 \text{ т}$ . Масса днищ при изменении компоновки не изменилась.

Тогда масса топливного отсека, вычисляемая по формуле (7):

$$M_{т.о} = 6,525 \text{ т.}$$

Таким образом, расчет массы топливного отсека при втором варианте компоновки баков позволил получить выигрыш в массе 165 кг по сравнению с традиционной компоновкой.

Однако изменение порядка расположения баков должно привести к увеличению разбежки центра давления и центра масс [6]. Следовательно, нужно определить их координаты для двух вариантов и проанализировать статическую устойчивость ракеты.

Для определения координаты центра масс воспользуемся формулой

$$x_m = \frac{\sum(x_i m_i)}{\sum m_i}. \quad (11)$$

На основе этой формулы получим значения координаты центра масс в конце работы первой ступени:

$$x_{mk} = 17,842 \text{ м.}$$

Теперь необходимо найти положения центров масс баков окислителя и горючего первой ступени для каждого момента времени работы двигателя. Для ракеты, рассматриваемой в качестве примера, двигательная установка первой ступени работает 116 с, массовый расход компонентов составляет 439,983 и 1275 кг/с для горючего и окислителя соответственно.

Изменение массы окислителя за период времени  $\Delta t$

$$\Delta m_{ок} = \dot{m}_{ок} \Delta t,$$

изменение массы горючего за период времени  $\Delta t$

$$\Delta m_{г} = \dot{m}_{г} \Delta t,$$

где  $\dot{m}_{ок}$ ,  $\dot{m}_{г}$  — расход компонентов топлива.

Текущие значения масс окислителя и горючего:

$$m_{ок} = m_{ок1} - \Delta m_{ок};$$

$$m_{г} = m_{г1} - \Delta m_{г}.$$

Объем топлива и высота столба жидкости в баках в каждый момент времени:

$$V_{ок} = \frac{m_{ок}}{\rho_{ок}}; V_{г} = \frac{m_{г}}{\rho_{г}};$$

$$h_{ок} = \frac{V_{ок}}{S_{м}}; h_{г} = \frac{V_{г}}{S_{м}}.$$

Здесь  $S_{м} = 12,566 \text{ м}^2$  — площадь мидела ракеты.

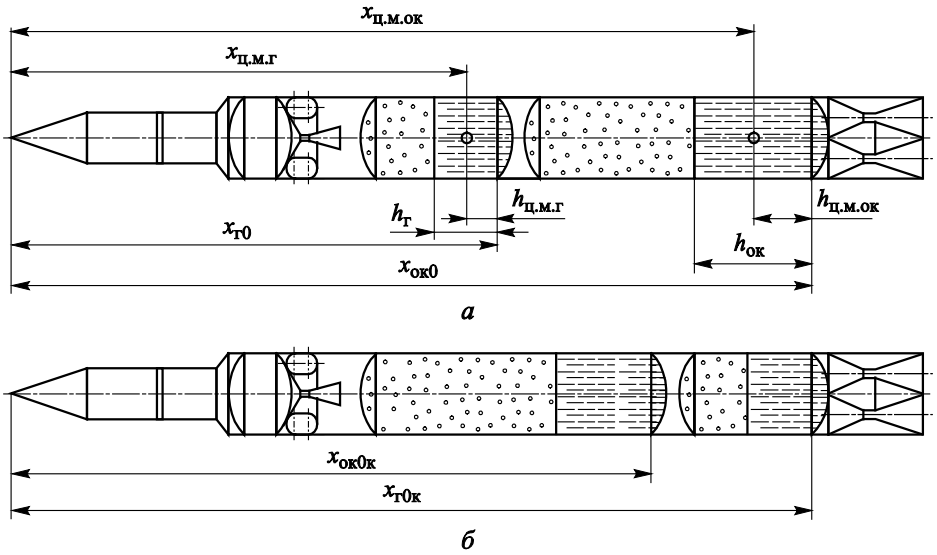
На рис. 3 приведены расчетные схемы для определения координат центров масс баков с компонентами топлива для каждого момента времени. Центр масс бака с окислителем или горючим располагаем в середине высоты столба жидкости. Тогда координаты центров масс баков

$$x_{ц.м.ок} = x_{ок0} - h_{ц.м.0}; x_{ц.м.г} = x_{г0} - h_{ц.м.г}.$$

Для определения положения центра масс ракеты в течение работы двигательной установки первой ступени по формуле (11) суммирование производим по трем слагаемым: массе ракеты в конце работы двигательной установки, текущей массе окислителя, текущей массе горючего:

$$m_{\Sigma} = m_{сух} + m_{ок} + m_{г},$$

где  $m_{сух} = M_{п.н} + m_{с.у} + m_{\sigma 2} + m_{т.0 2} + m_{д.у 2} + m_{ок 2} + m_{г 2} + m_{\sigma 1} + M_{т.0} + m_{д.у 1}$  — масса ракеты в конце работы двигательной установки первой ступени.

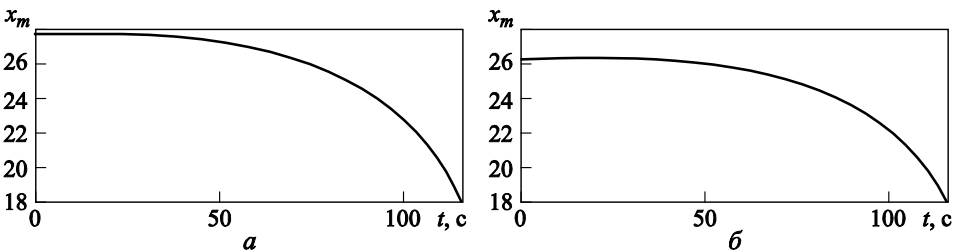


**Рис. 3.** Расчетные схемы для определения координаты центра масс баков с компонентами топлива:  
 а — первый вариант компоновки баков; б — второй вариант

Тогда зависимость координаты центра масс ракеты от времени

$$x_m = \frac{m_{\text{сух}} x_{m.k} + m_{\text{ОК}} X_{\text{Ц.М.ОК}} + m_{\text{Г}} X_{\text{Ц.М.Г}}}{m_{\Sigma}} \quad (12)$$

При изменении порядка расположения баков расчет координаты центра масс остается аналогичным, изменяются только координаты днщ баков (см. рис. 3). Построенные по результатам расчета графики зависимости положения центра масс ракеты от времени для двух вариантов компоновки баков приведены на рис. 4.



**Рис. 4.** Зависимость координаты центра масс ракеты от времени при различном расположении баков с компонентами топлива:  
 а — «горючее — окислитель»; б — «окислитель — горючее»

Следующий шаг в анализе устойчивости ракеты-носителя — определение положения центра давления (точки, относительно которой момент аэродинамических сил равен нулю). Расчет выполняли в предположении, что суммарная подъемная сила, действующая на ракету и приложенная к центру давления, складывается из подъемных сил, действующих на отсеки ракеты и приложенных к центрам давления поверхностей, образующих эти отсеки (рис. 5). Координату центра давления определяли из уравнения равновесия ракеты, которое можно преобразовать к виду

$$Y_{\Sigma} x_d = Y_{k1} x_{k1} + Y_{ц1} x_{ц1} + Y_{k2} x_{k2} + Y_{ц2} x_{ц2}, \quad (13)$$

где  $Y_{k1}, Y_{ц1}, Y_{k2}, Y_{ц2}$  — подъемные силы, действующие на конические и цилиндрические отсеки;  $Y_{\Sigma}$  — суммарная подъемная сила, действующая на ракету.

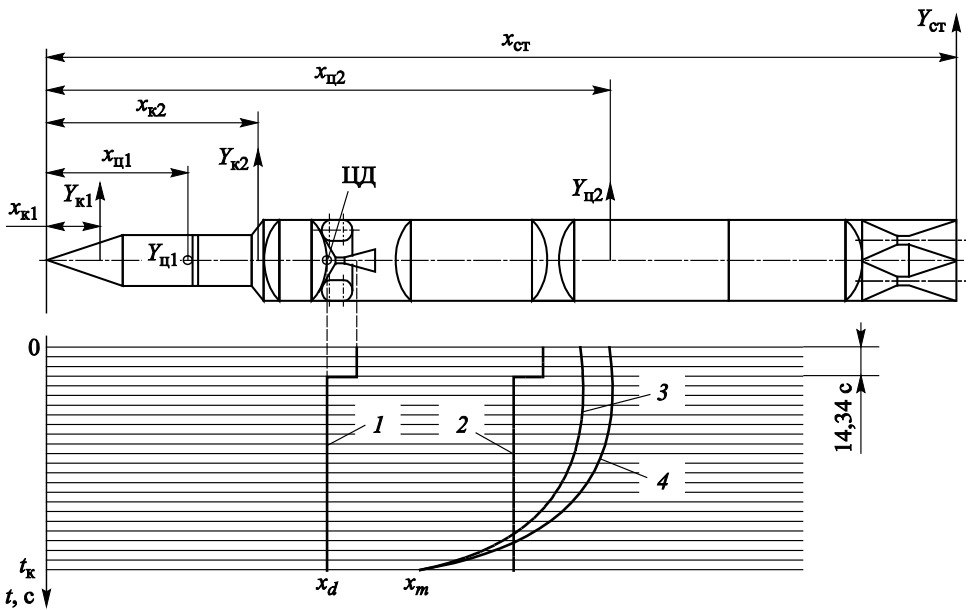


Рис. 5. Определение разбежки центра давления и центра масс:

1, 2 — разбежка центра давления без стабилизатора и со стабилизатором; 3 — разбежка центра масс при компоновке баков «окислитель — горючее»; 4 — то же «горючее — окислитель»; ЦД — центр давления при переходе со сверхзвуковой скорости на дозвуковую

Справедливо соотношение

$$Y_{\Sigma} = Y_{k1} + Y_{ц1} + Y_{k2} + Y_{ц2}. \quad (14)$$

Подъемную силу определяем в виде

$$Y = C_y \frac{\rho v^2}{2} S_M,$$

где  $C_y$  — коэффициент подъемной силы;  $\rho v^2/2$  — скоростной напор;  $S_m$  — площадь мидела.

В табл. 3 представлены результаты расчета координат приложения подъемных сил отсеков, в табл. 4 — значения площади мидела для каждой составляющей подъемной силы.

Таблица 3

**Координаты приложения подъемных сил отсеков ракеты, рассматриваемой в примере**

Отсек	Условное обозначение координаты приложения подъемной силы, действующей на отсек	Числовое значение координаты, м
Конический головной части	$x_{к1}$	2,400
Цилиндрический головной части	$x_{ц1}$	6,850
Конический переходный	$x_{к2}$	10,423
Основной цилиндрический корпуса	$x_{ц2}$	27,827

Таблица 4

**Значения площади мидела отсеков ракеты, рассматриваемой в примере**

Отсек	Условное обозначение площади мидела отсека	Значение площади мидела, м <sup>2</sup>
Конический головной части	$S_{м.к1}$	2,164
Цилиндрический головной части	$S_{м.ц1}$	4,87
Конический переходный	$S_{м.к2}$	3,648
Основной цилиндрический корпуса	$S_{м.ц2}$	12,566

**Определение коэффициентов подъемной силы отсеков ракеты при сверхзвуковой скорости.** Максимальный скоростной напор соответствует значению числа Маха  $M \approx 2$ . Зададим угол атаки  $\alpha = 3^\circ$  (0,052 рад). При этом коэффициенты подъемной силы для конического и цилиндрического отсеков вычисляем следующим образом [5]:

$$C_{ук} = 3\alpha = 0,157;$$

$$C_{уц} = 1,5\alpha^2\lambda.$$

Здесь  $\lambda$  — удлинение цилиндра,  $\lambda = l/d$ .

В нашем случае удлинение цилиндра отсека полезной нагрузки составляет 2,61; отсека корпуса ракеты — 8,564. Коэффициенты подъемной силы этих отсеков равны 0,011 и 0,035 соответственно.

**Определение координаты центра давления.** Из формул (13), (14) следует:

$$x_d = \frac{Y_{к1}x_{к1} + Y_{ц1}x_{ц1} + Y_{к2}x_{к2} + Y_{ц2}x_{ц2}}{Y_{к1} + Y_{ц1} + Y_{к2} + Y_{ц2}};$$

$$X_d = \frac{\frac{\rho v^2}{2} (S_{м.к1}C_{у\kappa}x_{к1} + S_{м.ц1}C_{уц1}x_{ц1} + S_{м.к2}C_{у\kappa}x_{к2} + S_{м.ц2}C_{уц2}x_{ц2})}{\frac{\rho v^2}{2} (S_{м.к1}C_{у\kappa} + S_{м.ц1}C_{уц1} + S_{м.к2}C_{у\kappa} + S_{м.ц2}C_{уц2})} =$$

$$= 13,824 \text{ м.}$$

Затем определяли координату центра давления при дозвуковой скорости полета.

**Определение разбежки центра давления и центра масс.** По результатам расчета на рис. 5 построен график зависимости координаты центра давления от времени при линейной аппроксимации. Здесь 14,34 с — время перехода ракеты на сверхзвуковую скорость (скачок на графике разбежки центра давления). Очевидна значительная разбежка центра давления и центра масс (при двух вариантах компоновки топливного отсека). Для нахождения ракеты в области устойчивости необходимо, чтобы разбежка центра давления и центра масс не превышала 5 %:

$$\frac{\Delta|x_d - x_m|}{L_{рк}} \leq 5 \%, \quad (15)$$

где  $L_{рк} = 44,97 \text{ м}$  — длина ракеты.

Определим максимальное значение разбежки центра давления и центра масс при двух вариантах компоновки. Наибольшее значение разбежки достигается при сверхзвуковых скоростях полета в моменты времени 17 и 25 с для компоновок «горючее — окислитель» и «окислитель — горючее» соответственно, наименьшее — в конце работы двигательной установки. Подставляя эти значения времени в формулу (12), получаем следующие значения разбежки центра давления и центра масс:

для расположения баков «горючее — окислитель»

$$\frac{|x_d - x_m(17)| - |x_d - x_m(t_k)|}{L_{рк}} = 0,22;$$

для традиционного расположения баков

$$\frac{|x_d - x_m(25)| - |x_d - x_m(t_k)|}{L_{pk}} = 0,19.$$

Очевидно, что при обоих вариантах компоновки условие (15) не выполняется, т. е. ракета является статически неустойчивой, что усложняет работу автомата стабилизации. Необходима установка решетчатых стабилизаторов, однако при этом для выигрыша в стартовой массе следует вернуться к варианту компоновки, когда бак горючего расположен перед баком окислителя.

**Определение параметров решетчатых стабилизаторов [7].** Оптимальной с точки зрения стабилизации считается статически нейтральная ракета, у которой центр давления совпадает с центром масс. Из условия равновесия получим необходимое значение подъемной силы стабилизаторов, при котором обеспечивается совпадение центра давления и центра масс на сотой секунде полета:

$$x_d = x_m(100) = \frac{Y_{k1}x_{k1} + Y_{ц1}x_{ц1} + Y_{к2}x_{к2} + Y_{ц2}x_{ц2} + Y_{ст}x_{ст}}{Y_{k1} + Y_{ц1} + Y_{к2} + Y_{ц2} + Y_{ст}}.$$

Подставив вместо составляющих подъемной силы их выражения через скоростной напор, площадь миделя и коэффициент и проведя элементарные преобразования, получим произведение площади решетчатого стабилизатора и коэффициента его подъемной силы:

$$S_{ст}C_{уст} = \frac{(S_{м.к1}C_{ук}x_{к1} + S_{м.ц1}C_{у.ц1}x_{ц1} + S_{м.к2}C_{ук}x_{к2} + S_{м.ц2}C_{у.ц2}x_{ц2})}{x_m(100) - x_{ст}} - \frac{x_m(100)(S_{м.к1}C_{ук} + S_{м.ц1}C_{у.ц1} + S_{м.к2}C_{ук} + S_{м.ц2}C_{у.ц2})}{x_m(100) - x_{ст}}.$$

Принимая координату приложения подъемной силы стабилизаторов  $x_{ст} = 44,8$  м, получаем  $S_{ст}C_{уст} = 0,571$  м<sup>2</sup>. Найденное произведение позволяет определить геометрические параметры стабилизаторов (рис. 6).

Несущая площадь составленного из прямоугольных планов решетчатого стабилизатора, создающая подъемную силу, может быть рассчитана по формуле (см. рис. 6)

$$S_{ст} = nlb + mHb, \tag{16}$$

где  $l$ ,  $b$ ,  $H$  — размах, хорда, высота стабилизатора соответственно;  $n$  и  $m$  — число планов в вертикальном и горизонтальном направлениях соответственно.



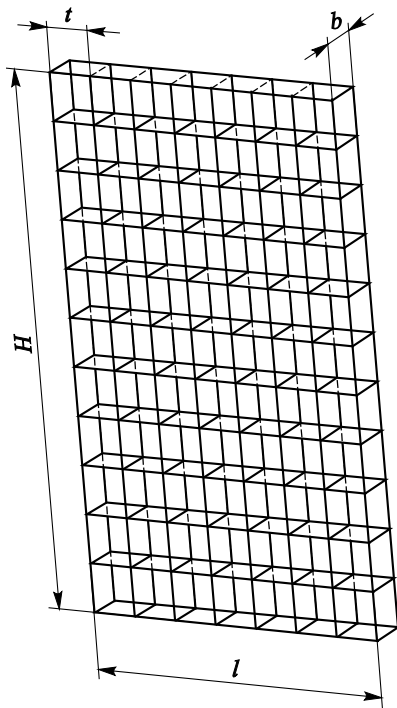


Рис. 6. Геометрия решетчатого стабилизатора

Эти параметры связаны геометрическими соотношениями:

$$n = \frac{H}{t} + 1; \quad m = \frac{l}{t} + 1; \quad t' = \frac{t}{b}. \quad (17)$$

Здесь  $t, t'$  — шаг и относительный шаг стабилизатора.

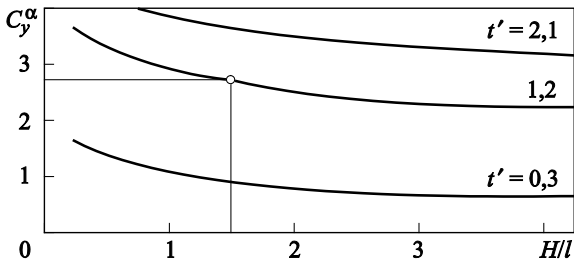
Для различных значений относительного шага составлены графические зависимости производной коэффициента подъемной силы крыла по углу атаки от соотношения  $H/l$  (рис. 7) [7].

Зададим значения

$$H/l = 1,5; \quad t' = 1,2. \quad (18)$$

Тогда коэффициент подъемной силы  $C_y^\alpha = 2,714$  (см. рис. 7) и  $C_{уст} = C_{y\alpha} \alpha = 0,142$ . Если число стабилизаторов  $n_{ст}$  принять равным четырем, то несущая площадь стабилизатора

$$S_{ст} = \frac{S_{ст} C_{уст}}{n_{ст} C_{уст}} = 1,004 \text{ м}^2.$$



**Рис. 7.** Зависимость производной коэффициента подъемной силы решетчатого крыла по углу атаки от отношения высоты крыла к его размаху

Задав число планов  $n = 12$ , из формул (16)–(18) получим:  $H = 0,9$  м;  $l = 0,6$  м;  $b = 0,07$  м;  $t = 0,082$  м;  $m = 8$ ;  $n = 12$ . Найденные параметры позволяют рассчитать массу решетчатых стабилизаторов. Примем в качестве материала для стабилизаторов сплав ВН35, плотность которого  $\rho_{ст} = 6700$  кг/м<sup>3</sup>. Средняя толщина плана  $\delta_{пл} = 1,5$  мм. Тогда масса одного стабилизатора

$$M_{ст} = (nlb + mHb)\delta_{пл}\rho_{ст} = 10,13 \text{ кг.}$$

Суммарная масса четырех стабилизаторов равна 40,52 кг.

При установке стабилизаторов центр давления (ЦД) сместится (штриховая линия на рис. 5). Его положение при движении ракеты со сверхзвуковой скоростью  $x_{дст} = x_m(100) = 22,76$  м. При этом разбежка центра давления и центра масс составляет 1 %:

$$\frac{|x_{дст} - x_m(17)| - |x_{дст} - x_m(t_k)|}{L_{рк}} = 0,000747,$$

что свидетельствует о нахождении ракеты в области устойчивости.

В рассмотренном примере при расположении тяжелого бака окислителя за баком горючего был получен выигрыш в массе 165 кг, т. е. доказана выгода такой компоновки, которая позволяет проектировать и создавать более легкие ракеты. Общепринятое для схемы «тандем» расположение топливных баков «окислитель — горючее» не является единственно правильным. Расположение «горючее — окислитель» более выгодно, поскольку стартовая масса ракеты уменьшается. В примере изделие было конструктивно статически неустойчиво и при расположении бака окислителя перед баком горючего необходимым условием устойчивости ракеты являлась установка стабилизаторов. Но даже в случае устойчивости ракеты-носителя при компоновке «окислитель — горючее» без стабилизаторов и необходимости их установки при изменении взаимного положения баков выигрыш в массе сохраняется:

$$M_{T.O} - M_{T.O} - 4M_{CT} \approx 125 \text{ кг.}$$

Следовательно, оптимальным вариантом расположения топливных баков первой ступени двухступенчатой ракеты-носителя, спроектированной по схеме «тандем», с точки зрения минимума стартовой массы при сохранении устойчивости является вариант смещения бака окислителя за бак горючего. Проектирование и изготовление боевых баллистических ракет и ракет-носителей с измененной последовательностью расположения топливных баков позволит уменьшить массу изделий, а следовательно, снизить стоимость пусков и увеличить их эффективность.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Баслык К.П., Генералов Н.Н., Кулешов Б.Г. Применение метода множителей для решения задачи баллистического проектирования ракеты-носителя. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, № 7(19). URL: <http://engjournal.ru/catalog/machin/rocket/849.html> (дата обращения 22.09.2014).
- [2] Баслык К.П., Генералов Н.Н., Кулешов Б.Г. Способ определения временного параметра программы. *Наука и образование*, 2014, № 10. DOI 10.7463/1014.0728843
- [3] Мишин В.П., ред., Безвербый В.К., Панкратов Б.М. *Основы проектирования летательных аппаратов (транспортные системы)* Москва, Машиностроение, 1985, 360 с.
- [4] Добровольский М.В. *Жидкостные ракетные двигатели*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005, 488 с.
- [5] Балабух Л.И., Алфутов Н.А., Усюкин В.И. *Строительная механика ракет*. Москва, Высшая школа, 1984, 391 с.
- [6] Феодосьев В.И. *Основы техники ракетного полета*. Москва, Наука, 1979, 496 с.
- [7] Белоцерковский С.М., Одновол Л.А., Сафин Ю.З. *Решетчатые крылья*. Москва, Машиностроение, 1985, 320 с.

Статья поступила в редакцию 03.03.2016

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Евсеенко Е.А., Генералов Н.Н. Определение оптимального расположения топливных баков ракеты, спроектированной по схеме «тандем», из условия минимума стартовой массы. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2016, вып. 8.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2016-08-1521>

**Евсеенко Е.А.** — студентка кафедры «Космические аппараты и ракеты-носители» МГТУ им. Н.Э. Баумана.

**Генералов Николай Николаевич** — старший преподаватель кафедры «Космические аппараты и ракеты-носители» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 20 научных работ и учебных пособий в области проектирования и динамики летательных аппаратов. e-mail: [generalov@m1.sm.bmstu.ru](mailto:generalov@m1.sm.bmstu.ru)

# Determining the optimal location of fuel tanks of the rocket, designed on a “tandem” scheme, with minimum starting weight

© E.A. Evseenko, N.N. Generalov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

*The research studied optimal arrangement of rocket fuel tanks of minimum starting weight with preserving the stability. We paid the main attention to calculating the strength and stability of the tank shells, determining their thickness in the two layout options: oxidizer – fuel, fuel – oxidizer. First, we calculated the weight of the obtained structure in both cases, analyzed the extension of centre of pressure and centre of mass. Then, we made a comparison of the weight value obtained from the strength calculation, with the value adopted in the statistics design. Moreover, we proposed a solution to the problem of static rocket instability by installing lattice stabilizers and we showed the advantage of the obtained design in a weight ratio. Finally, we proved the benefits of placing the oxidizer tank behind the fuel tank, which makes it possible to create lighter rockets and increase the payload mass without increasing the general product weight.*

**Keywords:** tank, weight coefficient, fuel, arrangement, voltage, oxidant, lift, tension, oxidizer, lift force, strength, extension of centre of pressure and centre of mass, carrier-rocket, compressive force, stabilizer, starting weight, shell thickness, fuel compartment, stability.

## REFERENCES

- [1] Baslyk K.P., Generalov N.N., Kuleshov B.G. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2013, no. 7 (19). Available at: <http://engjournal.ru/catalog/machin/rocket/849.html> (accessed September 22, 2014).
- [2] Baslyk K.P., Generalov N.N., Kuleshov B.G. *Nauka i obrazovanie — Science and Education*, 2014, no. 10. DOI 10.7463/1014.0728843
- [3] Mishin V.P., Bezverbyy V.K., Pankratov B.M. *Osnovy proektirovaniya letatelnykh apparatov (transportnye sistemy)* [Fundamentals of aerial vehicles (transport systems) design]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1985, 360 p.
- [4] Dobrovolskiy M.V. *Zhidkostnye raketnye dvigately* [Liquid rocket engines]. Moscow, BMSU Publ., 2005, 488 p.
- [5] Balabukh L.I., Alfutov N.A., Usyukin V.I. *Stroitel'naya mekhanika raket* [Structural rocket mechanics]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1984, 391 p.
- [6] Feodosiev V.I. *Osnovy tekhniki raketnogo poleta* [Fundamentals of rocket flight technique]. Moscow, Nauka Publ., 1979, 496 p.
- [7] Belotserkovskiy S.M., Odnovol L.A., Safin Yu.Z. *Reshetchatye krylya* [Lattice wings]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1985, 320 p.

**Evseenko E.A.**, student of the Department of Spacecraft and Carrier-rockets, Bauman Moscow State Technical University.

**Generalov N.N.** (b. 1944) graduated from Bauman Moscow Higher Technical School in 1967. Assoc. Professor of the Department of Spacecraft and Carrier-rockets, BMSTU. Author of over 20 science and research works and textbooks in the field of aircraft design and dynamics. e-mail: [generalov@m1.sm.bmstu.ru](mailto:generalov@m1.sm.bmstu.ru)