

## Моделирование процесса многоуровневой фильтрации жидкого связующего в тканевом композите при RTM-методе изготовления

© Ю.И. Дмитриенко, Ю.В. Шпакова,  
И.О. Богданов, С.В. Сборщиков

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*Предложена математическая модель многоуровневой фильтрации жидкого связующего в тканевом композите при RTM-методе изготовления. С помощью этой модели описана фильтрация на двух структурных уровнях: на макроскопическом уровне движения жидкого связующего по каркасу композитной конструкции и на микроскопическом уровне в рамках отдельной ячейки периодичности тканевого материала. Для численного решения обеих трехмерных задач фильтрации использован метод конечных элементов. Представленные результаты численного моделирования процесса фильтрации жидкого связующего в тканевом материале позволили выявить характерные особенности движения связующего. Разработанная модель многоуровневой фильтрации может служить основой для оптимизации технологических процессов изготовления элементов конструкций из композиционных материалов при использовании RTM-метода изготовления.*

**Ключевые слова:** композиционные материалы, многоуровневая фильтрация, метод асимптотического осреднения, RTM-метод, ячейка периодичности, тканевый композит, метод конечных элементов, численное моделирование, поровое давление.

**Введение.** В настоящее время для производства деталей из тканевых и волокнистых композитов активно используют метод инфузии и его модификацию — RTM-метод [1–3], при котором вначале изготавливают каркас из армирующих волокон композитной конструкции, а затем пропитывают его жидким связующим под вакуумом или под действием внешнего давления. Качество получаемых деталей из композитов при таком методе изготовления во многом зависит от особенностей процесса пропитки волокнистого каркаса жидким связующим.

Движение жидкого связующего по пористому каркасу композита — сложный процесс, для моделирования которого обычно используют относительно простые инженерные методики расчета [4–9]. В настоящее время в связи с активным применением метода асимптотической гомогенизации (осреднения) [10–17] появилась возможность при расчете композитов проводить численное 3D-моделирование процессов фильтрации. С точки зрения организации вычислений

наиболее эффективный способ расчета композитов многоуровневое многомасштабное моделирование процессов [16–24], которое позволяет значительно сократить затраты вычислительных мощностей на детальное моделирование и в то же время сохранить высокую точность расчетов, характерную для методов асимптотической гомогенизации. В настоящей работе, выполненной с использованием результатов предшествующих работ [19–27] по теории фильтрации в периодических структурах, метод асимптотической гомогенизации применен для многоуровневого моделирования процессов фильтрации в тканевых композитах при RTM-методе их изготовления.

**Математическая постановка задачи многоуровневой фильтрации жидкого связующего в композите.** Рассмотрена конструкция из тканевого полимерного композиционного материала, структура которой, согласно методу многомасштабной гомогенизации [21, 23, 25], представлена в виде следующей модели: *первый* (верхний) *уровень* — непосредственно конструкция из осредненного композиционного материала; *второй уровень* — тканевый композиционный материал, состоящий из ячеек периодичности (ЯП), каждая из которых содержит заполненные жидким связующим или воздухом волокна и поры.

Многоуровневая математическая модель процесса фильтрации состоит из двух групп уравнений: осредненных уравнений фильтрации жидкого связующего в осредненном композите и уравнений микроскопической фильтрации газа и жидкого связующего в рамках одной ЯП. В осредненной композитной конструкции имеются две области: область 1, пропитанная жидким связующим, и область 2, не пропитанная связующим, где поры заполнены газом (воздухом). Граница раздела (фронт пропитки) между областями 1 и 2 подвижна и заранее неизвестна. Положение фронта пропитки композита связующим определяют в процессе решения задачи микроскопической фильтрации, что позволяет вычислить характеристики проницаемости композита.

Осредненные уравнения макроскопической фильтрации жидкого связующего и движения газовой фазы в порах композита имеют вид

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \nabla \rho_a \mathbf{v}_a = 0, \quad a = f, g, \quad \mathbf{x} \in V_f, V_g, \quad (1)$$

где  $\nabla$  — набла-оператор;  $\rho_a$  — плотность газовой или жидкой фазы (обозначим  $\rho_f$  — плотность жидкой фазы в области  $V_f$ ,  $\rho_g$  — плотность газовой фазы в области  $V_g$ );  $\mathbf{v}_a$  — вектор скорости движения газовой или жидкой фазы в порах, для которого справедлив закон Дарси

$$\rho_a \mathbf{v}_a = -\mathbf{K}_a \nabla p_a, \quad a = f, g, \quad \mathbf{x} \in V_f, V_g. \quad (2)$$

Здесь  $p_a$  — поровое давление жидкой или газовой фазы, для которого полагают выполненным линейное уравнение

$$\rho_a = A_a(p_a - p_{a0}),$$

( $A_a$  — коэффициент сжимаемости жидкости или газа;  $p_{a0}$  — равновесное давление, для газа  $p_{g0} = 0$ );  $\mathbf{K}_a$  — тензор проницаемости, который зависит от пористости композита и формы пор (его значения определяют решением задачи микроскопической фильтрации).

Подставляя (2) в (1), получаем уравнение макроскопической фильтрации относительно давления:

$$\frac{\partial p_a}{\partial t} = \nabla(\mathbf{K}_a \nabla p_a), \quad a = f, g, \quad \mathbf{x} \in V_f, V_g. \quad (3)$$

Начальные и граничные условия на фронте пропитки  $\Sigma_1$ , на границе  $\Sigma_2$  подачи давления к композиту согласно RTM-методу, на границе  $\Sigma_3$  откачки давления, а также на загерметизированной поверхности  $\Sigma_4$  композита имеют следующий вид:

$$\Sigma_1 : p_f = p_g - 2\sigma_\Sigma / R; \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{K}_g \cdot \nabla p_g = \mathbf{n} \cdot \mathbf{K}_f \cdot \nabla p_f; \quad (4)$$

$$\Sigma_2 : p_f = p_{e2}; \quad \Sigma_3 : p_g = p_{e3}; \quad \Sigma_4 : \mathbf{n} \cdot \mathbf{K}_a \cdot \nabla p_a = 0;$$

$$t = 0 : p_a = p_0. \quad (5)$$

Здесь  $p_{e3}$  — давление откачки газа;  $p_{e2}$  — давление, подающееся при RTM-методе;  $\sigma_\Sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения на границе раздела жидкого связующего и газа;  $R$  — характерный радиус кривизны фронта пропитки.

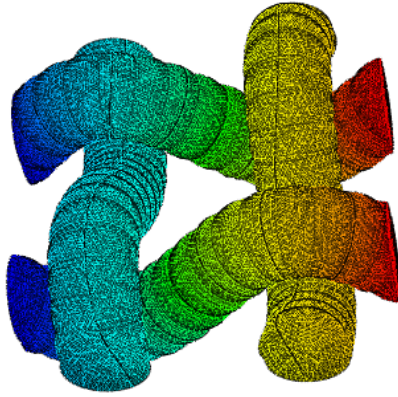
Вводя для газовой фазы разность давлений  $\tilde{p}_g = p_g - 2\sigma_\Sigma / R$ , граничные условия (4) можно переписать в виде (тильду над  $\tilde{p}_g$  опускаем)

$$\Sigma_1 : p_f = p_g; \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{K}_g \cdot \nabla p_g = \mathbf{n} \cdot \mathbf{K}_f \cdot \nabla p_f;$$

$$\Sigma_2 : p_f = p_{e2}; \quad \Sigma_3 : p_g = p_{e3} + 2\sigma_\Sigma / R; \quad \Sigma_4 : \mathbf{n} \cdot \mathbf{K}_a \cdot \nabla p_a = 0. \quad (6)$$

Уравнение фильтрации для функции  $\tilde{p}_g$  имеет вид (3).

**Задача микроскопической фильтрации жидкого связующего ЯП в композите.** Задача (3), (5), (6) позволяет моделировать фильтрацию связующего в конструкции из композита без учета детальной микроструктуры материала. Для исследования влияния особенностей микроструктуры на движение жидкой массы связующего и



**Рис. 1.** Ячейка периодичности (показаны только армирующие волокна) тканевого композита

определения коэффициентов проницаемости  $\mathbf{K}_a$  рассмотрим так называемую задачу микроскопической фильтрации на ЯП (рис. 1), которая в декартовой системе координат имеет следующий вид:

$$\begin{cases} v_{ili}^{(0)} = 0, \quad \xi_i \in V_{\xi f}; \\ -p_{/i}^{(1)} + \mu_f v_{i/ij}^{(0)} = p_{f,i}, \quad \xi_i \in V_{\xi f}; \\ v_i^{(0)} = 0; \quad \xi_i \in \Sigma_{\xi fs}; \\ \langle p^{(1)} \rangle = 0; \quad [[v_i^{(0)}]] = 0; \quad [[p^{(1)}]] = 0, \end{cases} \quad (7)$$

где  $\mu_f$  — коэффициент вязкости жидкого связующего;  $v_i^{(0)}$  — компоненты вектора скорости движения связующего;  $p^{(1)}$  — пульсация давления в связующем;  $\Sigma_{\xi fs}$  — поверхность контакта жидкого связующего и твердых нитей;  $\xi_i$  — локальные координаты в ЯП;  $p_{/i}^{(1)}$  — производные по локальным координатам;  $\langle p^{(1)} \rangle$  — интеграл по  $V_{\xi f}$  объему жидкого связующего. К системе (7) присоединяются условия периодичности функций на границах ЯП, обозначаемые как  $[[v_i^{(0)}]] = 0$ , здесь  $-1/2 \leq \xi_i \leq 1/2$  — область ЯП  $V_{\xi f}$ . Осредненный градиент давления  $p_{f,i}$  в системе (7) зависит только от глобальных координат  $x_i$  и рассматривается как «входные данные» задачи микроскопической фильтрации (7). Этот градиент вычисляют на основании решения задачи макроскопической фильтрации (3), (5), (6).

В рассматриваемой трехмерной пористой структуре поры образуют продольные каналы вдоль всех трех осей  $O\xi_j$  (см. рис. 1).

В силу линейности локальной задачи (7) ее решение можно представить в виде линейной функции от входных данных, т. е. от  $p_{f,i}$ :

$$p^{(1)} = \sum_{\alpha=1}^3 P^{(\alpha)}(\xi_i) p_{\alpha,i}; \quad v_i^{(1)} = \frac{1}{\mu_f} \sum_{\alpha=1}^3 W_i^{(\alpha)}(\xi_i) p_{\alpha,i}; \quad (8)$$

где функции  $P^{(\alpha)}(\xi_i)$ ,  $W_i^{(\alpha)}(\xi_i)$  зависят только от  $\xi_i$ .

Подставив выражения (8) в локальную задачу (7), после исключения градиента  $p_{\alpha,i}$  получим набор локальных задач  $L^{(\alpha)}$  для определения функций  $P^{(\alpha)}(\xi_i)$ ,  $W_i^{(\alpha)}(\xi_i)$ , которые в отличие от задачи (7) не содержат констант, описывающих физические свойства жидкости, и не зависят от входных данных:

$$\begin{cases} W_{i/i}^{(\alpha)} = 0; \\ -P_{/i}^{(\alpha)} + \Delta W_i^{(\alpha)} = h_i^{(\alpha)}; \quad \xi_i \in V_{\xi g}; \\ W_i^{(\alpha)} = 0; \quad \xi_i \in \Sigma_{\xi sg}; \\ \langle P^{(\alpha)} \rangle = 0; \\ [[W_i^{(\alpha)}]] = 0; \quad [[P^{(\alpha)}]] = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Здесь обозначено:  $\Delta W_i^{(\alpha)} = W_{i/jj}^{(\alpha)}$ , а также

$$h_i^{(\alpha)} = \begin{cases} 0 \text{ при } i \neq \alpha \text{ или при } i = \alpha \text{ и } P_{,\alpha}^{(0)} = 0; \\ 1 \text{ при } i = \alpha \text{ и } P_{,\alpha}^{(0)} \neq 0 \end{cases}$$

— функции, позволяющие учитывать вырожденный случай пористой структуры, когда сквозные каналы пор по одному из координатных направлений отсутствуют.

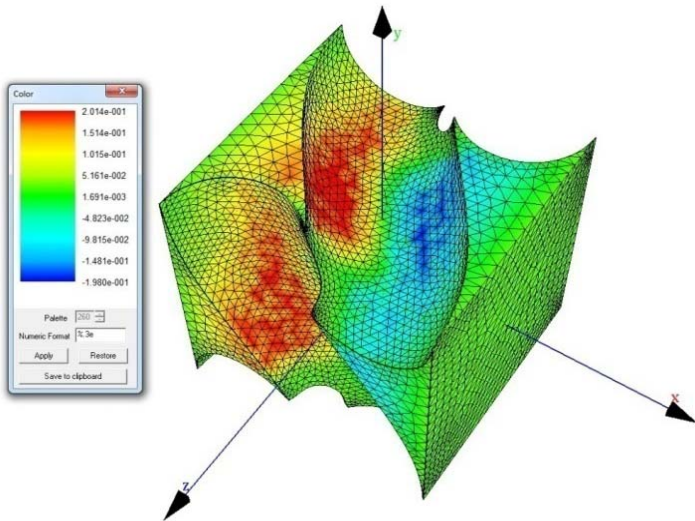
Решение задачи (9) зависит только от внутренней геометрии пор, поэтому применимо для расчета фильтрации как жидкой, так и газовой фазы.

Полученную задачу (9) решали методом конечных элементов (КЭ). Применяли тетраэдральный десятиузловой КЭ с 34 степенями свободы: по три компоненты вектора скорости  $W_i^{(\alpha)}$  в каждом узле и по одному значению давления  $P^{(\alpha)}$  в каждой вершине тетраэдра. Этот КЭ обеспечивал квадратичную аппроксимацию скоростей  $W_i^{(\alpha)}$  и линейную аппроксимацию пульсации давления  $P^{(\alpha)}$ . Для решения глобальной СЛАУ применяли устойчивый алгоритм бисопряженных градиентов. Алгоритм численного моделирования был реализован на базе программного комплекса, разработанного в Научно-образова-

тельном центре «Симплекс» и на кафедре «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана [26–28]. Программный комплекс позволяет решать следующие подзадачи: формирование расчетной области; задание свойств материалов; формирование на основе расчетной области сетки КЭ; решение задачи методом КЭ; обработка результатов применения процедуры методом КЭ; визуализация расчетов.

**Результаты численного моделирования процессов микроскопической фильтрации.** На рис. 2 и 3 показаны некоторые результаты численного решения задачи (9) для ЯП тканевого композита. На рис. 2 приведено распределение безразмерного значения пульсации давления  $P^{(1)}$  в жидком связующем в ЯП тканевого композита для задачи  $L_1$ , которая соответствует течению связующего вдоль направления  $O\xi_1$ . Максимальные значения пульсации давления  $P^{(1)}$  достигаются на поверхности волокон с «наветренной» их стороны, обращенной в сторону движущейся жидкости, минимальные — на противоположной стороне волокон.

На рис. 3 показано распределение продольной компоненты вектора скорости  $W_1^{(1)}$  жидкого связующего в ЯП тканевого композита в той же задаче  $L^{(1)}$ . Скорость имеет пуазейлевский характер распределения — ее максимум достигается в продольном направлении, т. е. вдоль линии максимального удаления от поверхности волокон. В поперечном направлении к этой линии скорость распределена почти по квадратичному закону.



**Рис. 2.** Распределение пульсации давления  $P^{(1)}$  в жидком связующем в ЯП тканевого композита

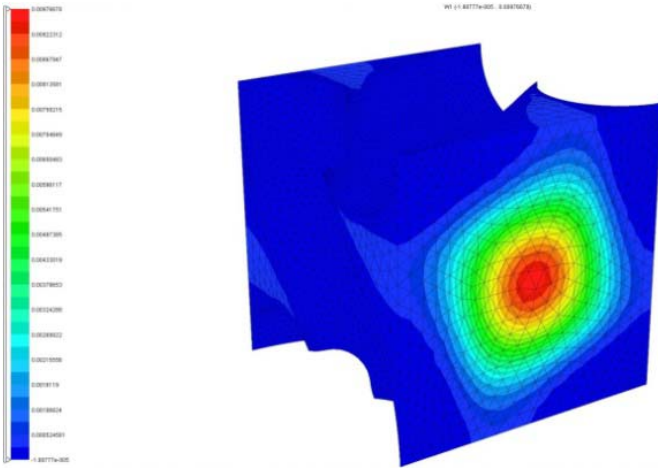


Рис. 3. Распределение компоненты вектора скорости  $\tilde{W}_1^{(1)}$  в жидком связующем в ЯП тканевого композита

После решения локальных задач  $L^{(\alpha)}$  компоненты  $K_i^j$  тензора проницаемости  $\mathbf{K}_a$  жидкой и газовой фаз по порам тканевого композита могут быть вычислены в соответствии с формулами

$$K_i^j = \mu_f \bar{K}_i^j; \quad \bar{K}_i^j = \frac{1}{\varphi_g} \int_{V_{\varepsilon_f}} W_i^{(j)} dV, \quad \varphi_g = \int_{V_{\varepsilon_f}} dV. \quad (10)$$

Значения безразмерных  $\bar{K}_i^j$  и размерных  $K_i^j$  коэффициентов проницаемости для жидкого связующего, фильтрующегося в порах тканевого композита, а также для газовой фазы приведены в таблице.

**Результаты расчета пористости и коэффициентов проницаемости для тканевой структуры с безразмерным радиусом волокон  $R = 0,125$**

Задача	Пористость $\varphi_g$	Безразмерный коэффициент проницаемости $\bar{K}_i^j$	Коэффициент проницаемости жидкой фазы, $K_i^j \cdot 10^{-12}$ , м <sup>2</sup>	Коэффициент проницаемости газовой фазы, $K_i^j \cdot 10^{-14}$ , м <sup>2</sup>
$L^{(i)}, i = 1$	0,555	0,003 687 676	9,221	11,127
$L^{(i)}, i = 3$	0,555	0,002 496 272	6,242	7,532

Характерные значения вязкости жидкой  $\mu_f$  и газовой  $\mu_g$  фаз полагали равными:  $\mu_f = 1,5 \cdot 10^{-3}$  Па·с;  $\mu_g = 1,81 \cdot 10^{-5}$  Па·с.

**Результаты численного моделирования процессов макроscopicкой фильтрации.** Примем, что в рассматриваемом пористом тканевом композите характерный размер ячеек  $\hat{l} = 50 \cdot 10^{-6}$  м, а ха-

ракторный размер всей области  $\hat{L} = 0,1$  м. Рассмотрим конструкцию из тканевого композита в форме пластины (параллелепипеда) размером  $0,02 \text{ м} \times 0,05 \text{ м} \times 0,1 \text{ м}$ .

Решение задачи (3), (5), (6) с использованием формул (10) проводили для двух случаев: 1) отсутствие перепада давления (движение границы раздела фаз только вследствие действия капиллярных сил); 2) наличие перепада давления (что характерно для RTM-метода изготовления композита). Эти случаи различались заданием граничных условий. В первом случае значения давлений в граничных условиях (4) имели вид  $p_{e2} = p_{e3} = 10^5$  Па, во втором — их выбирали следующим образом:  $p_{e2} = 1,1 \cdot 10^5$  Па;  $p_{e3} = 10^5$  Па.

Фронт пропитки композитной пластины жидким связующим полагали плоскопараллельным, движущимся вдоль координатного направления  $Ox_3$ . Каждый раз, когда разность между положением границы раздела на данном временном слое и фактическим положением границы составляла не менее 0,0001, производили перестроение КЭ-сетки и интерполяцию результатов расчетов со старой сетки на новую.

Значения параметров, общие для рассматриваемых случаев, представлены ниже (начальные параметры КЭ-сетки: число узлов 49 270, число КЭ 265 561, число поверхностных КЭ 17 166):

**Значения параметров  
для решения задачи макроскопической фильтрации**

Безразмерный коэффициент проницаемости пористой среды $K$ ...	0,000295079
Радиус кривизны поверхности жидкости в отдельной поре $R \cdot 10^{-5}$ , м .....	1,5
Коэффициент поверхностного натяжения жидкости $\sigma_\Sigma$ , Н/м .....	0,0289
Коэффициент сжимаемости жидкости $\beta \cdot 10^{-9}$ , м <sup>2</sup> /Н .....	0,820
Конечный момент времени, с .....	1
Число временных слоев .....	1000
Начальное условие для жидкой фазы ( $t = 0$ ) $\bar{p}_f \cdot 10^5$ , Па .....	1
Начальное условие для газовой фазы ( $t = 0$ ) $\bar{p}_g \cdot 10^5$ , Па .....	1
Характерный размер всей области пористой среды $\hat{L}$ , м .....	0,1
Характерный размер ячейки пористого материала $\hat{l} \cdot 10^{-6}$ , м .....	50

Результаты решения задачи макроскопической фильтрации для первого случая приведены на рис. 4, 5, 8, а, для второго — на рис. 6, 7, 8, б.





Рис. 4. График распределения порового давления  $\bar{p}_a(\tilde{x}_3)$  (атм) в пластине из тканевого композита при фильтрации в нем жидкого связующего для случая отсутствия перепада внешнего давления  $p_{e2} - p_{e3}$



Рис. 5. График распределения компоненты вектора скорости  $\bar{v}_3(\tilde{x}_3)$  (м/с) в пластине из тканевого композита при фильтрации в нем жидкого связующего для случая отсутствия перепада внешнего давления  $p_{e2} - p_{e3}$



Рис. 6. График распределения порового давления  $\bar{p}_a(\tilde{x}_3)$  (атм) в пластине из тканевого композита при фильтрации в нем жидкого связующего для случая наличия перепада внешнего давления  $p_{e2} - p_{e3} = 0,01$  МПа



Рис. 7. График распределения компоненты вектора скорости  $\bar{v}_3(\tilde{x}_3)$  (м/с) в пластине из тканевого композита при фильтрации в ней жидкого связующего для случая наличия перепада внешнего давления  $p_{e2} - p_{e3} = 0,01$  МПа

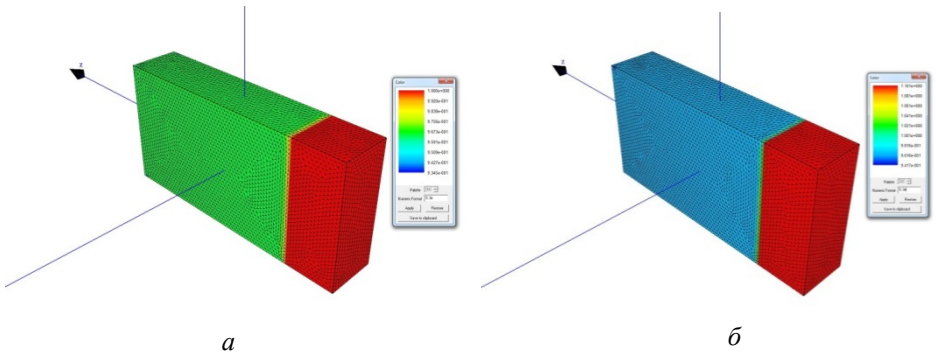


Рис. 8. Распределение в момент времени  $t = 19$  мс порового давления  $\bar{p}_a(\tilde{x}_3)$  в пластине из тканевого композита при фильтрации в нем жидкого связующего для случая отсутствия (a) и наличия (б) перепада внешнего давления  $p_{e2} - p_{e3} = 0,01$  МПа

**Выводы.** В работе предложена математическая модель многоуровневой фильтрации жидкого связующего в тканевом композите при RTM-методе изготовления. Модель включает два основных структурных уровня: осредненного макроскопического описания процесса фильтрации в каркасе композитной конструкции и микроскопического — в рамках отдельной ЯП тканевого материала. Модель основана на результатах применения метода асимптотического осреднения насыщенных пористых структур.

Для численного решения задачи микроскопической фильтрации, а также для решения задачи макроскопической фильтрации использован метод конечных элементов. Представленные результаты численного моделирования процесса фильтрации жидкого связующего в тканевом материале позволили выявить характерные особенности движения жидкого связующего. Показано, что в области между во-

локнами это движение похоже на пуазейлевское течение с квадратичным законом распределения по нормали к основной линии течения жидкого связующего.

Для задачи макроскопической фильтрации в рассмотренных случаях наличия и отсутствия перепада внешнего давления максимальные значения скорости фильтрации жидкого связующего реализуются в окрестности фронта пропитки, что согласуется с законом Дарси. При наличии внешнего перепада давления скорость движения жидкого связующего в порах резко возрастает, что соответствует реально наблюдаемым процессам в композитах при использовании RTM-метода изготовления.

Распределение давления в композитной пластине при наличии перепада внешнего давления не является равномерным в областях  $V_f$  и  $V_g$  (см. рис. 6), давление монотонно уменьшается от границы подачи давления к границе фронта пропитки композита.

Разработанная модель может служить основой для оптимизации технологических процессов изготовления элементов конструкций из композиционных материалов при использовании RTM-метода изготовления.

*Исследование выполнено за счет средств  
Задания № 1.445.2014/К Минобрнауки России*

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Гончаров В.А., Раскутин А.Е. Компьютерное моделирование процесса инфузии при изготовлении композитного арочного элемента. *Тр. ВИАМ*, 2015, № 7. doi: dx.doi.org/10.18577/2307-6046-2015-0-7-11-11 (дата обращения 16.11. 2015).
- [2] Гончаров В.А., Федотов М.Ю., Сорокин К.В., Раскутин А.Е. Моделирование стадии пропитки получения углепластиков на основе эпоксидных связующих для RTM- и VARTM-технологий. *Справочник. Инженерный журнал*, 2013, № 12, с. 24–28.
- [3] Душин М.И., Хрульков А.В., Мухаметов Р.Р., Чурсова Л.В. Особенности изготовления изделий из ПКМ методом пропитки под давлением. *Авиационные материалы и технологии*, 2012, № 1, с. 18–26.
- [4] Маскет М. *Течение однородных жидкостей в пористой среде*. Москва, Ижевск, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004, 628 с.
- [5] Clifford K. *Gas Transport in Porous Media. Theory and Applications of Transport in Porous Media*. Vol. 20. Springer, 2006, 444 p.
- [6] Coussy O. *Mechanics and Physics of Porous Solids*. John Wiley and Sons, Ltd., 2010, 281 p.
- [7] De Boer R. *Trends in Continuum Mechanics of Porous Media. Theory and Applications of Transport in Porous Media*. Vol. 18. Springer, 2005, 279 p.
- [8] Espedal M.S., Fasano A., Mikelic A. *Filtration in Porous Media and Industrial Application*. Springer, 2000, 218 p.
- [9] Ingham D.B., Pop I. *Transport Phenomena in Porous Media*. Vol. 3. Elsevier Ltd., 2005, 476 p.

- [10] Санчес-Паленсия Э. *Теория колебаний и неоднородные среды*. Москва, Мир, 1984, 472 с.
- [11] Бахвалов Н.С., Панасенко Г.П. *Осреднение процессов в периодических средах*. Москва, Наука, 1984, 352 с.
- [12] Bensoussan A. *Asymptotic Analysis for Periodic Structures. Studies in Mathematics and its Applications*. Vol. 5. North-Holland Publishing Company, 1978, 700 p.
- [13] Бардзокас Д.И., Зобнин А.И. *Математическое моделирование физических процессов в композиционных материалах периодической структуры*. Москва, Едиториал УРСС, 2003, 376 с.
- [14] Беляев А.Ю. *Усреднение в задачах теории фильтрации*. Москва, Наука, 2004, 200 с.
- [15] Chen Z., Huan G., Ma Y. *Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2006, 531 p.
- [16] Dimitrienko Yu.I. Mechanics of Porous Media with Phase Transformations and Periodical Structures. Method of Asymptotic Averaging. *European Journal of Mechanics, A/Solids*, 1998, vol. 17, p. 305–319.
- [17] Das D.B. *Upscaling Multiphase Flow in Porous Media. From Pore to Core and Beyond*. Springer, 2005, 257 p.
- [18] Dimitrienko Yu.I., Dimitrienko I.D. Simulation of Local Transfer in Periodic Porous Media. *European Journal of Mechanics, B/Fluids*, 2013, no. 1, pp. 174–179.
- [19] Димитриенко Ю.И., Левина А.И., Галицын А. Конечно-элементный анализ локальных газодинамических процессов в трехмерных пористых структурах. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2011, спец. выпуск, с. 50–66.
- [20] Димитриенко Ю.И., Глазиков М.Л. Моделирование процессов фильтрации в периодических пористых средах. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2003, № 1, с. 59–71.
- [21] Dimitrienko Yu.I. Dynamic Transport Phenomena in Porous Polymer Materials Under Impulse Thermal Effects. *Journal of Transport in Porous Media*, 1999, vol. 35, no. 2.
- [22] Димитриенко Ю.И., Левина А.И., Боженик П. Конечно-элементное моделирование локальных процессов переноса в пористых средах. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2008, № 3, с. 90–104.
- [23] Димитриенко Ю.И., Иванов М.Ю. Моделирование нелинейных динамических процессов переноса в пористых средах. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2008, № 1, с. 39–56.
- [24] Dimitrienko Yu.I., Dimitrienko I.D. Simulation of Local Transfer in Periodic Porous Media. *European Journal of Mechanics, B/Fluids*, 2013, no. 1, pp. 174–179.
- [25] Димитриенко Ю.И., Яковлев Д.О. Сравнительный анализ решений асимптотической теории многослойных тонких пластин и трехмерной теории упругости. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 12. URL: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/technic/899.html>
- [26] Димитриенко Ю.И., Сборщиков С.В., Соколов А.П., Шпакова Ю.В. Численное моделирование процессов разрушения тканевых композитов. *Вычислительная механика сплошной среды*. 2013, т. 6, № 4, с. 389–402. doi: 10.7242/1999-6691/2013.6.4.43 (дата обращения 03.11.2015).
- [27] Димитриенко Ю.И., Соколов А.П., Шпакова Ю.В., Юрин Ю.В. Моделирование поверхностей прочности композитов на основе микроструктурного конечно-элементного анализа. *Наука и образование*. 2012, № 11. doi: 10.7463/1112.0496336 (дата обращения 03.11.2015).

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Димитриенко Ю.И., Шпакова Ю.В., Богданов И.О., Сборщиков С.В. Моделирование процесса многоуровневой фильтрации жидкого связующего в тканевом композите при RTM-методе изготовления. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2015, вып. 12. URL: <http://engjournal.ru/catalog/msm/pmcm/1454.html>

**Димитриенко Юрий Иванович** — д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, директор Научно-образовательного центра «Суперкомпьютерное инженерное моделирование и разработка программных комплексов» (НОЦ «Симплекс») МГТУ им. Н.Э. Баумана, действительный член Академии инженерных наук. Автор более 300 научных работ в области вычислительной механики, газодинамики, термомеханики композитов, математического моделирования в науке о материалах.  
e-mail: [dimit.bmtstu@gmail.com](mailto:dimit.bmtstu@gmail.com)

**Шпакова Юлия Владимировна** — канд. техн. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 50 научных работ в области механики деформируемого твердого тела, механики композиционных материалов и конструкций. e-mail: [shpakovayuliya@bmstu.ru](mailto:shpakovayuliya@bmstu.ru)

**Богданов Илья Олегович** — аспирант кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 10 научных работ в области численного моделирования в механике. e-mail: [biofamily\\_7394@mail.ru](mailto:biofamily_7394@mail.ru)

**Сборщиков Сергей Васильевич** — аспирант кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 20 научных работ в области численного моделирования в механике композитов.  
e-mail: [servasbor@gmail.com](mailto:servasbor@gmail.com)

## Modeling the process of multilevel liquid binder filtration in a textile composite manufactured by RTM technology

© Yu.I. Dimitrienko, Yu.V. Shpakova,  
I.O. Bogdanov, S.V. Sbornichikov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

*The article considers the mathematical model of a multilevel filtration process of liquid binder in a textile composite material manufactured by RTM technology. The model describes filtration process on the two structural levels: the macroscopic motion of the liquid binder on the frame of the composite structure and the motion of the binder within the individual cell of textile composite periodicity on a microscopic level. Both three-dimensional filtration problems are solved numerically using the finite element method. The presented results of numerical modeling the filtration process of the liquid binder in a textile material revealed characteristic features of the binder motion. The developed model of multilevel filtration may serve as a basis for the optimization of technological processes of manufacturing structural elements made of composite materials using the RTM technology.*

**Keywords:** composites, multilevel filtration process, RTM method, asymptotic averaging method, periodicity cell, textile composite, finite element method, numerical simulation, pore pressure.

### REFERENCES

- [1] Goncharov V.A., Raskutin A.E. *Trudy VIAM – Electronic journal “Proceedings of VIAM”*, 2015, no. 7. doi: dx.doi.org/ 10.18577/2307-6046-2015-0-7-11-11 (accessed 16 November, 2015).
- [2] Goncharov V.A., Fedotov M.Yu., Sorokin K.V., Raskutin A.E. *Spravochnik. Inzhenernyy zhurnal – Handbook. Engineering Journal*, 2013, no. 12, pp. 24–28.
- [3] Dushin M.I., Khrulkov A.V., Mukhametov R.R., Chursova L.V. *Aviatsionnye materialy iologii – Aviation materials and technology*, 2012, no. 1, pp. 18–26.
- [4] Muskat M. *The flow of homogeneous fluid through porous media*. Ann Arbor, Michigan, J.W. Edwards Inc. Publ., 1946, 753 p. [In Russian: Masket M. *Techenie odnorodnykh zhidkostey v poristoy srede*. Moscow, Izhevsk, NIC “Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika” Publ., 2004, 628 p.].
- [5] Clifford K. *Gas Transport in Porous Media. Theory and Applications of Transport in Porous Media*. Vol. 20. Springer, 2006, 444 p.
- [6] Coussy Olivier. *Mechanics and Physics of Porous Solids*. John Wiley and Sons Ltd., 2010, 281 p.
- [7] De Boer R. *Trends in Continuum Mechanics of Porous Media. Theory and Applications of Transport in Porous Media*. Vol. 18. Springer Publ., 2005, 279 p.
- [8] Espedal M.S., Fasano A., Mikelic A. *Filtration in Porous Media and Industrial Application*. Springer, 2000, 218 p.
- [9] Ingham D.B., Pop I. *Transport Phenomena in Porous Media*. Elsevier, Ltd., 2005, vol. 3, 476 p.
- [10] Sanchez-Palencia E. *Non-homogeneous media and vibration theory. Lecture Notes in Physics*. Vol. 3. Berlin, Springer Publ., 1980, 398 p. [In Russian: Neodnorodnye sredi i teoriya kolebaniy. Moscow, Mir Publ., 1984].
- [11] Bakhvalov N.S., Panasenko G.P. *Osrednenie protsessov v periodicheskikh sredakh [Averaging processes in periodic media]*. Moscow, Nauka Publ., 1984, 352 p.

- [12] Bensoussan A. *Asymptotic Analysis for Periodic Structures. Studies in Mathematics and Its Applications*. Vol. 5. North-Holland Publ., Co.1978, 700 p.
- [13] Bardzokas D.I., Zobnin A.I. *Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov v kompozitsionnykh materialakh periodicheskoy struktury* [Mathematical Modeling Physical Processes in Composite Materials of the Periodic Structure]. Moscow, Editorial URSS Publ., 2003, 376 p.
- [14] Belyaev A.Yu. *Usrednenie v zadachah teorii filtratsii* [Averaging in the Theory of Filtration]. Moscow, Nauka Publ., 2004, 200 p.
- [15] Chen Z., Huan G., Ma Y. *Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2006, 531 p.
- [16] Dimitrienko Yu.I. *European Journal of Mechanics – A/Solids*, 1998, vol. 17, pp. 305–319.
- [17] Das D.B. *Upscaling Multiphase Flow in Porous Media. From Pore to Core and Beyond*. Das D.B. and Hassanizadeh S.M., eds. Springer, 2005, 257 p.
- [18] Dimitrienko Yu.I., Dimitrienko I.D. *European Journal of Mechanics/B-Fluids*, 2013, no. 1, pp. 174–179.
- [19] Dimitrienko Yu.I., Levina A.I., Galitsyn A. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seria Estestvennye nauki – Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series: Natural Sciences*, 2011, spec. issue, pp. 50–66.
- [20] Dimitrienko Yu.I., Glazikov M.L. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seria Estestvennye nauki – Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series: Natural Sciences*, 2003, no. 1, pp. 59–71.
- [21] Dimitrienko Yu.I. Dynamic Transport Phenomena in Porous Polymer Materials under Impulse Thermal Effects. *Journal of Transport in Porous Media*, 1999, vol. 35, no. 2.
- [22] Dimitrienko Yu.I., Levina A.I., Bozhenik P. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seria Estestvennye nauki – Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series: Natural Sciences*, 2008, no. 3, pp. 90–104.
- [23] Dimitrienko Yu.I., Ivanov M.Yu. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seria Estestvennye nauki – Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series: Natural Sciences*, 2008, no. 1, pp. 39–56.
- [24] Dimitrienko Yu.I., Dimitrienko I.D. *European Journal of Mechanics, B/Fluids*, 2013, no. 1, pp. 174–179.
- [25] Dimitrienko Yu.I., Yakovlev D.O. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2013, no. 12. Available at: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/technic/899.html>
- [26] Dimitrienko Yu.I., Sborshchikov S.V., Sokolov A.P., Shpakova Yu.V. *Vychislitel'naya mekhanika sploshnoy sredy — Computational Continuum Mechanics*, 2013, vol. 6, no. 4, pp. 389–402. doi: 10.7242/1999-6691/2013.6.4.43 (accessed 3 November, 2015).
- [27] Dimitrienko Yu.I., Sokolov A.P., Shpakova Yu.V., Yurin Yu.V. *Nauka i obrazovanie: elektronnyy nauchno-tekhnicheskiiy zhurnal — Science and Education: Electronic Scientific and Technical Journal*, 2012, no. 11. doi: 10.7463/1112.0496336 (accessed 3 November, 2015).

**Dimitrienko Yu.I.** (b. 1962) graduated from Lomonosov Moscow State University in 1984. Dr. Sci. (Phys. & Math.), Professor, Head of the Computational Mathematics and Mathematical Physics Department Director of Scientific-educational Center of Super-computer Engineering Modeling and Software Development (Simplex), Bauman Moscow State Technical University. Member of the Russian Academy of Engineering Science. Author of over of 300 publications in the field of computational mechanics,

gasdynamics, thermomechanics of composite materials, mathematical simulations in material science. e-mail: dimit.bmtstu@gmail.com

**Shpakova Yu.V.** (b.1982) graduated from the Kemerovo State University in 2004. Cand. Sci. (Eng.), Associated Professor of the Computational Mathematics and Mathematical Physics at Department, Bauman Moscow State Technical University. Author of over of 50 publications in the field of deformable solid mechanics, mechanics of composite materials and structures. e-mail: shpakovayuliya@bmstu.ru

**Bogdanov I.O.** (b. 1993) graduated from Bauman Moscow State Technical University in 2012. Postgraduate student at the Computational Mathematics and Mathematical Physics at Department, Bauman Moscow State Technical University. Author of 10 scientific publications in the field of computational mechanics. e-mail: biofamily\_7394@mail.ru

**Sborschikov S.V.** (b.1989) graduated from Bauman Moscow State Technical University in 2012. Postgraduate student of the Computational Mathematics and Mathematical Physics at Department, Bauman Moscow State Technical University. The author of 20 publications in the field of numerical simulation in mechanics of composites. e-mail: servasbor@gmail.com