

Задачи динамики космических конструкций с жидким топливом, вытекающим из сферических емкостей

© Зуй Хунг Нгуен, А.Н. Темнов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Исследовано влияние жидкого топлива на динамические характеристики космических аппаратов. Представлены численные решения задач о колебаниях жидкого топлива, вытекающего из неподвижных баков сферической формы в расходную магистраль. Рассмотрены задачи о колебаниях вытекающего жидкого топлива в условиях, близких к невесомости. Приведены результаты решения краевой задачи о собственных движениях вращающегося относительно произвольной точки топливного бака со сферической полостью, которая частично заполнена жидкостью, вытекающей через заборное устройство.

Ключевые слова: космические аппараты, жидкое топливо, малые колебания, возмущенное движение, неподвижный бак, подвижный бак, сферическая емкость, заборные устройства.

Введение. Проблеме колебаний космических аппаратов (КА) с жидким топливом в настоящее время посвящено достаточное большое количество работ. Однако создание новых современных ракетно-космических конструкций требует более тщательного подхода к исследованию влияния жидкого топлива на динамические характеристики КА.

В настоящей статье рассмотрены следующие основные проблемы, связанные с динамической устойчивостью КА:

1) на активном участке движения КА колебания тяжелой жидкости, вытекающей из баков сферической формы, которые содержат различные внутрибаковые элементы;

2) на пассивном участке движения КА колебания вытекающего жидкого топлива в условиях, близких к невесомости;

3) движение КА с топливным баком сферической формы, частично заполненным вытекающим топливом.

Колебания тяжелой жидкости в баках сферической формы. Рассмотрим два варианта задачи о собственных движениях жидкости, вытекающей через заборные устройства из баков сферической формы радиусом R_0 при наличии свободной поверхности Γ_0 (рис. 1).

Выбрав в качестве характерного размера радиус R_0 , введем цилиндрические координаты r , η , z и следующие обозначения: τ — область, заполненная жидкостью (на рис. 1 затенена); h — расстояние от центра бака до свободной поверхности Γ_0 ; $r_0 = \sqrt{R_0^2 - h^2}$ — радиус свободной

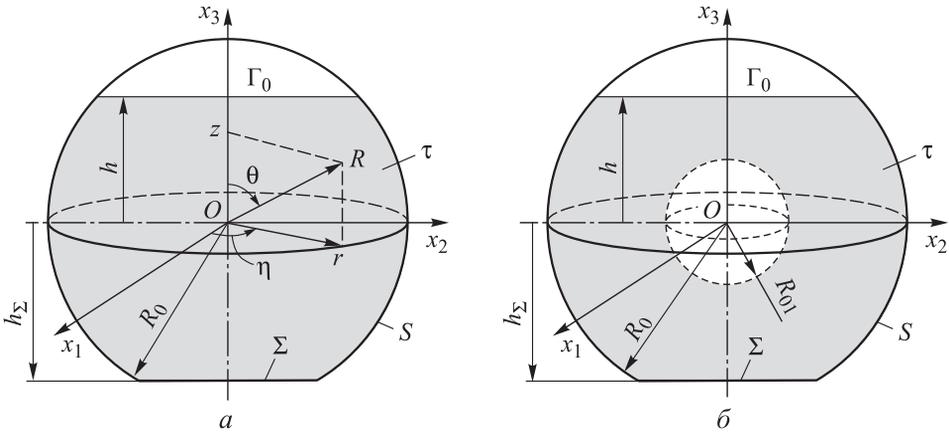


Рис. 1. Основные параметры и системы координат для задачи о колебаниях тяжелой жидкости в баках сферической формы:
a — вариант 1; *б* — вариант 2

поверхности; h_Σ — расстояние от центра бака до поверхности слива Σ ; $r_\Sigma = \sqrt{R_0^2 - h_\Sigma^2}$ — радиус поверхности слива; n — внешняя нормаль к поверхности S ; $V_{0\Gamma}$, $V_{0\Sigma}$ — скорость опускания свободной поверхности Γ_0 и скорость вытекания жидкости на поверхность Σ в невозмущенном состоянии соответственно; γ — обобщенный коэффициент сопротивления поверхности слива.

Задача для определения потенциала скоростей Φ имеет следующий вид [1–3]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\Phi = 0 \text{ в } \tau; \\ \frac{\partial\Phi}{\partial t} - \frac{\partial\Phi}{\partial z} V_{0\Gamma} + \int \frac{\partial\Phi}{\partial z} dt = 0 \text{ на } \Gamma_0; \\ \frac{\partial\Phi}{\partial t} - \frac{\partial\Phi}{\partial z} V_{0\Sigma} - \gamma \frac{\partial\Phi}{\partial z} = 0 \text{ на } \Sigma; \\ \frac{\partial\Phi}{\partial n} = 0 \text{ на } S; \\ \Phi(r, \eta, z, t) = \Phi^{(0)} \text{ при } t = 0. \end{array} \right. \quad (1)$$

Функцию $\Phi(r, \eta, z, t)$ будем искать в виде

$$\Phi(r, \eta, z, t) = \Phi_1(r, \eta, z, t) + \Phi_2(r, \eta, z, t).$$

Используя метод Ритца [4, 5], находим

$$\begin{aligned} \Phi_1(r, \eta, z, t) &= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{1mn}(r, \eta, z) \dot{s}_{mn}(t) = \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sum_{k=1}^N a_{mnk} U_k(r, z)}{\sum_{k=1}^N a_{mnk} \left. \frac{\partial U_k(r, z)}{\partial z} \right|_{(z=h, r=r_0)}} \right) H_m(\eta) \dot{s}_{mn}(t); \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \Phi_2(r, \eta, z, t) &= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{2mn}(r, \eta, z) \dot{p}_{mn}(t) = \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sum_{k=1}^N b_{mnk} U_k(r, z)}{\sum_{k=1}^N a_{mnk} \left. \frac{\partial U_k(r, z)}{\partial z} \right|_{(z=h, r=r_0)}} \right) H_m(\eta) \dot{p}_{mn}(t). \end{aligned} \quad (3)$$

Подставив выражения (2) и (3) в первое и второе граничные условия задачи (1), умножив уравнения на $\partial\varphi_{1mn}/\partial z$ и $\partial\varphi_{2mn}/\partial z$ и проинтегрировав по поверхностям Γ_0 и Σ соответственно, имеем

$$\ddot{s}_{mn} + \alpha_{mn}^{(1)} \ddot{p}_{mn} + V_{0\Gamma} \varepsilon_{mn}^{(1)} \dot{p}_{mn} + V_{0\Gamma} \delta_{mn}^{(1)} \dot{s}_{mn} + \omega_{mn}^2 s_{mn} = 0; \quad (4)$$

$$\ddot{p}_{mn} + \alpha_{mn}^{(2)} \ddot{s}_{mn} + V_{0\Gamma} \varepsilon_{mn}^{(2)} \dot{s}_{mn} + (V_{0\Gamma} \varepsilon_{mn}^{(2)'} - (V_{0\Sigma} + \gamma) \sigma_{mn}) \dot{p}_{mn} = 0,$$

$$m = 0, 1, 2, \dots; n = 1, 2, 3, \dots$$

Для определения собственных частот рассматриваемой механической системы положим $s_{mn} = A_{1mn} e^{\Omega t}$, $p_{mn} = A_{2mn} e^{\Omega t}$. Из уравнений (4) получим характеристическое уравнение

$$k_{mn}^{(3)} \Omega^3 + k_{mn}^{(2)} \Omega^2 + k_{mn}^{(1)} \Omega + k_{mn}^{(0)} = 0. \quad (5)$$

Результаты численного решения уравнения (5) для варианта 1 задачи (см. рис. 1, а) и варианта 2 (см. рис. 1, б) представлены в табл. 1. Формы апериодических и периодических колебаний жидкости приведены на рис. 2, а и б соответственно.

**Собственные частоты колебаний жидкости
при $r_2 = 0,1, m = 1, n = 1, N = 1$**

h	$V_{ог}$	γ	ω_{11}	Ω_1	$\Omega_{2,3}$
Вариант 1					
0,3	0,04	80	4,34952	-410,03864	$-0,05099 \pm 4,3492i$
0,3	0,06	20	4,34952	-125,30984	$-0,07649 \pm 4,34890i$
-0,3	0,04	20	3,60282	-97,64699	$-0,07718 \pm 3,60185i$
-0,1	0,04	20	3,79478	-104,25786	$-0,06268 \pm 3,79427i$
0,1	0,04	20	4,03415	-110,27247	$-0,06251 \pm 4,03365i$
0,4	0,04	20	4,55001	-118,82946	$-0,02732 \pm 4,54984i$
Вариант 2					
-0,1	0	10	3,80231	-44,39404	$-0,00002 \pm 3,80231i$
0,3	0,02	10	4,35488	-61,64358	$-0,02172 \pm 4,35493i$
0,3	0,04	20	4,35488	-123,2875	$-0,04328 \pm 4,35477i$
0,3	0,04	60	4,35488	-323,48692	$-0,04327 \pm 4,35470i$
-0,3	0,04	40	3,60096	-188,38302	$-0,05667 \pm 3,60056i$
0,2	0,04	40	4,19797	-215,70342	$-0,06043 \pm 4,19750i$

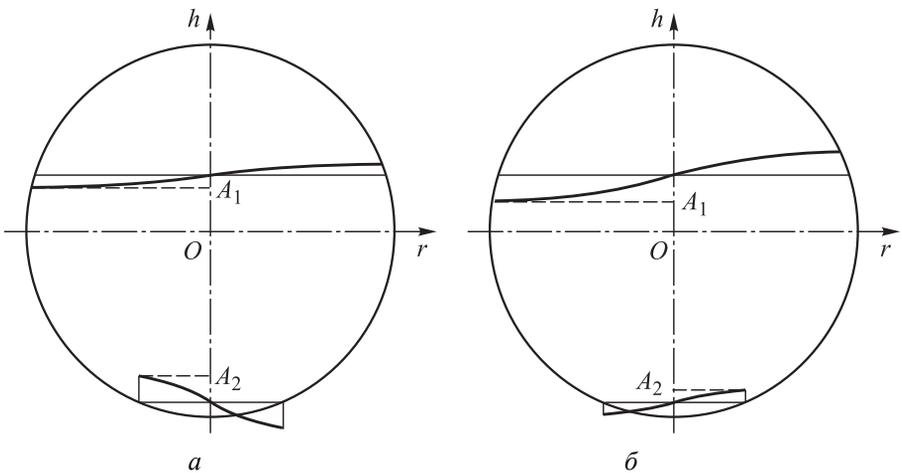


Рис. 2. Формы колебаний жидкости в сферическом сосуде при $\Omega = -154,281, m = 1, n = 1$ (а) и при $\Omega = -0,052 + 4,347i, m = 1, n = 1$ (б)

Колебания жидкости в условиях, близких к невесомости. Рассмотрим задачу о колебаниях жидкости в условиях, близких к невесомости (рис. 3).

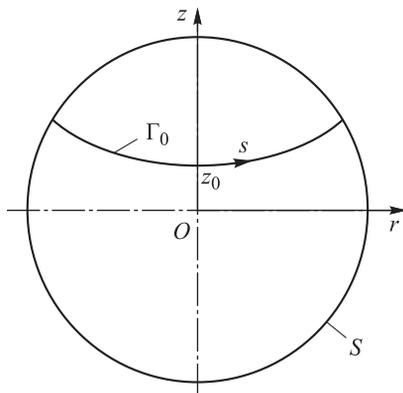


Рис. 3. Основные параметры и система координат для задачи о колебаниях жидкости в условиях, близких к невесомости

Постановка задачи. Как известно [6], задача о малых колебаниях жидкости в сферическом баке с учетом сил поверхностного натяжения описывается в безразмерной форме следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \Delta\Phi = 0 & \text{в } \tau; \\ \partial\Phi / \partial n = 0 & \text{на } S; \\ B \frac{\partial\Phi}{\partial n} = (a - \Delta_\Gamma) \frac{\partial\Phi}{\partial n} = \lambda\Phi & \text{на } \Gamma; \\ \frac{\partial}{\partial\nu} \frac{\partial\Phi}{\partial n} + \mu \frac{\partial\Phi}{\partial n} = 0 & \text{на } l, \end{cases} \quad (6)$$

где $\mu = \frac{k_1 \cos\gamma_0 - k}{\sin\gamma_0}$; $a = \text{Bo} \cos(n, z) - k_1^2 - k_2^2$ ($\text{Bo} = \rho g R^2 \sigma^{-1}$); $\lambda = \rho \omega^2 R^3 \sigma^{-1}$.

Здесь B — положительно сопряженный оператор; Δ_Γ — оператор Лапласа — Бельтрами на поверхности Γ ; γ_0 — угол смачивания; k — кривизна меридионального сечения бака; k_1 и k_2 — главные кривизны поверхности Γ , причем k_1 — кривизна линии L_0 пересечения поверхности Γ с плоскостью (r, z) ; l — линия пересечения поверхности Γ со стенкой бака; ν — внешняя нормаль к контуру l в плоскости, касательной к поверхности Γ ; ρ — плотность жидкости; Bo — число Бонда; g — интенсивность гравитационных сил; σ — коэффициент поверхностного натяжения.

Вариационная формулировка задачи и реализация метода Рунца. Краевая задача (6) допускает эквивалентную вариационную формулировку: определение стационарных точек функционала [6]

$$J(\Phi) = \int_{\tau} (\nabla\Phi)^2 d\tau - \lambda \int_{\Gamma} (B^{-1}\Phi)\Phi dS, \quad (7)$$

где B^{-1} — самосопряженный оператор, обратный оператору B .

Отделяя в выражении (7) переменную по полярному углу θ , получим $J(\Phi)$ относительно $\Phi(r, z)$ при $\cos(m\theta)$:

$$J(\Phi) = \int_{L_0+L_S} \Phi \frac{\partial\Phi}{\partial n} r ds - \lambda \int_{L_0} (B^{-1}\Phi)\Phi r ds, \quad (8)$$

где L_S — линия пересечения поверхности S с плоскостью (r, z) .

Оператор B^{-1} — это интегральный оператор

$$B^{-1}u = \int_{L_0} G(s, \sigma) u(\sigma) r(\sigma) d\sigma,$$

ядро которого есть функция Грина задачи Неймана

$$Bu = f, \quad \partial u / \partial s + \mu u = 0 \quad (s = s_0).$$

Приведение к интегральной форме. Представим в интегральной форме первое уравнение и первое граничное условие системы (6). Отделяя переменную по полярному углу, получим систему уравнений относительно $\Phi_m(s_x)$ и $\Psi_m(s_x)$ при $\cos(m\theta_x)$ [7]

$$\frac{1}{2} \Phi_m(s_x) = \int_0^{s_0} K_m(s_x, s_y) \Psi(s_y) ds_y - \int_0^{s_0} N_m(s_x, s_y) \Phi(s_y) ds_y + C_m; \quad (9)$$

$$\int_0^{s_0} r(s_y) \Psi_0(s_y) ds_y = 0; \quad \Psi = \frac{\partial\Phi}{\partial n} \Big|_{\Gamma}; \quad C_m = \begin{cases} C_0, & m = 0; \\ 0, & m = 1, 2, \dots \end{cases}$$

Третье и четвертое граничные условия системы (6) после отделения переменной θ имеют вид

$$\Psi_m(s_x) = \int_0^{s_0} g_m(x(s_x), x(s_y)) \frac{x(s_y)}{r(s_y)} f_m(x(s_y)) ds_y. \quad (10)$$

Здесь $x(s) = \exp\left[-\int_s^{s_0} \frac{ds}{r(s)}\right]$, а $g_m(x, y)$ — функция Грина задачи

$$L_m \Psi_m = f_m, \quad L_m \Psi_m = -\frac{d}{dx} \left(x \frac{d\Psi_m}{dx} \right) + \frac{m^2}{x} \Psi_m, \quad f_m = \frac{r^2}{x} (\lambda \Phi_m - a \Psi_m);$$

$$|\Psi_m| < 0 \quad (x = 0); \quad \frac{d\Psi_m}{dx} + \mu r \Psi_m = 0 \quad (x = 1).$$

Уравнения (9), (10) можно записать в виде следующей системы:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \Phi_m = K_m \Psi_m - N_m \Phi_m + C_m; \\ \Psi_m = Q_m (\lambda \Phi_m - a \Psi_m), \quad m = 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (11)$$

где K_m , N_m , Q_m — соответствующие интегральные операторы.

В табл. 2 приведено численное решение уравнения (8) и системы уравнений (11), а на рис. 4 представлена форма неосесимметричных колебаний ($m = 1$) первого и второго тона.

Таблица 2

Собственные числа первого и второго тона

Bo	z_0	γ_0 , град	По методу Рунге		По интегральной форме	
			λ_{11}	λ_{12}	λ_{11}	λ_{12}
5	0,1	90	8,35916	177,56868	8,42555	189,46028
1	-0,1	75	1,50904	143,02293	1,54596	143,51107
8	-0,2	25	13,95616	144,54376	18,05670	167,27630
10	-0,2	20	16,57549	143,32583	20,97530	174,36390

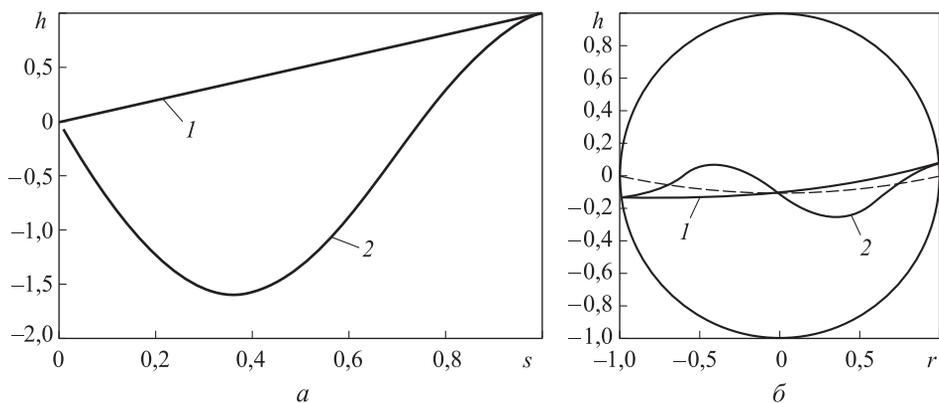


Рис. 4. Формы колебаний первого (1) и второго (2) тона при $Bo = 1$, $z_0 = -0,1$ и $\gamma_0 = 80^\circ$:
 а — от криволинейной координаты s ; б — в сферической полости

Колебания бака сферической формы, частично заполненного жидким топливом. Рассмотрим задачу о колебаниях вращающегося вокруг оси O_1x_1 бака сферической формы с полостью, которая частично заполнена жидкостью, вытекающей через заборные устройства из бака (рис. 5).

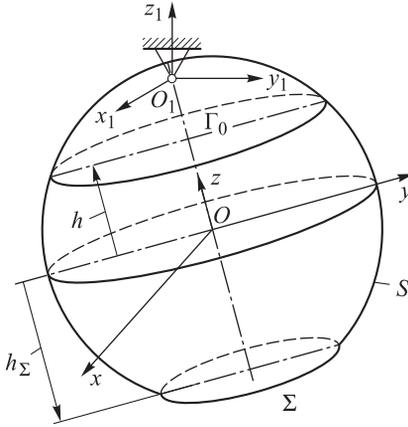


Рис. 5. Основные параметры и системы координат для задачи о колебаниях бака сферической формы, частично заполненного жидким топливом

Формулировка краевой задачи в цилиндрической и сферической системах координат (r, η, z) и (R, θ, η) записана в безразмерной форме [8]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\Phi = 0 \text{ в } \tau; \\ \frac{\partial\Phi}{\partial R} = \dot{\vartheta}L \sin\theta \sin\eta \text{ на } S (R = 1); \\ \frac{\partial\Phi}{\partial t} - V_{0\Gamma} \frac{\partial\Phi}{\partial z} + \int \frac{\partial\Phi}{\partial z} dt + V_{0\Gamma} V_{ez} = 0 \text{ на } \Gamma_0 (z = h); \\ \frac{\partial\Phi}{\partial t} - V_{0\Sigma} \frac{\partial\Phi}{\partial z} - \gamma \frac{\partial\Phi}{\partial z} + (\gamma + V_{0\Sigma}) V_{ez} = 0 \text{ на } \Sigma (z = h_\Sigma); \\ \Phi(r, \eta, z, t) = \Phi^{(0)} \text{ при } t = 0, \end{array} \right. \quad (12)$$

где ϑ — малый угол поворота бака вокруг оси O_1x_1 ; L — расстояние между центрами O и O_1 систем координат; V_{ez} — проекция на ось O_z вектора скорости переноса жидкости.

Для того чтобы легче отыскать потенциал скоростей Φ , представим его в виде суммы трех функций [9]:

$$\Phi(r, \eta, z, t) = \psi(r, \eta, z) \dot{\vartheta}(t) + \varphi_1(r, \eta, z) \dot{s}(t) + \varphi_2(r, \eta, z) \dot{p}(t). \quad (13)$$

Выберем выражение для функций $F = \psi \dot{\vartheta}$ и $\Phi_1 = \varphi_1 \dot{s}$, $\Phi_2 = \varphi_2 \dot{p}$ таким образом, чтобы первое граничное условие системы (12) удовлетворялось с помощью функции F , а второе и третье граничные условия — с помощью суммы функций F и Φ_1 , Φ_2 .

Используя вариационный метод, получим выражения для функций ψ , φ_1 , φ_2 [5]:

$$\psi(r, \eta, z) = \psi^*(r, z) \sin \eta = \sum_{k=1}^N c_k U_k(r, z) \sin \eta;$$

$$\varphi_1(r, \eta, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sum_{k=1}^N a_{nk} U_k(r, z)}{\sum_{k=1}^N a_{nk} \left. \frac{\partial U_k(r, z)}{\partial z} \right|_{(z=h, r=r_0)}} \right) \sin \eta; \quad (14)$$

$$\varphi_2(r, \eta, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sum_{k=1}^N b_{nk} U_k(r, z)}{\sum_{k=1}^N a_{nk} \left. \frac{\partial U_k(r, z)}{\partial z} \right|_{(z=h, r=r_0)}} \right) \sin \eta.$$

Подставив выражение (13) с учетом (11) во второе и третье граничные условия задачи (12), умножив уравнения на $\partial \varphi_{n1} / \partial z$ и $\partial \varphi_{n2} / \partial z$, проинтегрировав по поверхностям Γ_0 и Σ соответственно, имеем

$$\begin{aligned} \ddot{s}_n + \alpha_n^{(1)} \ddot{p}_n + V_{0\Gamma} \varepsilon_n^{(1)} \dot{p}_n + V_{0\Gamma} \delta_n^{(1)} \dot{s}_n + \omega_n^2 s_n + \alpha_{n\psi}^{(1)} \ddot{\vartheta} + e_{n\psi}^{(1)} \vartheta = 0; \\ \ddot{p}_n + \alpha_n^{(2)} \ddot{s}_n + V_{0\Gamma} \varepsilon_n^{(2)} \dot{s}_n + \left[V_{0\Gamma} \delta_n^{(2)} + (V_{0\Sigma} + \gamma) \sigma_n \right] \dot{p}_n + \\ + \alpha_{n\psi}^{(2)} \ddot{\vartheta} = 0, \quad n = 1, 2, \dots; \end{aligned} \quad (15)$$

$$J_{01} \ddot{\vartheta} - m z_c \vartheta + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_{0n}^{(1)} \ddot{s}_n + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_{0n}^{(2)} \ddot{p}_n + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_{1n}^{(1)} s_n + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_{1n}^{(2)} p_n = M_{O, x_1},$$

где J_{01} — момент инерции системы «бак — жидкость».

Третье уравнение в (15) — уравнение движения бака в безразмерной форме.

Рассмотрим собственное движение исследуемой механической системы, т. е. $M_{O, x_1} = 0$. Определим собственные частоты колебаний системы с учетом двух первых тонов ($n = 1, 2$). Положив $s_1 = s_1^0 e^{\Omega t}$, $p_1 = p_1^0 e^{\Omega t}$, $s_2 = s_2^0 e^{\Omega t}$, $p_2 = p_2^0 e^{\Omega t}$, $\vartheta = \vartheta^0 e^{\Omega t}$, получим характеристическое уравнение

$$\begin{pmatrix} \Omega^2 + V_{0\Gamma} \delta_1^{(1)} \Omega + \omega_1^2 & 0 & \alpha_1^{(1)} \Omega^2 + V_{0\Gamma} \varepsilon_1^{(1)} \Omega & 0 & \alpha_{1\psi}^{(1)} \Omega^2 + e_{1\psi}^{(1)} \\ 0 & \Omega^2 + V_{0\Gamma} \delta_2^{(1)} \Omega + \omega_2^2 & 0 & \alpha_2^{(1)} \Omega^2 + V_{0\Gamma} \varepsilon_2^{(1)} \Omega & \alpha_{2\psi}^{(1)} \Omega^2 + e_{2\psi}^{(1)} \\ \alpha_1^{(2)} \Omega^2 + V_{0\Gamma} \varepsilon_1^{(2)} \Omega & 0 & \Omega^2 + [V_{0\Gamma} \delta_1^{(2)} + (V_{0\Sigma} + \gamma) \sigma_1] \Omega & 0 & \alpha_{1\psi}^{(2)} \Omega^2 \\ 0 & \alpha_2^{(2)} \Omega^2 + V_{0\Gamma} \varepsilon_2^{(2)} \Omega & 0 & \Omega^2 + [V_{0\Gamma} \delta_2^{(2)} + (V_{0\Sigma} + \gamma) \sigma_2] \Omega & \alpha_{2\psi}^{(2)} \Omega^2 \\ \lambda_{01}^{(1)} \Omega^2 + \lambda_{11}^{(1)} & \lambda_{02}^{(1)} \Omega^2 + \lambda_{12}^{(1)} & \lambda_{01}^{(2)} \Omega^2 + \lambda_{11}^{(2)} & \lambda_{02}^{(2)} \Omega^2 + \lambda_{12}^{(2)} & J_{01} \Omega^2 - m z_c \end{pmatrix} = 0. \quad (16)$$

В табл. 3 представлены собственные частоты колебаний бака с жидкостью в зависимости от коэффициента γ сопротивления поверхности слива, в табл. 4 — от скорости $V_{0\Gamma}$ опускания свободной поверхности, а в табл. 5 — от глубины h жидкости.

Таблица 3

Собственные частоты колебаний бака с жидкостью, полученные при решении уравнения (16) с учетом $h = 0,4, V_{0\Gamma} = 0,04$

γ	$\omega_{1,2}$	$\omega_{3,4}$	$\omega_{5,6}$	ω_7	ω_8
4	$-0,00194 \pm 0,88599i$	$-0,04759 \pm 1,45108i$	$-0,06233 \pm 2,56147i$	-58,393	-16 794
10	$-0,00200 \pm 0,88599i$	$-0,04761 \pm 1,45109i$	$-0,06209 \pm 2,56146i$	-100,79	-29 083
30	$-0,00205 \pm 0,88598i$	$-0,04763 \pm 1,45110i$	$-0,06190 \pm 2,56146i$	-242,11	-70 044
50	$-0,00207 \pm 0,88598i$	$-0,04764 \pm 1,45110i$	$-0,06185 \pm 2,56145i$	-383,44	-111 006
	$\omega_0^{(0)} = 0,81829$	$\omega_1^{(0)} = 1,45716$	$\omega_2^{(0)} = 2,44876$		

Примечание: $\omega_0^{(0)} = \sqrt{\frac{mz_c}{J_{01}^{(TB)}}}$ — безразмерная собственная частота «затвердевшей» жидкости; $\omega_1^{(0)}$ и $\omega_2^{(0)}$ — безразмерные собственные частоты соответственно первого и второго тона колебаний жидкости в неподвижном баке.

Таблица 4

Собственные частоты колебаний бака с жидкостью, полученные при решении уравнения (16) с учетом $h = 0,4, \gamma = 5$

$V_{0\Gamma}$	$\omega_{1,2}$	$\omega_{3,4}$	$\omega_{5,6}$	ω_7	ω_8
0	$-0,00025 \pm 0,88613i$	$-0,00008 \pm 1,45155i$	$-0,00091 \pm 2,56239i$	-35,331	-10 240
0,01	$-0,00031 \pm 0,88612i$	$-0,01183 \pm 1,45152i$	$-0,01620 \pm 2,56234i$	-42,863	-12 391
0,04	$-0,00195 \pm 0,88599i$	$-0,04760 \pm 1,45108i$	$-0,06227 \pm 2,56147i$	-65,459	-18 842
0,08	$-0,00403 \pm 0,88558i$	$-0,09523 \pm 1,44971i$	$-0,12385 \pm 2,55868i$	-95,587	-27 444

Таблица 5

Собственные частоты колебаний бака с жидкостью, полученные при решении уравнения (16) с учетом $V_{0\Gamma} = 0,02, \gamma = 10$

h	$\omega_{1,2}$	$\omega_{3,4}$	$\omega_{5,6}$	ω_7	ω_8
-0,30	$-0,04618 \pm 1,13414i$	$-0,10561 \pm 1,45052i$	$-0,03049 \pm 2,88914i$	-107,530	-728,73
-0,10	$-0,04720 \pm 1,04016i$	$-0,09879 \pm 1,23812i$	$-0,01453 \pm 2,66130i$	-100,450	-2 431,0
0,01	$-0,01757 \pm 0,95734i$	$-0,06416 \pm 1,22507i$	$-0,01733 \pm 2,60258i$	-96,780	-5 010,9
0,10	$-0,00782 \pm 0,91108i$	$-0,04926 \pm 1,28934i$	$-0,02135 \pm 2,57148i$	-91,425	-9 756,6
0,50	$-0,00059 \pm 0,89929i$	$-0,02115 \pm 1,53003i$	$-0,02633 \pm 2,60596i$	-82,562	-18 072

Заключение. Результаты, полученные при решении задач о колебаниях жидкого топлива, вытекающего из баков сферической формы в расходную магистраль, подтверждают выводы, сформулированные для полостей произвольной формы в работах [1, 3]: спектр нормальных движений вытекающей несжимаемой жидкости состоит из двух ветвей собственных значений — дискретного множества вещественных чисел, расположенных на действительной полуоси, и дискретного множества комплексно-сопряженных чисел, расположенных вдоль мнимой оси. Кроме того, полученные данные свидетельствуют о качественном влиянии колебаний вытекающего топлива на динамические характеристики всей гидромеханической системы.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Степанова М.И., Темнов А.Н. Малые движения жидкости с поверхностной диссипацией энергии. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2011, № 4, с. 99–110.
- [2] Нгуен З.Х., Темнов А.Н. Колебания жидкого топлива непостоянного объема в сферической емкости. *Наука и образование: электронное научное издание*, 2014, № 12. URL: <http://technomag.bmstu.ru/doc/744115.html> (дата обращения 20.04.2016).
- [3] Дьяченко М.И., Орлов В.В., Темнов А.Н. Колебания жидкого топлива в цилиндрических и конических емкостях. *Наука и образование: электронное научное издание*, 2013, № 11. URL: <http://technomag.bmstu.ru/doc/623923.html> (дата обращения 20.04.2016).
- [4] Нгуен З.Х. Собственные колебания жидкости в сферических емкостях. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2015, № 2, с. 84–90.
- [5] Луковский И.А., Барняк М.Я., Комаренко А.Н. *Приближенные методы решения задач динамики ограниченного объема жидкости*. Киев, Наукова думка, 1984, 212 с.
- [6] Бабский В.Г., Копачевский Н.Д., Мышкис А.Д., Слобожанин Л.А., Тюпцов А.Д. *Гидромеханика невесомости*. Москва, Наука, 1976, 504 с.
- [7] Темкин Л.А., Темкина В.С. О расчете собственных колебаний идеальной жидкости в осесимметричном сосуде с учетом поверхностных сил. *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1972, № 5, с. 14–22.
- [8] Нгуен З.Х., Темнов А.Н. Колебания физического маятника, имеющего сферическую полость с вытекающей жидкостью. *Наука и образование: электронное научное издание*, 2015, № 10. URL: <http://technomag.bmstu.ru/doc/813746.html> (дата обращения 20.04.2016).
- [9] Колесников К.С. *Динамика ракет*. Москва, Машиностроение, 2003, 500 с.

Статья поступила в редакцию 04.05.2016

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Нгуен Зуй Хунг, Темнов А.Н. Задачи динамики космических конструкций с жидким топливом, вытекающим из сферических емкостей. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2016, вып. 5.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2016-05-1490>

Статья подготовлена по материалам доклада, представленного на XL Академических чтениях по космонавтике, посвященных памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых — пионеров освоения космического пространства, Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 26–29 января 2016 г.

Нгуен Зуй Хунг родился в 1985 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2012 г. Аспирант кафедры «Космические аппараты и ракеты-носители». Область научных интересов: механика жидкости и газа. e-mail: freedom_dh@yahoo.com.vn

Темнов Александр Николаевич родился в 1945 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1971 г. Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Космические аппараты и ракеты-носители». Автор более 20 научных работ в области механики жидкости и газа и ракетно-космической техники.

Problems related to dynamics of space structures featuring liquid propellant leaking out of spherical vessels

© Duy Hung Nguyen, A.N. Temnov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The article studies the influence of liquid propellant on dynamic characteristics of spacecraft. We present numerical solutions to the problems related to oscillations of liquid propellant leaking out of static spherical tanks into a fuel feed. We considered oscillation problems for liquid propellant leaking out under low-gravity conditions. We supply a solution to the boundary value problem for proper motions of a fuel tank rotating in reference to an arbitrary point and featuring a spherical cavity partially filled with liquid, leaking out through an intake device.

Keywords: spacecraft, liquid propellant, small oscillations, perturbed motion, static tank, moving tank, spherical vessel, intake devices.

REFERENCES

- [1] Stepanova M.I., Temnov A.N. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Estestvennye nauki — Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series: Natural Sciences*, 2011, no. 4, pp. 99–110.
- [2] Nguyen D.H., Temnov A.N. *Nauka i obrazovanie: elektronnoe nauchnoe izdanie — Science and Education: Electronic Scientific Journal*, 2014, no. 12. Available at: <http://technomag.bmstu.ru/doc/744115.html> (accessed April 20, 2016).
- [3] Dyachenko M.I., Orlov V.V., Temnov A.N. *Nauka i obrazovanie: elektronnoe nauchnoe izdanie — Science and Education: Electronic Scientific Journal*, 2013, no. 11. Available at: <http://technomag.bmstu.ru/doc/623923.html> (accessed April 20, 2016).
- [4] Nguyen D.H. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seria Mashinostroenie—Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series: Mechanical Engineering*, 2015, no. 2, pp. 84–90.
- [5] Lukovskiy I.A., Barnyak M.Ya., Komarenko A.N. *Priblizhennyye metody resheniya zadach dinamiki ogranichennogo obema zhidkosti* [Approximate methods for solving problems of fluid dynamics in a finite volume]. Kiev, Naukova Dumka Publ., 1984, 212 p.
- [6] Babskiy V.G., Kopachevskiy N.D., Myshkis A.D., Slobozhanin L.A., Tyuptsov A.D. *Gidromekhanika nevesomosti* [Microgravity hydromechanics]. Moscow, Nauka Publ., 1976, 504 p.
- [7] Temkin L.A., Temkina V.S. *Izvestia RAN, Mekhanika Zhidkosti i Gaza — Fluid Dynamics. A Journal of the Russian Academy of Sciences*, 1972, no. 5, pp. 14–22.
- [8] Nguyen D.H., Temnov A.N. *Nauka i obrazovanie: elektronnoe nauchnoe izdanie — Science and Education: Electronic Scientific Journal*, 2015, no. 10. Available at: <http://technomag.bmstu.ru/doc/813746.html> (accessed April 20, 2016).
- [9] Kolesnikov K.S. *Dinamika raket* [Rocket dynamics]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2003, 500 p.

Nguyen Duy Hung (b. 1985) graduated from Bauman Moscow State Technical University in 2012. Post-graduate student, Department of Spacecraft and Launch Vehicles. Specialises in gas and fluid dynamics. e-mail: freedom_dh@yahoo.com.vn

Temnov A.N. (b. 1945) graduated from Bauman Moscow Higher Technical School in 1971. Cand. Sci. (Phys.&Math.), Assoc. Professor, Department of Spacecraft and Launch Vehicles. Author of over 20 scientific publications in the fields of gas and fluid dynamics and rocket and space technologies.