

## К вопросу о расчете давления и температуры в материале при интенсивном нагружении

© Т.А. Бутина, В.М. Дубровин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*Предложена методика получения кривой упругого давления по доступным экспериментальным данным конструкционных материалов. Методика позволяет получить значения давления и температуры за фронтом ударной волны без применения гипотез о потенциалах взаимодействия атомов среды.*

**Ключевые слова:** импульсное нагружение, упругое давление, внутренняя энергия, ударная адиабата, фронт ударной волны, температура, нагрев.

**Введение.** В современной технике одним из важных расчетных случаев поведения элементов конструкций является импульсное тепло-силовое нагружение, при котором происходит практически мгновенное возрастание нагрузок большой интенсивности, а время их действия составляет порядка нескольких микросекунд. При конечной скорости распространения возмущения, как правило, не успевают за время действия нагрузки «распространиться» по толщине конструкции. Характерным в этом случае является образование волн возмущения, распространяющихся в виде волн нагрузки, разгрузки и отражения [1]. В конструкции возникает сложное напряженно-деформированное состояние, отличающееся высокой интенсивностью напряжений и большими скоростями деформаций. Процесс деформирования носит волновой характер [2]. Поверхность разрыва, характеризующая ударную волну, определяется как поверхность, на которой плотность, нормальная к поверхности скорость материала, давление и другие термодинамические характеристики испытывают разрыв. Причем скачки их значений связаны определенными соотношениями, вытекающими из уравнений сохранения массы, количества движения и энергии [3, 4].

**Математическое моделирование измерения.** Известно, что удельную внутреннюю энергию  $E$  и полное давление  $P$  в твердом теле можно разделить на упругие и тепловые составляющие [5]:

$$E = E_y(V) + E_T; \quad P = P_y(V) + P_T(V, T), \quad (1)$$

где  $V = \frac{1}{\rho}$  — удельный объем;  $\rho$  — плотность;  $P_y$ ,  $E_y$  — упругие составляющие давления и энергии, зависящие только от сжатия веще-

ства — так называемые холодные давление и энергия. По физическому смыслу это давление и энергия при нулевой температуре по шкале Кельвина. Они связаны соотношением  $P_y = -\frac{1}{\rho_0} \frac{dE_y}{dV}$ , которое можно рассматривать как уравнение изотермы или адиабаты холодного сжатия.

Тепловое давление и энергия связаны зависимостью

$$P_T = \gamma(V)\rho C_V T = \gamma(V)E_T, \quad (2)$$

где  $C_V$  — теплоемкость при постоянном объеме;  $\gamma$  — коэффициент Грюнайзена, характеризующий отношение теплового давления к тепловой энергии.

Знание зависимостей упругих давления и энергии от удельного объема является необходимым условием построения уравнения состояния.

Экспериментальное определение упругого давления при статическом сжатии связано с большими техническими трудностями. Известные теоретические методы основаны на постулировании конкретных видов потенциалов взаимодействия атомов, зависимости коэффициента Грюнайзена от объема и при этом содержат ряд параметров, определяемых экспериментально.

Как известно, ударная адиабата, или адиабата Гюгонио, представляет собой зависимость полного давления  $P_H$  за фронтом ударной волны от удельного объема сжатого вещества. В работе [6] получено выражение для давления за фронтом ударной волны, позволяющее определить диапазон давлений, в котором существует ступенчатая структура фронта ударной волны, что позволяет оценить состояние материала конструкции и правильно выбрать физико-механические характеристики материалов.

Используя полученные выражения для давления и энергии на ударной адиабате, уравнение состояния Ми—Грюнайзена можно записать в виде

$$P_y - P_H = \gamma_0(E_{п.у} - E_H), \quad (3)$$

где  $E_{п.у} = E_y + E_S$ ;  $E_S$  — энергия сдвига;  $E_{п.у}$  — полная упругая энергия;  $P_H$  — полное давление за фронтом ударной волны.

Используя переменную  $\eta = 1 - \frac{\rho_0}{\rho}$  и выражение для давления за фронтом волны, исключим  $E_H$  из уравнения (2), в результате получим

$$P_y - P_H = \gamma_0 \left[ E_{п.у} - E_y(\eta_l) - \frac{\sigma_H + \sigma_l}{2}(\eta - \eta_l) \right], \quad (4)$$

где  $\sigma_H = -P_H + S_l$ ;  $\sigma_i = -P_l + S_l$ ;  $\sigma, S$  — полные и сдвиговые напряжения [7].

Как известно, амплитуда упругого предвестника ударной волны равна упругому пределу Гюгонио. Параметрам, соответствующим этому пределу, присвоен в дальнейшем индекс «l».

Дифференцируя выражение (4) по  $\eta$  и используя уравнение адиабаты холодного сжатия, получаем

$$\frac{dP_y}{d\eta} - \frac{dP_H}{d\eta} = \gamma_0 \left[ P_y - \frac{1}{2} \frac{dP_H}{d\eta} (\eta - \eta_l) - \frac{P_H - P_l - 2S_l}{2} \right]. \quad (5)$$

Это уравнение описывает зависимость упругого давления при  $\eta > \eta_l$ . Формальное его применение в диапазоне  $\eta \leq \eta_l$  получим из оценки членов уравнения (5). При  $\eta < \eta_l$  выполняется соотношение  $dP_H / d\eta = K$ , где  $K$  — модуль объемного сжатия. Полное давление  $P_H = P_y + \rho_0 \gamma_0 c_v T$  мало по сравнению с  $K$  при сжатиях до  $\eta \leq \eta_l$ .

Из соотношений, справедливых при температурах  $T \approx T_0$ , имеем  $\rho_0 \gamma_0 c_v T = \alpha_T T_0 K$ ,  $\alpha_T T_0 = \varepsilon_T \leq 1$ , где  $\alpha_T$  — коэффициент объемного сжатия,  $\varepsilon_T$  — объемная деформация, следует, что  $P_y \ll K$ .

Далее запишем

$$\frac{dP_H}{d\eta} \eta \sim \eta K \ll K; \quad P_H \sim \eta K \ll K; \quad P_l, S_l \sim Y_0 \ll K.$$

Таким образом, использование уравнения (5) при  $\eta \leq \eta_l$  обеспечивает практически точное выполнение закона Гука  $\frac{dP_y}{d\eta} \cong K$ .

Приведенные оценки позволяют упростить правую часть уравнения (5). Поскольку  $S_l \ll K$  и остается постоянным при  $\eta > \eta_l$ , им можно пренебречь, тогда уравнение (5) примет вид

$$\frac{dP_H}{d\eta} - \gamma_0 P_y = \frac{dP_H}{d\eta} - \gamma_0 \left( \frac{1}{2} \frac{dP_H}{d\eta} \eta + \frac{P_H}{2} \right). \quad (6)$$

Зависимость полного давления за фронтом ударной волны имеет вид [6]

$$P_H = P_l + \frac{\rho_0 [\alpha + (\beta - 1)V_l]^2}{[1 + (\beta - 1)\eta_l - \beta\eta]^2} (\eta - \eta_l). \quad (7)$$

При экспериментальном определении коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$  установлено, что  $\beta \sim 1$  для большинства материалов, а  $\alpha \cong c_{об}$ , где

$c_{об} = \sqrt{\frac{E(1+\nu)}{(1-2\nu)\rho_0}} = \sqrt{\frac{K}{\rho_0}}$  — так называемая объемная скорость звука, поэтому  $\rho_0\alpha^2 \cong K$ .

Поскольку массовая скорость  $V_l \approx \alpha\eta_l$ ,  $\eta_l \ll 1$ , коэффициент  $\beta \approx 1$ , выражение (7) можно упростить и записать в виде

$$P_H = P_l + \frac{\rho_0\alpha^2}{(1-\beta\eta)^2}(\eta - \eta_l). \quad (8)$$

Рассмотрим зависимость давления от сжатия на ударной адиабате

$$P_H = \frac{\rho_0\alpha^2\eta}{(1-\beta\eta)^2}, \quad (9)$$

приведенную в работе [1], и сравним с выражением (8). Вследствие малости  $\eta_l$  по сравнению с единицей из зависимости (9) получаем  $P_H \cong \rho_0\alpha^2\eta_l = K\eta_l = P_l$ . Продифференцировав зависимость (9), получим

$$\frac{dP_H}{d\eta} = \rho\alpha^2 \frac{1+\beta\eta}{(1-\beta\eta)^3}. \quad (10)$$

При  $\eta = 0$  производная равна  $K$ , а при  $\eta = \eta_l$  ее значение незначительно отличается от  $K$ . Производная, полученная из выражения (8), отличается стоящим в числителе членом  $2\beta\eta_l$ , который имеет постоянное значение на всем диапазоне сжатий и мал по сравнению с единицей. Таким образом, использование единой кривой (9) вместо двухкусочной не приводит к заметной потере точности результатов. Численные эксперименты для большого числа материалов показали хорошее совпадение кривых в диапазоне изменения  $\eta = 0 \dots 0,5$ . Значение  $P_H$ , полученное по зависимости (9), обычно всего на несколько процентов ( $< 3\%$ ) превышает давление, вычисленное по формуле (7).

Как правило, точность получения экспериментальных значений параметров меньше. Таким образом, для искомой неизвестной  $P_y(\eta)$  получено следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{dP_y}{d\eta} - \gamma_0 P_y = \frac{dP_H}{d\eta} - \gamma_0 \left( \frac{1}{2} \frac{dP_h}{d\eta} \eta + \frac{P_H}{2} \right) \quad (11)$$

с начальным условием  $P_{y0} = P_0$ , где  $P_0$  — значение упругого давления при нулевой температуре по шкале Цельсия.

Решение уравнения (11) ищем в виде  $P_y = P_0 e^{\gamma_0 \eta} + \pi_y$  [8–10]. Подставив это выражение в уравнение (11), перейдем к новому уравнению относительно новой функции  $\pi_y$ :

$$\frac{d\pi_y}{d\eta} - \gamma_0\pi_y = \frac{dP_H}{d\eta} - \gamma_0 \left( \frac{1}{2} \frac{dP_H}{d\eta} \eta + \frac{P_H}{2} \right) \quad (12)$$

с начальным условием  $\pi_{y0} = 0$ .

Преобразовав уравнение (12) к виду

$$\frac{dP_H}{d\eta} - \frac{d\pi_y}{d\eta} = \gamma_0 \left[ P_H - \pi_y + \left( \frac{1}{2} \frac{dP_H}{d\eta} \eta - \frac{P_H}{2} \right) \right]$$

и вводя обозначение  $\Pi = P_H - \pi_y$ , получим

$$\frac{d\Pi}{d\eta} = \gamma_0 \left[ \Pi + \left( \frac{1}{2} \frac{dP_H}{d\eta} \eta - \frac{P_H}{2} \right) \right], \quad \Pi_{\eta=0} = 0. \quad (13)$$

Можно сказать, что выражение в круглых скобках «обеспечивает отставание»  $P_y$  от  $P_H$ , так как  $\left( \frac{dP_H}{d\eta} \right) \eta > P_H$ .

Для того чтобы избавиться от производной в правой части уравнения (13), примем  $\Pi = \varphi + \gamma_0 \left( \frac{P_H \eta}{2} - \int_0^\eta P_H d\eta \right)$  и, подставив  $\Pi$  в уравнение, после несложных преобразований перейдем к уравнению для функции  $\varphi$ :

$$\frac{d\varphi}{d\eta} - \gamma_0\varphi = \gamma_0^2 \phi(\eta),$$

где  $\phi(\eta) = \frac{P_H}{2} \eta - \int_0^\eta P_H d\eta$ ; начальным условием является  $\varphi|_{\eta=0} = 0$ .

Используя метод интегрирующего множителя, найдем решение этого уравнения:

$$\varphi = \gamma_0^2 e^{\eta\gamma_0} \int_0^\eta e^{-\eta\gamma_0} \phi(\eta) d\eta. \quad (14)$$

Интеграл в выражении (14) возьмем приближенно по формуле Симпсона [10, 11] на интервале  $[0, \eta]$ , тогда функция примет вид

$$\varphi = \gamma_0^2 \eta \left[ \frac{2}{3} e^{\frac{\eta\gamma_0^2}{2}} \phi\left(\frac{\eta}{2}\right) + \frac{1}{6} \phi(\eta) \right]. \quad (15)$$

Интеграл в выражении (15) вычислим методом интегрирования по параметру, используя выражение для  $P_H$ :

$$\int_0^{\eta} P_H d\eta = \rho_0 \alpha^2 \int_0^{\eta} \frac{d\eta}{(1-\beta\eta)^2} = \rho_0 \alpha^2 \frac{d}{d\beta} \int_0^{\eta} \frac{d\eta}{1-\beta\eta} =$$

$$= -\rho_0 \alpha^2 \frac{d}{d\eta} \left( \frac{\ln(1-\beta\eta)}{\beta} \right) = \rho_0 \alpha^2 \left( \frac{\ln(1-\beta\eta)}{\beta^2} + \frac{\eta}{\beta(1-\beta\eta)} \right). \quad (16)$$

Тогда вспомогательную функцию  $\phi(\eta)$  можно записать в следующем виде:

$$\phi(\eta) = \rho_0 \alpha^2 \left( \frac{\eta^2}{2(1-\beta\eta)^2} - \frac{\eta}{\beta(1-\beta\eta)} - \frac{\ln(1-\beta\eta)}{\beta^2} \right). \quad (17)$$

Таким образом, получено окончательное выражение

$$P_y = P_0 e^{\eta\gamma_0} + P_H - \gamma_0 \phi(\eta) - \phi(\eta). \quad (18)$$

Во всех приведенных уравнениях подразумевается абсолютная температура. Перейдем теперь к температуре  $t$ , отсчитываемой от  $0^\circ\text{C}$ .

Как было указано выше, полное давление состоит из упругого (холодного) и теплового давления. Из уравнения Ми—Грюнайзена следует, что

$$P = P_y + \gamma_0 (E - E_y) = P_y + \rho_0 \gamma_0 c_V T,$$

после подстановки выражения (18)  $P = P_0 e^{\eta\gamma_0} + \pi_y + \rho_0 \gamma_0 c_V T$ .

При  $T = T_0$  и  $\eta = 0$  полное давление  $P = 0$  (атмосферным давлением пренебрегаем) и  $\pi_y = 0$ , откуда  $P_0 = -\rho_0 \gamma_0 c_V T$ , т. е. упругое давление при нормальных условиях отрицательно. Считая, что полная внутренняя энергия  $E$  при нормальных условиях равна нулю (обозначим ее  $\varepsilon$ ), из уравнения состояния получаем, что упругая энергия  $E_y^0 = -c_V \rho_0 T_0$  тоже отрицательна. Если упругую часть внутренней энергии, отсчитываемую при  $T = 0^\circ\text{C}$ , обозначить  $\varepsilon_y$  ( $\varepsilon_y = 0$  при  $\eta = 0$ ), то  $\varepsilon_y = E_y + c_V \rho_0 T_0$ . Заменяя  $E_y$ , получаем уравнение состояния, в котором все параметры отсчитывают при нормальных условиях:

$$P = P_0 (e^{\eta\gamma_0} - 1) + \pi_y + \gamma_0 (\varepsilon - \varepsilon_y)$$

или

$$P - P_y = -P_0 + \gamma_0 (\varepsilon - \varepsilon_y) = P_0 + \rho_0 c_V \gamma_0 t, \quad (19)$$

где  $t$  — температура, отсчитываемая при  $T = 0^\circ\text{C}$ .

Приращение тепловой части внутренней энергии определяется разностью:

$$dE_T = dE - dE_{п.у}, \quad (20)$$

где  $E_{п.у} = E_{Sy} + E_y$ ;  $E_{Sy} = S^2 / 4\mu$ .

Приращение температуры

$$dT = \frac{dE - dE_{п.у}}{\rho_0 c_V}. \quad (21)$$

Уравнение (21) учитывает процесс связанности полей деформаций и температур. Действительно, предполагая наличие только упругой деформации, получаем приращение полной энергии

$$dE = S_{ij} d\varepsilon_{ij} - PdV,$$

а упругой —

$$dE_{п.у} = dE_{Sy} + dE_y = S_{ij} d\varepsilon_{ij} - P_y dV.$$

Из этого с учетом уравнения (19) следует, что приращение температуры

$$dt \approx -(T_0 + t) dV. \quad (22)$$

Выражение (22) характеризует изменение температуры  $t$  вследствие связанности процессов деформирования и нагрева. Приведенные соотношения обобщают учет связанности, принятый в классической постановке [9] при  $t \approx T_0$ , так как предположение, что  $t \ll T_0$ , не используется. Учет связанности в классической постановке приводит к тому, что после затухания движения температура тела остается прежней. Действительно, согласно работе [12], производная от температуры по времени, полученная из уравнения энергии

$$\dot{T} = \Psi \Delta T - \frac{(3\lambda + 2\mu)}{\rho_0 c_V} 3\alpha_T T_0 \dot{\varepsilon}_{об}, \quad (23)$$

где  $\lambda$ ,  $\mu$  — коэффициенты Ляме;  $\alpha_T$  — коэффициент теплового расширения;  $\dot{\varepsilon}_{об}$  — объемная деформация;  $\Psi = \kappa / \rho_0 c_V$ , — коэффициент теплопроводности.

После интегрирования выражения (23) по времени от 0 до  $\tau \rightarrow \infty$  и по объему с использованием теоремы Остроградского—Гаусса получим

$$\bar{T} \Big|_{\tau \rightarrow \infty} - \bar{T} \Big|_{\tau=0} = \Psi \iiint \frac{\partial T}{\partial n} dS - \frac{(3\lambda + 2\mu)}{\rho_0 c_V} T_0 \bar{\varepsilon}_{об} 3\alpha_T. \quad (24)$$

Здесь черта сверху означает интегрирование по объему. При отсутствии теплообмена через границу, учитывая что

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \varepsilon_{об} = 0,$$

получаем приращение температуры, равное нулю.

Корректный учет связанности в соответствии с выражением (22) не позволяет интегрировать уравнение энергии указанным образом, так как коэффициент при  $\dot{\varepsilon}_{об}$  зависит от температуры, поэтому в этом случае приращение температуры будет положительной величиной. Разделив уравнение энергии на  $T$ , получим в соответствии с выражением (22):

$$\begin{aligned} \frac{d \ln T}{d\tau} &= \frac{\Psi}{T} \Delta T - \frac{(3\lambda + 2\mu)}{\rho_0 c_V} 3\alpha_T \dot{\varepsilon} = \\ &= \Psi \nabla \left( \frac{\Psi}{T} \nabla T \right) + \frac{\Psi}{T^2} (\nabla T)^2 - \frac{(3\lambda + 2\mu)}{\rho_0 c_V} 3\alpha_T \dot{\varepsilon}_{об}. \end{aligned} \quad (25)$$

Интегрируя по объему и времени, можно записать

$$\bar{T}|_{\tau \rightarrow \infty} - \bar{T}|_{\tau=0} \approx \iint_{\tau S} \frac{\Psi}{T} \frac{\partial T}{\partial n} dS d\tau + \iint_{\tau V} \frac{\Psi}{T^2} (\nabla T)^2 dV d\tau - \bar{K} \bar{\varepsilon}.$$

Здесь  $\bar{K} = \frac{(3\lambda + 2\mu)}{\rho_0 c_V} 3\alpha_T$ , откуда

$$\bar{T}|_{\tau \rightarrow \infty} - \bar{T}|_{\tau=0} \approx \iint_{\tau V} \frac{\Psi}{T^2} (\nabla T)^2 dV d\tau > 0.$$

Таким образом, в рассматриваемой постановке учет связанности приводит к тому, что при отсутствии теплообмена даже без пластических деформаций происходит остаточный нагрев тела после ударного сжатия.

Приведенная выше инженерная методика извлечения кривой упругого давления  $P_y(\eta)$  из зависимости  $P_H(\eta)$  имеет самостоятельное значение. Она позволяет в гидродинамическом приближении, имея минимальное число экспериментальных значений (констант материала), определять в качестве функций от сжатия следующие величины:  $P_H$  — давление на ударной адиабате;  $P_y$  — упругое давление;  $t$  — температуру, возникающую в области сжатия;  $t_{ост}$  — остаточную температуру после прохождения ударной волны.

Из уравнения (19) получим выражение для температуры за фронтом ударной волны:

$$t = \frac{P_H - \pi_y}{\rho_0 \gamma_0 c_V} + T_0 (e^{\gamma_0 \eta} - 1). \quad (26)$$

Разлагая  $e^{\gamma_0 \eta}$  в ряд Тэйлора в окрестности  $\eta = 0$ , получаем

$$t = \frac{P_H - \pi_y}{\rho_0 \gamma_0 c_V} \Big|_{\eta_0} + \left( \gamma_0 \eta + \frac{\gamma_0^2}{2} \eta^2 \right) T_0. \quad (27)$$

Остаточную температуру после прохождения ударной волны можно оценить следующим образом. Пусть достигнуто некоторое сжатие  $\Delta \eta^+$ , тогда изменение температуры

$$\Delta t^+ = \frac{\Delta P_H^+ - \Delta \pi_y^+}{\rho_0 \gamma_0 c_V} + \left( \gamma_0 \Delta \eta^+ + \frac{\gamma_0^2}{2} (\Delta \eta^+)^2 \right) T_0,$$

после разгрузки

$$\Delta t^- = \frac{\Delta P_H^- - \Delta \pi_y^-}{\rho_0 \gamma_0 c_V} + \left( \gamma_0 \Delta \eta^- + \frac{\gamma_0^2}{2} (\Delta \eta^-)^2 \right) T_0.$$

При этом  $\Delta P_H^- = -\Delta \pi_y^+$ ,  $\Delta \pi_y^- = -\Delta \pi_y^+$ ,  $\Delta \eta^- = -\Delta \eta^+$  вследствие обратимости упругого сжатия.

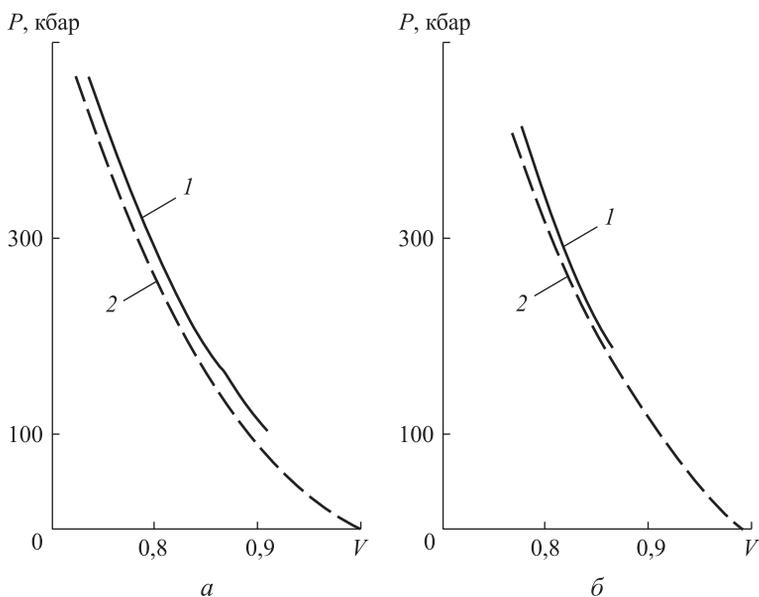
Остаточная температура

$$t_{\text{ост}} = \Delta t^+ + \Delta t^- = \frac{\Delta P_H^+ - \Delta \pi_y^+}{\rho_0 \gamma_0 c_V} + 0(\eta). \quad (28)$$

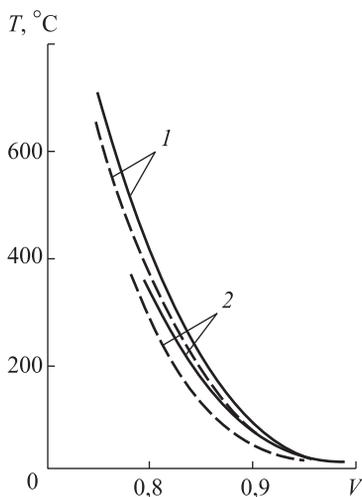
Таким образом, после разгрузки основная часть нагрева, описываемая вторым членом в выражении (27), снимается. Остаточный нагрев характеризуется в основном первым членом, поскольку упругое сжатие обратимо.

**Примеры расчетов.** При проверке приведенной методики проводилось сравнение полученных значений с результатами ряда работ [13]. Наиболее полно данные по ударному сжатию представлены для металлов. На рис. 1 сплошными линиями обозначены кривые Гюгоньо для алюминия и титана [13], полученные экспериментально методом откола. Штриховые кривые являются расчетными. Данные по свойствам материалов доступны, их число минимально.

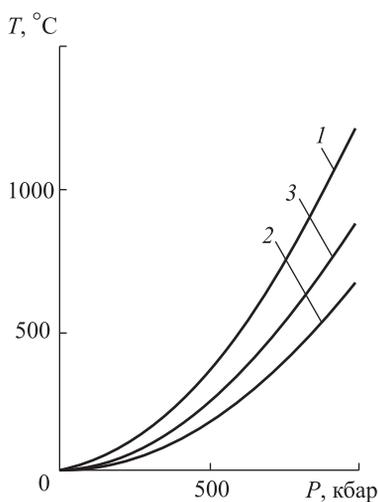
На рис. 2 представлена кривая изменения температуры на адиабате Гюгоньо для алюминия (1) и титана (2). Штриховые кривые получены расчетным путем. Совпадение результатов хорошее. При сжатиях, больших 0,8 (при этом соответствующие давления превышают 30...40 МПа), расхождение полученных результатов становится значительным. Это объясняется тем, что часто принимаемое в расчетах приближение  $\gamma_0 \rho_0 = \gamma \rho$ , где  $\gamma_0$ ,  $\rho_0$  — коэффициент Грюнрайза и плотность вещества при нормальных условиях,  $\gamma$ ,  $\rho$  — их текущие значения, становится недостаточно точным и следует брать более сложные зависимости [14, 15].



**Рис. 1.** Кривые Гюгонио для алюминия (а) и титана (б):  
1 — эксперимент; 2 — расчет



**Рис. 2.** Изменение температуры на адиабате Гюгонио (штриховые кривые — расчет):  
1 — алюминий; 2 — титан



**Рис. 3.** Зависимость остаточной температуры от давления на ударной адиабате:  
1 — (29); 2 — (30); 3 — расчет по предлагаемой методике

Расчеты остаточной температуры проводились в ряде работ с использованием различных выражений для оценки температуры, в частности

$$E_{\text{ост}} - E_0 = \Delta E_H - \int_0^P P \left( \frac{\partial U}{\partial P} \right) dP; \quad (29)$$

$$E_{\text{ост}} - E_0 = \frac{\alpha^2}{4\beta^2} \left[ 1 + K + \ln(1 + 4K) - \sqrt{1 - 4K} \right], \quad (30)$$

где  $E_{\text{ост}}$  — остаточная внутренняя энергия;  $U$  — массовая скорость вещества;  $\alpha$ ,  $\beta$  — коэффициенты линейной зависимости между скоростью ударной волны и массовой скоростью вещества;  $K = \beta P V_0 / \alpha^2$ .

На рис. 3 представлены зависимости остаточной температуры от давления на ударной адиабате, полученные с применением соотношений (29) (кривая 1) и (30) — (кривая 2). Рассчитанные по приведенной методике значения температуры  $T_{\text{ост}}$  отображены кривой 3.

Совпадение результатов других авторов с результатами, полученными по предлагаемой методике в используемом на практике диапазоне давлений, позволяет рекомендовать ее для проведения практических расчетов.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Станюкович К.П. *Физика взрыва*. Москва, Физматгиз, 1975, 597 с.
- [2] Регирер Л. *Ударные волны*. Москва, Наука, 1979, 542 с.
- [3] Димитриенко Ю.И. *Механика сплошной среды. Т. 4. Основы механики твердого тела*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013, 624 с.
- [4] Димитриенко Ю.И. *Механика сплошной среды. Т. 2. Универсальные законы механики и электродинамики сплошных сред*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011, с. 559.
- [5] Жарков В.И., Калинин В.А. *Уравнение состояния твердых тел при высоких давлениях и температурах*. Москва, Наука, 1968, 324 с.
- [6] Бутина Т.А., Дубровин В.М. Моделирование расслоений, отколов в многослойных элементах конструкций при импульсном нагружении. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, № 7(19). doi: 10.18698/2308-6033-2013-7-897
- [7] Димитриенко Ю.И. *Механика сплошной среды. Т. 1. Тензорный анализ*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011, с. 463.
- [8] Титов К.В. Об одном методе решения системы линейных дифференциальных уравнений. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2011, вып. "Математическое моделирование", с. 110–114.
- [9] Димитриенко Ю.И., Дзаганя А.Ю., Беленская Ю.В., Воронцова М.А. Численное моделирование проникания ударников в анизотропные упруго-пластические преграды. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2008, № 4, с. 100–117.
- [10] Димитриенко Ю.И., Беленская Ю.В., Анискович В.А. Численное моделирование ударно-волнового деформирования гибких броневых композитных материалов. *Наука и образование. Электронный журнал*, 2013, № 12. doi: 10.7463/1213.0665297

- [11] Бахвалов Н.С. *Численные методы*. Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова, 2008, 636 с.
- [12] Боли Б., Уэйнер А. *Теория температурных напряжений*. Москва, Мир, 1964, 515 с.
- [13] Райс М., Мак-Куин Р., Уолш Дж. *Динамические исследования твердых тел при высоких давлениях*. Москва, Мир, 1965, с. 284.
- [14] Димитриенко Ю.И. *Нелинейная механика сплошной среды*. Москва, Физматгиз, 2009, 624 с.
- [15] Димитриенко Ю.И., Иванов М.Ю. Моделирование высокоскоростных процессов в демпфирующих системах с фазовыми превращениями. *Наука и образование. Электронное издание*, 2012, № 11. doi: 10.7463/1112.0493560

Статья поступила в редакцию 22.07.2015

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Бутина Т.А., Дубровин В.М. К вопросу о расчете давления и температуры в материале при интенсивном нагружении. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2015, вып. 8. URL: <http://engjournal.ru/catalog/mech/mdsb/1432.html>

**Бутина Татьяна Александровна** родилась в 1950 г., окончила Московский физико-технический институт в 1974 г. Канд. физ.-мат. наук, доцент МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специалист в области прочности и устойчивости деформируемых систем. e-mail: butina\_ta@mail.ru

**Дубровин Виктор Митрофанович** родился в 1935 г., окончил Саратовский государственный университет в 1958 г. Канд. техн. наук, доцент МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специалист в области прочности и устойчивости деформируемых систем. Автор пяти изобретений. e-mail: dubrovinvm1934@yandex.ru

## On the issue of pressure and temperature calculation in materials under impulse loading

© T.A. Butina, V.M. Dubrovin

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

*Impulse heat-loading is one of the most important parameters in calculating the behavior of structural elements in modern technology. Using available experimental data of structural materials, we found a method of obtaining a curve of elastic pressure. The technique helps to obtain the values of pressure and temperature behind the shock wave front without applying the hypotheses about the interaction potentials of atoms in the medium.*

**Keywords:** impulse loading, elastic pressure, internal energy, shock adiabat, shock wave front, temperature, heating.

### REFERENCES

- [1] Stanyukovich K.P. *Fizika vzryva* [Physics of explosions]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1975, 597 p.
- [2] Regirer L.S. *Udarnye volny* [Shock waves]. Moscow, Nauka Publ., 1979, 542 p.
- [3] Dimitrienko Yu.I. *Mekhanika sploshnoy sredy. Tom 4. Osnovy mekhaniki tverdogo tela* [Continuum mechanics. Vol. 4. Fundamentals of solid mechanics]. Moscow, BMSTU Publ., 2013, 624 p.
- [4] Dimitrienko Yu.I. *Mekhanika sploshnoy sredy. Tom 2. Universalnye zakony mekhaniki i elektrodinamiki sploshnykh sred* [Continuum mechanics. Vol. 4. General laws of continuum mechanics and electrodynamics]. Moscow, BMSTU Publ., 2011, pp. 559.
- [5] Jarkov V.I., Kalinin V.A. *Uravnenie sostoyaniya tverdykh tel pri vysokikh davleniyakh i temperaturakh* [Solid state equations under high pressures and temperatures]. Moscow, Nauka Publ., 1968, 324 p.
- [6] Butina T.A. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2013, no. 7 (19). doi: 10.18698/2308-6033-2013-7-897
- [7] Dimitrienko Yu.I. *Mekhanika sploshnoy sredy. Tom 1. Tenzornyy analiz* [Continuum Mechanics. Vol. 1. Tensor Analysis]. Moscow, BMSTU Publ., 2011, pp. 463.
- [8] Titov K.V. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Estestvennye nauki — Herald of Bauman Moscow State Technical University. Ser. Natural Sciences*, 2011, spets. vypusk “Matematicheskoe modelirovanie” [special issue “Math. modeling”], pp. 110–114.
- [9] Dimitrienko Yu.I., Dzaganiya A.Yu., Belenovskaya Yu.V., Vorontsova M.A. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Estestvennye nauki — Herald of Bauman Moscow State Technical University. Ser. Natural Sciences*, 2008, no. 4, pp. 100–117.
- [10] Dimitrienko Yu.I., Belenovskaya Yu.V., Aniskovich V.A. *Nauka i obrazovanie. Elektronnyy zhurnal — Science and Education. Electronic journal*, 2013, no. 12. doi: 10.7463/1213.0665297
- [11] Bakhvalov N.S. *Chislennyye metody* [Numerical methods]. Moscow, Lomonosov MSU Publ., 2008, 636 p.
- [12] Boli B., Yaner A. *Teoriya temperaturnykh napryazheniy* [Theory of thermal stresses]. Moscow, Mir Publ., 1964, 515 p.
- [13] Rice M.C., McQueen R.G., Walsh J.M. *Dinamicheskie issledovaniya tverdykh tel pri vysokikh davleniyakh* [Dynamic solids research under high pressures]. Moscow, Mir Publ., 1965, 284 p. (in Russian).

- [14] Dimitrienko Yu.I. *Nelineinaya mekhanika sploshnoy sredy* [Nonlinear continuum mechanics]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 2009, 624 p.
- [15] Dimitrienko Yu.I., Ivanov M. Yu. *Nauka i obrazovanie. Elektronnyy zhurnal. — Science and Education. Electronic journal*, 2012, no. 11. doi: 10.7463/1112.0493560

**Butina T.A.** (b. 1950) graduated from the Faculty of Management and Applied Mathematics of Moscow Institute of Physics and Technology in 1974. Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Professor of the Computational Mathematics and Mathematical Physics Department at Bauman Moscow State Technical University. A specialist in the field of strength and stability of deformable systems. e-mail: butina\_ta@mail.ru

**Dubrovин V.M.** (b. 1935) graduated from the Faculty of Mathematics and Mechanics, Saratov State University in 1958, Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Professor of the Computational Mathematics and Mathematical Physics and of the Higher Mathematics Departments at Bauman Moscow State Technical University. Specialist in the field of strength, stability of deformable systems. Research interests include dynamics of strength and stability of deformable systems, creep of structural materials. Author of five inventions. e-mail: dubrovinvm1934@yandex.ru