

Приближенный метод расчета времени плавления шугообразного криопродукта в торовой емкости

© А.В. Тарасова, Г.Н. Товарных

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Предложен приближенный аналитический метод расчета времени плавления шугообразного криопродукта в торовой емкости при дренажном хранении. Рассмотрена задача о нахождении положения границы раздела между чистой жидкостью и шугой с учетом тепловых потоков со стороны стенок и области чистой жидкости. Принято, что область шуги изотермична и имеет температуру плавления твердой фазы, граница раздела шуга — плоская чистая жидкость, свободная поверхность жидкости неподвижна и имеет температуру насыщения при заданном давлении. Температура в области чистой жидкости распределена по линейному закону. Полученные приближенные соотношения позволяют оценить время плавления шугообразного криопродукта в емкости без детального расчета температурных полей в области чистой жидкости.

Ключевые слова: криогенная жидкость, криопродукт, дренажное хранение, жидкость, шуга, плавление, емкость.

Все больший интерес в наше время представляет пилотируемое исследование дальнего космоса.

Для продолжительных полетов использование жидкого водорода из-за его низкой плотности и низкой температуры кипения затруднительно. Для уменьшения потерь криогенных жидкостей их лучше сохранять в шугообразном состоянии, т. е. в охлажденном вплоть до тройной точки состоянии. Шугообразный криопродукт представляет собой жидкий продукт, в составе которого содержится 40...60 % твердой фазы.

Использование криопродуктов в шугообразном состоянии значительно снижает затраты на их транспортировку и хранение. В связи с этим рассмотрение вопросов охлаждения, а также хранения и транспортировки криопродуктов становится актуальным. Результаты численного решения задачи о плавлении шугообразного криопродукта в цилиндрической емкости показаны в работах [1, 2]. Использованию предварительного охлаждения жидкостей с целью уменьшения их потерь при хранении посвящена работа [3]. Методика расчета положения подвижной границы с учетом плавления твердой фазы представлена в работах [4–8].

В работе [9] описан приближенный расчет шугообразного криопродукта в сферической емкости.

В данной статье получены приближенные формулы для определения времени плавления шугообразного криопродукта в торовой емкости.

Шуга рассматривается как квазижидкая среда. Плавление происходит под действием тепловых потоков, которые поступают к емкости как со стороны твердых стенок, имеющих контакт с шугой, так и сверху, со стороны чистой жидкости. При этом принимается предположение о том, что температура в области чистой жидкости G_2 распределена в вертикальном направлении по линейному закону (рис. 1). Температура меняется от $T_{\text{нас}}$ — температуры насыщенных паров (температура границы раздела жидкость — пар) до $T_{\text{пл}}$ — температуры плавления твердой фазы. В области G_1 находится пар, а в области G_3 — шуга. Граница раздела шуга — область чистой жидкости характеризуется начальной ξ_0 и текущей ξ координатой, а также углом β . Площадь поверхности раздела между шугой и областью чистой жидкости обозначена через $S_{\text{ж}}$. Геометрические параметры тора заданы с помощью радиусов r и R .

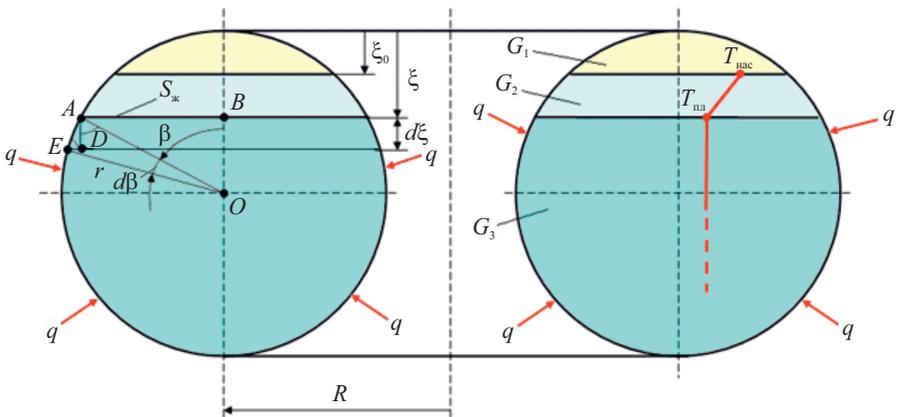


Рис. 1. Плавление шуги в торовой емкости

Балансное условие Стефана для шуги, частично заполняющей торовую полость, имеет вид

$$\left(q S_{\text{б}} + \lambda_{\text{ж}} \frac{T_{\text{нас}} - T_{\text{пл}}}{\xi - \xi_0} S_{\text{ж}} \right) dt = L_{\text{пл}} \rho_{\text{ТВ}} \varphi dV, \quad (1)$$

где q — удельный тепловой поток; $S_{\text{б}}$ — площадь поверхности, имеющей контакт с шугой; $\lambda_{\text{ж}}$ — теплопроводность жидкой фазы; t — время; $L_{\text{пл}}$ — теплота плавления; $\rho_{\text{ТВ}}$ — плотность твердой фазы; φ — концентрация твердой фазы в шуге; dV — элементарный объем, в котором происходит плавление шуги.

В соответствии с рис. 1 запишем геометрические соотношения:

$$AE = rd\beta, \quad \angle AOB = \angle OAD = \beta, \quad \angle OAE \approx 90^\circ,$$

$$AD = AE \sin \angle AED = AE \sin \beta = r \sin \beta d\beta = d\xi,$$

$$S_{\bar{0}} = 4\pi R(\pi - \beta)r, \quad S_{\text{ж}} = 4\pi R r \sin \beta,$$

$$dV = S_{\text{ж}} d\xi = 4\pi R r^2 \sin^2 \beta d\beta.$$

Подставляя эти соотношения в (1), получаем

$$\begin{aligned} & \left(q 4\pi R(\pi - \beta)r + \lambda_{\text{ж}} \frac{T_{\text{нас}} - T_{\text{пл}}}{\xi - \xi_0} 4\pi R r \sin \beta \right) dt = \\ & = L_{\text{пл}} \rho_{\text{ТВ}} \varphi \cdot 4\pi R r^2 \sin^2 \beta d\beta. \end{aligned}$$

После сокращения левой и правой части данного уравнения на общий множитель $4\pi R r$ имеем

$$\left(q(\pi - \beta) + \lambda_{\text{ж}} \frac{T_{\text{нас}} - T_{\text{пл}}}{\xi - \xi_0} \sin \beta \right) dt = L_{\text{пл}} \rho_{\text{ТВ}} \varphi r \sin^2 \beta d\beta.$$

Выразим координаты ξ и ξ_0 через угол β :

$$\xi = r - r \cos \beta = r(1 - \cos \beta),$$

$$\xi_0 = r - r \cos \beta_0 = r(1 - \cos \beta_0),$$

$$\xi - \xi_0 = r(\cos \beta_0 - \cos \beta).$$

Тогда

$$\left(q(\pi - \beta) + \lambda_{\text{ж}} \frac{T_{\text{нас}} - T_{\text{пл}}}{r(\cos \beta_0 - \cos \beta)} \sin \beta \right) dt = L_{\text{пл}} \rho_{\text{ТВ}} \varphi r \sin^2 \beta d\beta. \quad (2)$$

Приведем уравнение (2) к безразмерному виду:

$$\left(\bar{q}(\pi - \beta) + \frac{\sin \beta}{\cos \beta_0 - \cos \beta} \right) dFo = Ko \sin^2 \beta d\beta, \quad (3)$$

где $\bar{q} = \frac{qr}{\lambda_{\text{ж}}(T_{\text{нас}} - T_{\text{пл}})}$ — безразмерный тепловой поток; $Fo = \frac{a_{\text{ж}} t}{r^2}$ —

число Фурье; $Ko = \frac{L_{\text{пл}} \rho_{\text{ТВ}} \varphi}{c_{p\text{ж}} \rho_{\text{ж}} (T_{\text{нас}} - T_{\text{пл}})}$ — число Коссовича

($a_{ж} = \lambda_{ж}/(c_{рж}\rho_{ж})$ — температуропроводность жидкой фазы; $c_{рж}$ — теплоемкость жидкой фазы; $\rho_{ж}$ — плотность жидкой фазы).

Из уравнения (3) можно выразить число Фурье:

$$Fo = Ko \int_{\beta_0}^{\beta} \sin^2 \beta \left[\bar{q}(\pi - \beta) + \frac{\sin \beta}{\cos \beta_0 - \cos \beta} \right]^{-1} d\beta. \quad (4)$$

Число Фурье можно также связать с вертикальной координатой $\bar{\xi}$. Запишем уравнение (2) в виде

$$\left(q(\pi - \beta)r + \lambda_{ж} \frac{T_{нас} - T_{пл}}{\xi - \xi_0} r \sin \beta \right) dt = L_{пл} \rho_{ТВ} \phi r \sin \beta d\xi.$$

После приведения к безразмерному виду получаем

$$\left(\frac{\bar{q}(\pi - \beta)}{\sin \beta} + \frac{1}{\bar{\xi} - \bar{\xi}_0} \right) dFo = Ko d\bar{\xi},$$

где $\bar{\xi} = \xi/r$; $\bar{\xi}_0 = \xi_0/r$.

Выразим угол β через $\bar{\xi}$:

$$\beta = \arccos(1 - \bar{\xi}), \quad \sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \sqrt{1 - (1 - \bar{\xi})^2} = \sqrt{2\bar{\xi} - \bar{\xi}^2}.$$

Тогда

$$\left(\frac{\bar{q}(\pi - \arccos(1 - \bar{\xi}))}{\sqrt{2\bar{\xi} - \bar{\xi}^2}} + \frac{1}{\bar{\xi} - \bar{\xi}_0} \right) dFo = Ko d\bar{\xi}.$$

Решая относительно Fo, получаем

$$Fo = Ko \int_{\bar{\xi}_0}^{\bar{\xi}} \left[\frac{\bar{q}(\pi - \arccos(1 - \bar{\xi}))}{\sqrt{2\bar{\xi} - \bar{\xi}^2}} + \frac{1}{\bar{\xi} - \bar{\xi}_0} \right]^{-1} d\bar{\xi}. \quad (5)$$

Полное время плавления шуги определяется из уравнения (4) при значении верхнего предела интегрирования $\beta = \pi$ или из уравнения (5) при значении верхнего предела интегрирования $\bar{\xi} = 2$.

Выразим текущий объем $V_{ш}$, занимаемый шугой. В соответствии с рис. 2 можем записать

$$V_{ш} = 2\pi R S_{AEBC} = 2\pi R (\pi r^2 - S_{OADB} + S_{OAEB}) =$$

$$= 2\pi R \left(\pi r^2 - \beta r^2 + r^2 \sin \beta \cos \beta \right) = 2\pi R r^2 \left(\pi - \beta + \sin \beta \cos \beta \right),$$

или

$$V_{\text{ш}} = 2\pi R r^2 \left(\pi - \arccos(1 - \bar{\xi}) + (1 - \bar{\xi}) \sqrt{2\bar{\xi} - \bar{\xi}^2} \right).$$

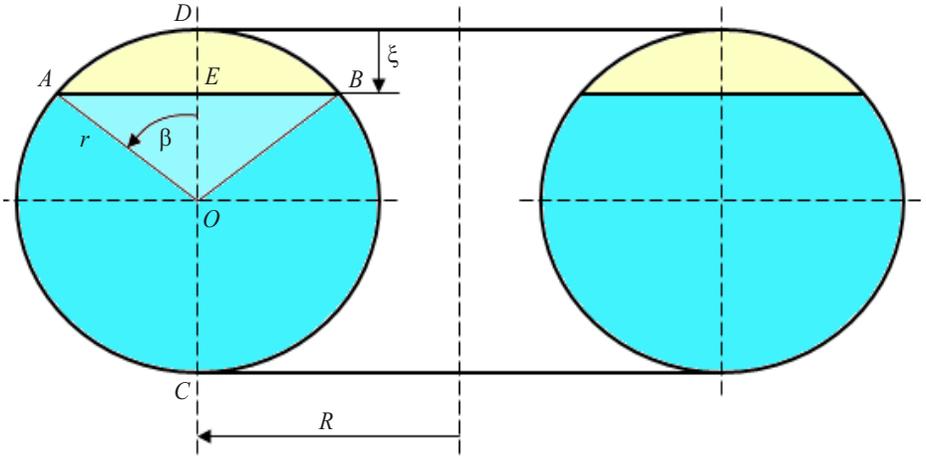


Рис. 2. Торговая емкость, частично заполненная шугой

Отношение текущего объема, занимаемого шугой, к первоначальному объему имеет вид

$$\bar{V}_{\text{ш}} = \frac{V_{\text{ш}}}{V_{\text{ш}0}} = \frac{\pi - \beta + \sin \beta \cos \beta}{\pi - \beta_0 + \sin \beta_0 \cos \beta_0},$$

или

$$\bar{V}_{\text{ш}} = \frac{\pi - \arccos(1 - \bar{\xi}) + (1 - \bar{\xi}) \sqrt{2\bar{\xi} - \bar{\xi}^2}}{\pi - \arccos(1 - \bar{\xi}_0) + (1 - \bar{\xi}_0) \sqrt{2\bar{\xi}_0 - \bar{\xi}_0^2}}. \quad (6)$$

Если пренебречь тепловым потоком, поступающим к шуге со стороны чистой жидкости, то вместо уравнений (4) и (5) можно записать

$$\begin{aligned} \text{Fo} &= \text{Ko} \int_{\beta_0}^{\beta} \frac{\sin^2 \beta}{\bar{q} (\pi - \beta)} d\beta; \\ \text{Fo} &= \text{Ko} \int_{\bar{\xi}_0}^{\bar{\xi}} \frac{\sqrt{2\bar{\xi} - \bar{\xi}^2}}{\bar{q} (\pi - \arccos(1 - \bar{\xi}))} d\bar{\xi}. \end{aligned}$$

Результаты расчетов представлены на рис. 3. Базовый вариант соответствует следующим значениям основных параметров: $\bar{q} = 1$; $\text{Ko} = 0,5$; $\bar{\xi}_0 = 0,5$.

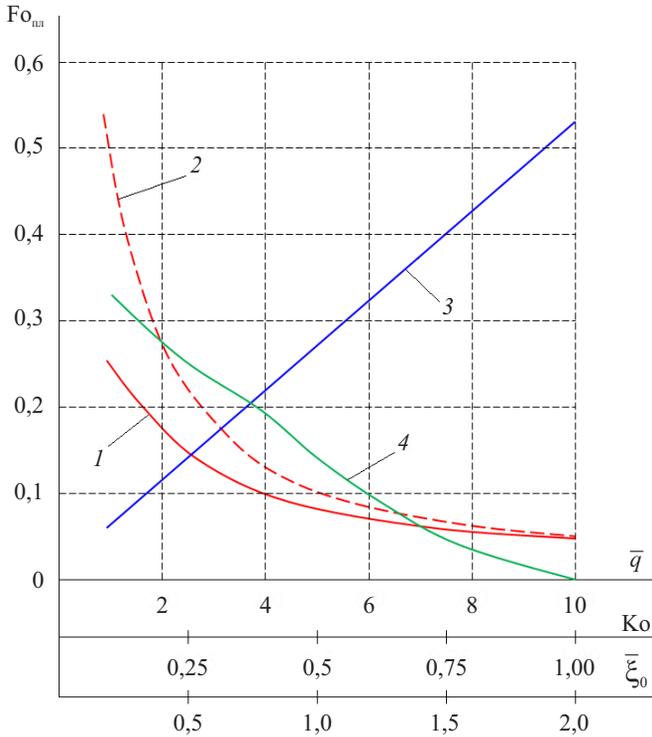


Рис. 3. Зависимости полного времени плавления от основных параметров:

1 и 2 — зависимости $Fo_{\text{пл}} = f(\bar{q})$ соответственно с учетом и без учета теплового потока со стороны чистой жидкости; 3 — зависимость $Fo_{\text{пл}} = f(Ko)$; 4 — зависимость $Fo_{\text{пл}} = f(\bar{\xi}_0)$

Форма кривых зависимости положения границы раздела шуга — область чистой жидкости $\bar{\xi}$, определяемая по уравнению (5), и зависимости относительного объема, занимаемого шугой $\bar{V}_{\text{ш}}$, определяемого по уравнению (6), от числа Фурье для различных значений теплового потока \bar{q} , числа Коссовича Ko и начального положения границы $\bar{\xi}_0$ аналогична представленным в работе [1] графикам для сферической емкости.

Анализируя зависимости полного времени плавления шуги от основных параметров (см. рис. 3), можно отметить, что расхождение между кривыми 1 и 2 при $\bar{q} = 1$ достигает 88 %, а при $\bar{q} \geq 10$ — менее 10 %. Кривая 3 показывает линейную зависимость $Fo_{\text{пл}} = f(Ko)$. Кривая 4, отражающая зависимость $Fo_{\text{пл}} = f(\bar{\xi}_0)$, в диапазоне $0,25 \leq \bar{\xi}_0 \leq 1,6$ также близка к линейной.

Результаты, представленные на рис. 3, свидетельствуют о том, что время плавления шугообразного криопродукта существенно за-

висит от параметров \bar{q} , K_0 , $\bar{\xi}_0$. Полученные приближенные интегральные соотношения позволяют оценить время плавления криопродуктов в шугообразном состоянии в торовой емкости без вычисления температурных полей в области чистой жидкости. Данные результаты можно использовать на начальной стадии проектирования систем долговременного хранения криогенных компонентов топлива. В дальнейшем планируется разработать более точную математическую модель процессов, протекающих в емкости, частично заполненной шугообразным криопродуктом, и подготовить предложения для проектирования орбитального хранилища криогенных компонентов топлива.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Товарных Г.Н. Тепловая конвекция в замкнутой емкости, заполненной компонентом в трех фазовых состояниях. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 7(19). URL: <http://engjournal.ru/catalog/machin/rocket/861.html>
- [2] Товарных Г.Н. Плавление шугообразного водорода в вертикальной цилиндрической емкости. *Инженерный вестник*, 2014, № 10. URL: <http://engbul.bmstu.ru/doc/738604.html>
- [3] Александров А.А., Денисов О.Е., Золин А.В., Чугунков В.В. Охлаждение ракетного топлива стартовым оборудованием с применением жидкого азота. *Известия вузов. Машиностроение*, 2013, № 4, с. 24–29.
- [4] Товарных Г.Н. Рост давления в плоской щели при замерзании теплоносителя. *Инженерный вестник*, 2014, № 11. URL: <http://engjournal.ru/catalog/arise/gcle/1396.html>
- [5] Кувыркин Г.Н., Ломохова А.В. Математическое моделирование процесса кристаллизации в установках для выращивания монокристаллов. *Известия вузов. Сер. Машиностроение*, 2007, № 4, с. 37–44.
- [6] Крылов Д.А., Сидняев Н.И. Метод расчета массовой кристаллизации многофазных реологических сред. *Материалы Четвертой конф. геокриологов России*, Москва, 7–9 июня 2011 г., МГУ им. М.В. Ломоносова, Т. 1. Часть 1: Физикохимия, теплофизика и механика мерзлых пород. Москва, Университетская книга, 2011, с. 129–136.
- [7] Крылов Д.А. Математическое моделирование температурных полей с учетом фазовых переходов в криолитозоне. *Наука и образование: Электронное научно-техническое издание*, 2012, № 4. URL: <http://technomag.edu.ru/doc/354740.html>
- [8] Парфентьева Н.А., Самарин О.Д. О колебаниях фронта промерзания в ограждениях и численном моделировании задачи Стефана. *Строительные материалы, оборудование, технологии XXI*, 2002, № 11, с. 46–47.
- [9] Тарасова А.В., Товарных Г.Н. Приближенный метод расчета плавления шугообразного криопродукта в сферической емкости. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2015, вып. 4(40). URL: <http://engjournal.ru/catalog/arise/itae/1394.html>

Статья поступила в редакцию 30.11.2015

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Тарасова А.В., Товарных Г.Н. Приближенный метод расчета времени плавления шугообразного криопродукта в торовой емкости. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2015, вып. 12.

URL: <http://engjournal.ru/catalog/arise/itae/1449.html>

Тарасова Анастасия Владимировна родилась в 1994 г. Студентка кафедры «Космические аппараты и ракеты-носители» МГТУ им. Н.Э. Баумана, инженер Научно-производственного центра «Специальная техника» МГТУ им. Н. Э. Баумана, сотрудник Студенческого конструкторского бюро «Молодежный космический центр» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: механика жидкости и газа, тепломассопереноса. e-mail: madam.amazonka83@yandex.ru

Товарных Геннадий Николаевич родился в 1946 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1970 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Космические аппараты и ракеты-носители» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 25 научных работ в области механики жидкости и газа, тепломассопереноса. e-mail: tovarnjx@yandex.ru

Approximate method of calculating a slush-like cryogenic product melting in a torus container

© A.V. Tarasova, G.N. Tovarnykh

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The research proposes an approximate analytical method for calculating the melting time of a slush-like cryogenic product in a torus container when drain storing. We examine the problem of finding the position of the interface between the pure liquid region and the slush with an allowance for the heat flow from the walls and the area of pure liquid. We accept the following parameters: the area of slush is isothermal and has a melting point of the solid phase, the interface slush is pure liquid, a flat free surface of the liquid is stationary and has a saturation temperature at a given pressure. The temperature in the area of pure liquid is linearly distributed. The approximate relations obtained allow us to evaluate the melting time of a slush-like cryogenic product in the container without a detailed calculation of the temperature fields in the pure liquid.

Keywords: cryogenic liquid, cryogenic product, drain storage, liquid, slush, melting, container.

REFERENCES

- [1] Tovarnykh G.N. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2013, no. 7 (19). Available at: <http://engjournal.ru/articles/861/861.pdf>
- [2] Tovarnykh G.N. *Inzhenernyy vestnik — Engineering bulletin*, 2014, no. 10. Available at: <http://engbul.bmstu.ru/doc/738604.html>
- [3] Aleksandrov A.A., Denisov O.E., Zolin A.V., Chugunkov V.V. *Izvestiya vuzov. Mashinostroenie — Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2013, no. 4, pp. 24–29.
- [4] Tovarnykh G.N. *Inzhenernyy vestnik — Engineering Bulletin*, 2014, no. 11. Available at: <http://engbul.bmstu.ru/doc/738625.html>
- [5] Kuvyrkin G.N., Lomokhova A.V. *Izvestiya vuzov. Ser. Mashinostroenie - Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2007, no. 4, pp. 37–44.
- [6] Krylov D.A., Sidnyaev N.I. Metod rascheta massovoy kristallizatsii mnogofaznykh reologicheskikh sred [Method of calculating the mass crystallization of multiphase rheological media]. *Materialy Chetvertoy konferentsii geokriologov Rossii, Moskva, 7–9 iyunya 2011, MGU im. M.V. Lomonosova, t. 1. Chast 1: Fiziko-khimiya, teplofizika i mekhanika merzlykh porod* [Proceedings of the Fourth Conference of Russian geocryologists, Moscow, 7–9 June 2011, Lomonosov MSU, vol. 1. Part 1: Physical chemistry, thermal physics and mechanics of frozen soils]. Moscow, University Book Publ., 2011, pp. 129–136.
- [7] Krylov D.A. *Nauka i obrazovanie. Elektronnyy zhurnal — Science and Education. Electronic Journal*, 2012, no. 4. Available at: <http://technomag.edu.ru/doc/354740.html>
- [8] Parfentjeva N.A., Samarin O.D. *Stroitelnye materialy, oborudovanie, tekhnologii XXI — Construction materials, equipment, technologies of the XXI*, 2002, no. 11, pp. 46–47.

- [9] Tarasova A.V., Tovarnykh G.N. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2015, no. 4 (40). Available at: <http://engjournal.ru/catalog/arise/itae/1394.html>

Tarasova A.V. (b.1994), a student of the Spacecraft and Launch Vehicles Department at Bauman Moscow State Technical University, an engineer of the Research Institute "Special machinery" at BMSTU, an engineer of Research and Production Center "Special equipment" at BMSTU, takes an active part in the work of "Youth Space Center" at BMSTU. Research interests are liquid and gas mechanics, heat and mass transfer. e-mail: madam.amazonka83@yandex.ru.

Tovarnykh G.N. (b.1946) graduated from Bauman Moscow Higher Technical School in 1970. Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Professor of the Spacecrafts and Launch Vehicles Department at Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 25 publications in the field of liquid and gas mechanics, heat and mass transfer. e-mail: tovarnjx@yandex.ru.