

Моделирование процессов пробивания композитных текстильных преград

© Ю.И. Димитриенко, И.Д. Димитриенко

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Предложена математическая модель деформирования текстильных композиционных материалов на основе арамидных волокон при ударно-волновых воздействиях. Модель учитывает такие особенности деформационных характеристик данных материалов, как деформируемость без разрушения при конечных значениях деформаций, существенное различие диаграмм деформирования при растяжении и сжатии, зависимость этих диаграмм от скорости нагружения, наличие псевдопластических свойств материалов, обусловленных вытягиванием нитей из ткани и др. Модель также учитывает вязкоупругие свойства арамидных волокон, повреждаемость и разрыв волокон в текстильных материалах при их пробивании. Сформулирована постановка задачи динамического деформирования текстильных композиционных материалов. Для ее решения в двумерной постановке применен метод ленточных адаптивных сеток. Приведены пример численного решения задачи о пробивании жестким ударником преграды из текстильного композита и сравнение результатов моделирования с экспериментальными данными.

Ключевые слова: текстильные композиционные материалы, динамические процессы, удар, пробивание, численное моделирование, конечные деформации, пластические деформации, вязкоупругие деформации, арамидные волокна.

Введение. Композиционные материалы на основе арамидных тканей при ударных воздействиях проявляют специфические физико-механические свойства, обеспечивающие значительное поглощение энергии удара и сопротивляемость проникающему воздействию ударников. Перечислим основные из этих особенностей [1, 2].

1. Нелинейно-упругий характер деформирования тканей в составе текстильных композиционных материалов (ТКМ) при растяжении по основе и утку (рис. 1), обусловленный распрямлением волокон в тканях, которые в исходном состоянии находятся в искривленном положении.

2. Вязкоупругий характер деформирования ТКМ, проявляемый в различии диаграмм растяжения–сжатия при активном и пассивном нагружениях (рис. 2). О вязкоупругом характере арамидных волокон достаточно хорошо известно и из других данных, например, из результатов измерения температуры саморазогрева органопластиков при интенсивном циклическом нагружении [3].

3. Вязкопластический характер деформирования и разрушения волокон при растяжении, который проявляется в зависимости прочности и предельной деформации разрыва ТКМ от скорости деформирования.

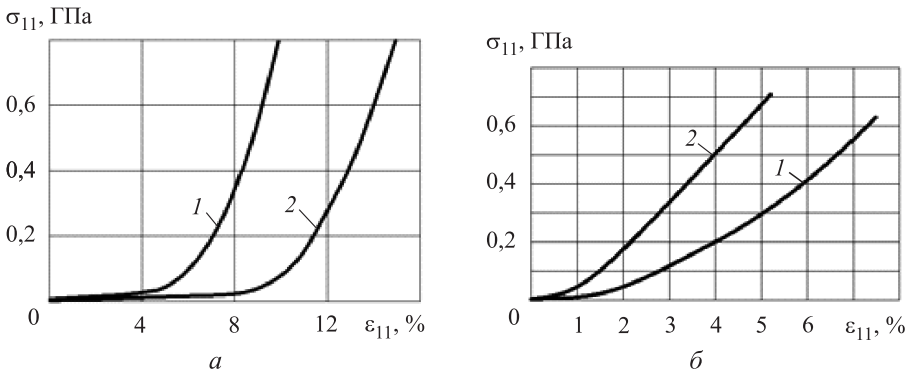


Рис. 1. Диаграмма квазистатического деформирования ТКМ с полотняным плетением на основе нитей Армос при продольном растяжении по основе (а) и по утку (б): 1, 2 — различные типы тканей

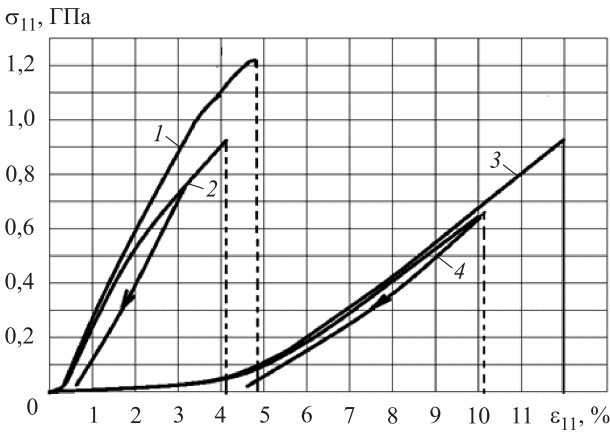


Рис. 2. Диаграммы (стрелками указаны кривые разгрузки) динамического (1, 3) при скорости деформирования 180 с^{-1} и квазистатического (2, 4) деформирования ТКМ с полотняным плетением нитей Армос при продольном растяжении по основе (3, 4) и по утку (1, 2)

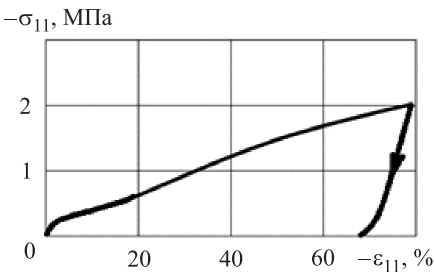


Рис. 3. Диаграмма деформирования тканей ТКМ с полотняным плетением нитей Армос при продольном сжатии по основе (при активном нагружении и при разгрузке)

4. Нелинейно-упругий характер деформирования тканей в составе ТКМ при сжатии по основе и по утку (рис. 3), обусловленный потерей устойчивости волокон в тканях, вследствие чего волокна деформируются практически без сопротивления, однако из-за переплетения волокон в ткани и их сцепления между собой небольшое упругое сопротивление сжатию ТКМ все же оказывают.

После достижения определенного значения деформации сжатие становится необратимым: после снятия нагрузки в материале остаются большие пластические деформации. Эффект появления остаточных деформаций продольного сжатия проявляется при ударном воздействии круглых ударников по мишени из ТКМ, из-за которого возникает процесс раздвигания нитей в ТКМ.

5. В поперечном к укладке слое ткани наблюдается противоположная картина: при сжатии материал ТКМ проявляет возрастающие нелинейно-упругие свойства (рис. 4), а при растяжении — убывающие (рис. 5). Нелинейно-упругий характер деформирования нитей в поперечном направлении при сжатии обусловлен смятием нитей в ткани (см. рис. 4). При достаточно высоком уровне сжимающих деформаций происходит резкое увеличение жесткости материала из-за того, что поры и пустоты между волокнами в ткани схлопываются и материал, представляющий собой плотный «комоч» волокон, оказывает значительно большее сопротивление деформированию.

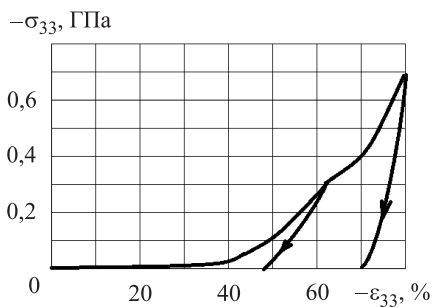


Рис. 4. Диаграмма деформирования ТКМ с полотняным плетением на основе нитей Армос при поперечном сжатии (при активном нагружении и при разгрузке)

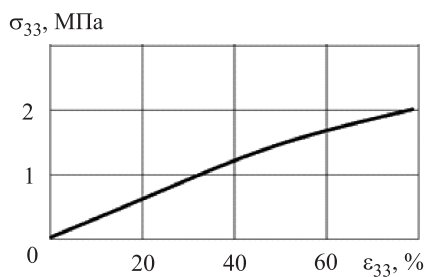


Рис. 5. Диаграмма деформирования тканей ТКМ с полотняным плетением на основе нитей Армос при поперечном растяжении

Деформирование тканевого материала при поперечном сжатии является нелинейно-упругим (обратимым) только до некоторого уровня напряжений сжатия, когда происходит резкое увеличение сжатия за счет схлопывания пор. Поведение материала становится пластическим: после разгрузки в материале возникают остаточные деформации, материал сохраняется в уплотненном состоянии и после снятия нагрузки. Более того, после некоторого более высокого значения сжимающих напряжений волокна ткани начинают также пластически обжиматься, что зафиксировано экспериментально.

6. При межслойном (межнитевом) сдвиге материалы ТКМ проявляют упруговязкопластический характер деформирования, обусловленный вытягиванием волокон относительно друг друга при достижении напряжения сдвига определенного значения, а также

проскальзыванием отдельных непрощитых слоев ткани. С точки зрения континуальной механики процесс вытягивания волокон можно моделировать как пластическое деформирование, следствием которого является накопление остаточных деформаций. Предельное напряжение, при котором начинается процесс вытягивания, — фактически предел текучести (в терминах теории пластического течения), который зависит от скорости деформации: с повышением последней предел текучести, как правило, возрастает. Это означает, что материал проявляет вязкопластические свойства.

7. Вязкопластический характер разрушения ткани при межслойном сдвиге (зависимость предельной деформации разрыва ткани при сдвиге от скорости деформирования).

Приведенные факторы образуют механизм поглощения ТКМ энергии ударника.

Следует отметить, что нелинейно-упругий характер деформирования материалов ТКМ существенно отличается от деформирования нитей, образующих тканевую структуру ТКМ. На диаграмме деформирования нитей начальный участок с низким модулем упругости крайне мал и им, как правило, пренебрегают. Связано это с тем, что в составе одиночных нитей волокна, в отличие от тканей, имеют практически прямолинейную форму, и их распрямления не происходит. В тканях же волокна изначально переплетены и при растяжении эффект упрочнения возникает при более высоких значениях деформаций (2...3 % по сравнению с 0,1 % в нитях).

В настоящее время для моделирования динамического поведения ТКМ в основном применяются упрощенные математические модели, основанные, например, на анализе динамики системы нитей [3–10]. В работах [1–3, 11–16] были предложены модели континуального физико-механического поведения ТКМ с учетом больших упругих и псевдовязкопластических деформаций, а также модели разрушения этих материалов. Для более точного моделирования деформирования и разрушения ТКМ необходимо разработать уточненные модели, которые учитывают комплекс специфического механического поведения материалов ТКМ.

Для численного моделирования ударно-волновых процессов в ударниках и преградах применяются программные пакеты, относящиеся к коммерческим продуктам (NASTRAN, LS-DYNA, ANSYS и др.) [17], а также авторские программные средства, не имеющие универсального характера, но реализующие специфические модели поведения динамического деформирования и разрушения ударников и мишеней. Модели и программные средства для численного моделирования деформирования ТКМ с учетом приведенных выше эффектов еще только разрабатываются.

Настоящая работа продолжает начатые ранее исследования [1, 2], в ней предложена модификация математической модели [1, 2] механического поведения ТКМ, позволяющая учесть отмеченные эффекты в рамках нелинейной механики сплошных сред с конечными деформациями и вязкоупругие деформации волокон.

Сведения из теории конечных деформаций. Модель [1, 2] основана на общих теоретических принципах построения моделей нелинейной механики сплошной среды при больших деформациях [13–16]. Рассматривая ТКМ как сплошную среду, которая под ударными воздействиями преобразуется из отсчетной конфигурации K^0 в актуальную K , введем градиент деформаций \mathbf{F} , преобразующий элементарный радиус-вектор $d\mathbf{x}^0$ локальной окрестности всякой точки сплошной среды из K^0 в K [13–15], т. е. $d\mathbf{x} = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x}^0$. Его представление в локальном базисе \mathbf{r}^i отсчетной конфигурации имеет вид $\mathbf{F} = F_{ij}^0 \mathbf{r}^i \otimes \mathbf{r}^j$. Используя полярное разложение [15] для градиента деформации, введем энергетические тензоры деформаций:

$$\mathbf{C}^{(n)}(\mathbf{F}) = \frac{1}{n - \text{III}} ((\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F})^{\frac{n-\text{III}}{2}} - \mathbf{E}), \quad n = \text{I, II, IV, V}. \quad (1)$$

Следуя обозначениям, предложенным в работе [15], индекс n в обозначениях для энергетических тензоров записывают римскими цифрами. Тензор $\mathbf{C}^{(V)}$ совпадает с правым тензором деформации Коши — Грина

$$\mathbf{C}^{(V)} = \mathbf{C} = \frac{1}{2} (\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} - \mathbf{E}) = \varepsilon_{ij}^0 \mathbf{r}^i \otimes \mathbf{r}^j; \quad (2)$$

$$\varepsilon_{ij} = (1/2)(g_{ij}^0 - g_{ij}) = \frac{1}{2}(F_{ik}^0 F_{kj} - g_{ij}), \quad (3)$$

где ε_{ij} — компоненты тензора деформаций, $g_{ij} = \mathbf{r}_j \cdot \mathbf{r}_i$, g_{ij}^0 — метрические матрицы в конфигурациях K и K^0 .

Тензоры деформации представим в виде суммы вязкоупругих $\mathbf{C}^{(n)e}$ и вязкопластических $\mathbf{C}^{(n)p}$ деформаций:

$$\mathbf{C}^{(n)} = \mathbf{C}^{(n)e} + \mathbf{C}^{(n)p}. \quad (4)$$

В отсчетной конфигурации K^0 напряженное состояние характеризуется первым тензором Пиолы — Кирхгофа \mathbf{P} :

$$\mathbf{P} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{T} / J = P^{mn} \mathbf{r}_m^0 \otimes \mathbf{r}_n^0, \quad P^{mn} = T^{mi} F^n_i / J, \quad J = \rho^0 / \rho, \quad (5)$$

где \mathbf{T} — тензор истинных напряжений Коши; T^{ij} — его компоненты в базе \mathbf{r}_i актуальной конфигурации; $\mathbf{T} = T^{ij} \mathbf{r}_i^0 \otimes \mathbf{r}_j^0$; ρ^0 и ρ — плотность в отсчетной и актуальной конфигурации соответственно. Согласно классификации, введенной в работах [13–15], для тензора \mathbf{C} парным является энергетический тензор напряжений \mathbf{T}^V :

$$\mathbf{T}^V = \mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{F}^{-1T} = T^{ij} \mathbf{r}_i^0 \otimes \mathbf{r}_j^0, \quad (6)$$

имеющий те же компоненты T^{ij} , что и тензор \mathbf{T} , но в базе отсчетной конфигурации. Остальные энергетические тензоры напряжений $\mathbf{T}^{(n)}$, соответствующие энергетическим тензорам деформации $\mathbf{C}^{(n)}$, согласно [13–15], можно записать в виде

$$\mathbf{T} = \mathbf{E}_A^{-1} \cdot \mathbf{T}^{(n)}; \quad \mathbf{P} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{E}_A^{-1} \cdot \mathbf{T}^{(n)} / J, \quad (7)$$

где \mathbf{E}_A^{-1} — тензоры энергетической эквивалентности, зависящие только от \mathbf{F} [11].

Соотношения для вязкоупругих деформаций ТКМ. Будем считать ТКМ ортотропной средой. Определяющие соотношения для конечных вязкоупругих деформаций ТКМ запишем с помощью функционалов квазилинейного вида с использованием универсального способа представления, применимого для класса моделей сред с большими деформациями [13–16]:

$$\mathbf{T}^{(n)} = J^4 \check{\mathbf{R}} \bullet \bullet \mathbf{C}^{(n)e}. \quad (8)$$

Здесь ${}^4\check{\mathbf{R}}$ — тензор-функционал четвертого ранга,

$${}^4\check{\mathbf{R}} = \sum_{\gamma, \beta=1}^3 \check{\mathbf{e}}_\gamma^2 \otimes \check{\mathbf{e}}_\beta^2 \check{l}_{\gamma\beta} + \sum_{\gamma=1}^3 \mathbf{O}_\gamma \otimes \mathbf{O}_\gamma \check{l}_{3+\gamma, 3+\gamma}, \quad (9)$$

где $\check{l}_{\gamma\beta}$ — линейные скалярные функционалы.

При этом

$$\check{l}_{\gamma\beta} \mathbf{C}^{(n)e} = \int_0^t q_{\gamma\beta}(t-\tau) d \mathbf{C}^{(n)e}(\tau); \quad (10)$$

$$\tilde{l}_{3+\gamma, 3+\gamma}^{(n)} \mathbf{C}^e = \int_0^t q_{\gamma\gamma}(t-\tau) d \mathbf{C}^e(\tau), \gamma=1, 2, 3, \quad (10)$$

где $q_{\gamma\beta}(t-\tau)$ — ядра функционалов, $\mathbf{O}_\gamma = \bar{\mathbf{e}}_\alpha \otimes \bar{\mathbf{e}}_\beta + \bar{\mathbf{e}}_\beta \otimes \bar{\mathbf{e}}_\alpha$, $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq \alpha$, $\alpha, \beta, \gamma=1, 2, 3$; $\bar{\mathbf{e}}_\gamma^2 = \bar{\mathbf{e}}_\gamma \otimes \bar{\mathbf{e}}_\gamma$ — базисные тензоры группы ортотропии [17, 18]; $\bar{\mathbf{e}}_\gamma$ — векторы ортонормированного базиса, задающие группу ортотропии.

Выберем ядра $q_{\gamma\beta}(t)$ в виде суммы экспонент:

$$q_{\gamma\beta}(t) = q_{\gamma\beta}^\infty + \sum_{\alpha=1}^N B_{\gamma\beta}^{(\alpha)} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\gamma\beta}^{(\alpha)}}\right), \quad (11)$$

где $q_{\gamma\beta}^\infty$, $B_{\gamma\beta}^{(\alpha)}$, $\tau_{\gamma\beta}^{(\alpha)}$ — константы, удовлетворяющие условию нормировки $l_{\gamma\beta}^0 = q_{\gamma\beta}^\infty + \sum_{\alpha=1}^N B_{\gamma\beta}^{(\alpha)}$; $l_{\gamma\beta}^0 = q_{\gamma\beta}(0)$ — упругие константы. Вводя тензоры вязких деформаций

$$\mathbf{W}_{\gamma\beta}^{(\alpha)} = \frac{1}{\tau_{\gamma\beta}^{(\alpha)}} \int_0^t \exp\left(-\frac{t-\tau}{\tau_{\gamma\beta}^{(\alpha)}}\right) \mathbf{C}^e(\tau) d\tau, \quad (12)$$

удовлетворяющие обыкновенным дифференциальным уравнениям

$$\frac{d \mathbf{W}_{\gamma\beta}^{(\alpha)}}{dt} + \frac{\mathbf{W}_{\gamma\beta}^{(\alpha)}}{\tau_{\gamma\beta}^{(\alpha)}} = \frac{\mathbf{C}^e}{\tau_{\gamma\beta}^{(\alpha)}}, \quad (13)$$

определяющие соотношения (8) и (9) можно записать в следующем виде

$$\mathbf{T} = J \left({}^4 \mathbf{R}^0 \dots \mathbf{C}^e - \sum_{\alpha=1}^N \mathbf{W}^{(\alpha)} \right). \quad (14)$$

Здесь тензор модулей упругости

$${}^4 \mathbf{R}^0 = \sum_{\gamma, \beta=1}^3 \bar{\mathbf{e}}_\gamma^2 \otimes \bar{\mathbf{e}}_\beta^2 l_{\gamma\beta}^0 + \sum_{\gamma=1}^3 \mathbf{O}_\gamma \otimes \mathbf{O}_\gamma l_{3+\gamma, 3+\gamma}^0, \quad (15)$$

а тензоры вязких напряжений

$$\mathbf{W}^{(\alpha)} = \sum_{\gamma, \beta=1}^3 B_{\gamma\beta}^{(\alpha)} \bar{\mathbf{e}}_\gamma^2 \left(\bar{\mathbf{e}}_\beta^2 \dots \mathbf{W}_{\gamma\beta}^{(\alpha)} \right) + \sum_{\gamma=1}^3 B_{3+\gamma, 3+\gamma}^{(\alpha)} \mathbf{O}_\gamma \left(\mathbf{O}_\gamma \dots \mathbf{W}_{\gamma\beta}^{(\alpha)} \right). \quad (16)$$

Таким образом, исходный интегральный оператор (8) представлен в виде системы дифференциальных уравнений (13)–(16).

Дифференцируя соотношения (14) по времени и используя уравнение неразрывности [15] $\frac{d\rho}{dt} = -\rho \mathbf{F}^{-1\tau} \cdot \cdot \overset{0}{\nabla} \otimes \mathbf{v}$, а также уравнения (13) и кинематические соотношения для тензора скоростей деформаций [13–15], связывающие его с градиентом скорости

$$\frac{d \mathbf{C}}{dt} = {}^4 \mathbf{X} \cdot \cdot \overset{0}{\nabla} \otimes \mathbf{v}, \quad (17)$$

получим определяющее соотношение в скоростях:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{T} = J {}^4 \mathbf{R}^0 \cdot \cdot \left({}^4 \tilde{\mathbf{X}} \cdot \cdot \overset{0}{\nabla} \otimes \mathbf{v} - \frac{d \mathbf{C}^p}{dt} \right) - J \sum_{\alpha=1}^N \tilde{\mathbf{W}}^{(\alpha)} + \\ + J (\mathbf{F}^{-1\tau} \cdot \cdot \overset{0}{\nabla} \otimes \mathbf{v}) \sum_{\alpha=1}^N \mathbf{W}^{(\alpha)}. \end{aligned} \quad (18)$$

Тензоры ${}^4 \mathbf{X}$ зависят только от градиента деформаций \mathbf{F} , их выражения приведены в работе [13], ${}^4 \tilde{\mathbf{X}} = {}^4 \mathbf{X} - \mathbf{C}^e \otimes \mathbf{F}^{-1\tau}$. В соотношении (18) введены также тензоры скоростей вязких напряжений

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{W}}^{(\alpha)} = \sum_{\gamma, \beta=1}^3 \frac{B_{\gamma\beta}^{(\alpha)}}{\tau_{\gamma\beta}^{(\alpha)}} \bar{\mathbf{e}}_{\gamma}^2 \left(\bar{\mathbf{e}}_{\beta}^2 \cdot \cdot \left(\mathbf{C}^e - \mathbf{W}_{\gamma\beta}^{(\alpha)} \right) \right) + \\ + \sum_{\gamma=1}^3 \frac{B_{3+\gamma, 3+\gamma}^{(\alpha)}}{\tau_{3+\gamma, 3+\gamma}^{(\alpha)}} \mathbf{O}_{\gamma} \left(\mathbf{O}_{\gamma} \cdot \cdot \left(\mathbf{C}^e - \mathbf{W}_{\gamma\beta}^{(\alpha)} \right) \right). \end{aligned} \quad (19)$$

При $n = V$ соотношение (18) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{T} = J {}^4 \mathbf{R}^0 \cdot \cdot \left(\frac{1}{2} \left(\mathbf{F}^{\tau} \cdot \cdot \overset{0}{\nabla} \otimes \mathbf{v}^{\tau} + \overset{0}{\nabla} \otimes \mathbf{v} \cdot \cdot \mathbf{F} \right) - \frac{d \mathbf{C}^p}{dt} \right) - J \sum_{\alpha=1}^N \tilde{\mathbf{W}}^{(\alpha)} + \\ + \left(J \mathbf{F}^{-1\tau} \cdot \cdot \overset{0}{\nabla} \otimes \mathbf{v} \right) \sum_{\alpha=1}^N \mathbf{W}^{(\alpha)}. \end{aligned} \quad (20)$$

Соотношения для пластических деформаций ТКМ. Для моделирования пластических свойств ТКМ применим теорию конечных пластических деформаций для анизотропных сред [11, 13–16]. В пространстве скалярных инвариантов Y_1^p введем поверхность течения,

состоящую из N отдельных частей: $f_\beta = 0, \beta = 1, \dots, N$, где f_β — функции совместных инвариантов тензора напряжений и тензора пластических деформаций:

$$f_\beta = f_\beta(Y_\alpha^p, \theta, w_\alpha^p) \quad \beta = 1, \dots, N. \quad (21)$$

В уравнении (21) совместные инварианты

$$Y_\alpha^p = I_\alpha^{(0)} \left(\mathbf{T}_\gamma \right), \quad \mathbf{T}_\gamma = \mathbf{T} - H_\gamma \mathbf{C}^p, \quad \alpha = 1 \dots 6. \quad (22)$$

Инварианты тензора упругих деформаций относительно группы ортотропии [13]

$$I_\alpha^{(0)}(\mathbf{C}^e) = \mathbf{e}_\alpha^2 \bullet \bullet \mathbf{C}^e = \varepsilon_{\alpha\alpha}^e; \quad I_{3+\alpha}^{(0)}(\mathbf{C}^e) = \frac{1}{2} \mathbf{O}_\alpha \bullet \bullet \mathbf{C}^{e2} = (\varepsilon_{\beta\gamma}^e)^2, \quad (23)$$

где H_γ — функции упрочнения.

Для функций упрочнения $H_\alpha, \alpha = 1, 2, 4, 5, 6$, принимается степенная модель, а для функции упрочнения H_3 при сжатии в поперечном к слоям ткани направлении — модель, учитывающая стабилизацию пластичности при предельном сжатии:

$$H_\alpha = H_\alpha^0 \left(I_\alpha^{(0)} \left(\mathbf{C}^p \right) \right)^{n_\alpha}, \quad \alpha = 1, 2, 4, 5, 6;$$

$$H_3 = H_3^0 \left(1 - I_3^{(0)}(\mathbf{C}^p) / \varepsilon_{33C}^p \right)^{1-n_3} \left(I_3^{(0)}(\mathbf{C}^p) \right)^{n_3}, \quad (24)$$

где n — степени упрочнения; H_α^0 — модули упрочнения (константы); $\varepsilon_{33C}^p = \text{const}$ — деформация предельного поперечного сжатия ТКМ.

Общее соотношение градиентальности для скоростей пластических деформаций

$$\frac{d}{dt} \mathbf{C}^p = h \sum_{\alpha=1}^N \lambda_\alpha \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{T}}, \quad (25)$$

где $\lambda_\alpha = \lambda_\alpha(\mathbf{T}, \mathbf{C}^p, \dot{\mathbf{C}}^p)$ — параметры нагружения; h — функция Хевисайда, являющаяся индикатором активного или пассивного

нагружения (разгрузка). С учетом уравнения (21) соотношение (25) можно записать в виде

$$\frac{d}{dt} \mathbf{C}^p = \sum_{\alpha=1}^N \Psi_{\alpha} Y_{\alpha T}^p,$$

$$\text{где } \Psi_{\alpha} = h \sum_{\beta=1}^N \lambda_{\beta} \frac{\partial f_{\beta}}{\partial Y_{\alpha}^p}; \quad Y_{\alpha T}^p = \frac{\partial Y_{\alpha}^p}{\partial \mathbf{T}}.$$

Уравнения для скоростей пластических деформаций с учетом выражения (11) для инвариантов принимают следующий вид:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{C}^p = \sum_{\alpha=1}^3 \left(\Psi_{\alpha} \mathbf{e}_{\alpha}^2 + \Psi_{3+\alpha} (\mathbf{O}_{\alpha} \otimes \mathbf{O}_{\alpha}) \bullet \bullet \left(\mathbf{T} - H_{\alpha} \mathbf{C}^p \right) \right). \quad (26)$$

Введем обозначения: $I_{\gamma \pm}^{(O)}(\mathbf{T}_{\gamma}) = (|I_{\gamma}^{(O)}(\mathbf{T}_{\gamma})| \pm I_{\gamma}^{(O)}(\mathbf{T}_{\gamma})) / 2$, $\gamma = 1, 2, 3$. Пластические свойства ТКМ, как отмечено выше, проявляются только при сжатии вдоль направлений $O\bar{\mathbf{e}}_1$ и $O\bar{\mathbf{e}}_2$ укладки волокон (по основе и по утку), при сжатии в поперечном направлении $O\bar{\mathbf{e}}_3$, а также при межслойных сдвигах. Данные эффекты анизотропной пластичности будем моделировать с помощью трех функций, описывающих пластичность.

При продольных сжатиях по основе и по утку ТКМ:

$$2f_1(I_1^{(O)}(\mathbf{T}_1), I_2^{(O)}(\mathbf{T}_2), w_1^p, w_2^p) = \left(\frac{I_{1-}^{(O)}(\mathbf{T}_1)}{\sigma_{1S}(w_1^p)} \right)^2 + \left(\frac{I_{2-}^{(O)}(\mathbf{T}_1)}{\sigma_{2S}(w_2^p)} \right)^2 - 1 = 0. \quad (27)$$

При поперечном сжатии ТКМ:

$$2f_2(I_3^{(O)}(\mathbf{T}_3), w_3^p) = \left(\frac{I_{3-}^{(O)}(\mathbf{T}_3)}{\sigma_{3S}(w_3^p)} \right)^2 - 1 = 0. \quad (28)$$

При межслойных сдвигах ТКМ:

$$f_3(I_4^{(O)}(\mathbf{T}_4), I_5^{(O)}(\mathbf{T}_5), w_4^p, w_5^p) = \frac{I_4^{(O)}(\mathbf{T}_4)}{\sigma_{4S}^2(w_4^p)} + \frac{I_5^{(O)}(\mathbf{T}_5)}{\sigma_{5S}^2(w_5^p)} - 1 = 0. \quad (29)$$

Функции начальной текучести по различным направлениям $\sigma_{\gamma S}(w_{\gamma}^p)$ зависят от параметров динамичности w_{γ}^p , которые описывают повышение пределов текучести при возрастании скорости нагружения:

$$\sigma_{\gamma S}(w_{\gamma}^p) = \sigma_{\gamma S}^0(1 + w_{\gamma}^p); \quad w_{\gamma}^p = b_{\gamma} \int_0^t (t - \tau)^{m_{\gamma}} I_{\gamma}^{(O)}(\mathbf{T}(\tau)) d\tau, \quad (30)$$

где $\sigma_{\gamma S}^0$, b_{γ} , m_{γ} — константы, определяемые экспериментально. Далее будем полагать, что $m_{\gamma} = m$ для всех γ .

С учетом соотношений (27)–(29) функции ψ_{α} можно записать в виде

$$\psi_{\alpha} = \frac{h \dot{\lambda}_{\alpha} I_{\alpha-}^{(O)}(\mathbf{T}_{\alpha})}{\sigma_{\alpha S}^2(w_{\alpha}^p)}, \quad \alpha = 1, 2; \quad \psi_3 = \frac{h \dot{\lambda}_2 I_{3-}^{(O)}(\mathbf{T}_3)}{\sigma_{3S}^2(w_3^p)};$$

$$\psi_4 = \frac{h \dot{\lambda}_3}{2\sigma_{4S}^2(w_4^p)}; \quad \psi_5 = h \dot{\lambda}_3 \frac{\partial f_3}{\partial J_5^{(S)p}} = \frac{h \dot{\lambda}_3}{2\sigma_{5S}^2(w_5^p)}; \quad \psi_6 = 0. \quad (31)$$

Динамическая задача о взаимодействии ударника и преграды из ТКМ. Сформулируем в отсчетной конфигурации K^0 общую систему законов сохранения в лагранжевом описании, которая состоит из уравнений неразрывности, движения, совместности деформаций, а также кинематических соотношений, связывающих векторы скорости и перемещений [13]. К этой же системе присоединим определяющие соотношения для упругих и пластических деформаций, в результате получим следующую систему уравнений:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \nabla \cdot \mathbf{P} + \rho \mathbf{f};$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \mathbf{v};$$

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} = \nabla \otimes \mathbf{v}^T;$$

$$\frac{d}{dt} \mathbf{T} = J^{-4} \mathbf{R}^0 \cdot \left(\mathbf{X} \cdot \nabla \otimes \mathbf{v} - \frac{d \mathbf{C}^p}{dt} \right) - J \sum_{\alpha=1}^N \tilde{\mathbf{W}}^{(\alpha)} + J(\mathbf{F}^{-1T} \cdot \nabla \otimes \mathbf{v}) \sum_{\alpha=1}^N \mathbf{W}^{(\alpha)}, \quad (32)$$

$$\frac{d}{dt} \mathbf{C}^p = \sum_{\alpha=1}^3 \left(\psi_{\alpha} \bar{\mathbf{e}}_{\alpha}^2 + \frac{\psi_{3+\alpha}}{2} (\mathbf{O}_{\alpha} \otimes \mathbf{O}_{\alpha}) \cdot \left(\mathbf{T} - H_{\alpha} \mathbf{C}^p \right) \right),$$

$$\frac{d \mathbf{W}_{\gamma\beta}^{(\alpha)}}{dt} + \frac{\mathbf{W}_{\gamma\beta}^{(\alpha)}}{\tau_{\gamma\beta}^{(\alpha)}} = \frac{1}{\tau_{\gamma\beta}^{(\alpha)}} \left(\mathbf{C} - \mathbf{C}^p \right)$$

где $\overset{0}{\nabla}$ — набла-оператор в отсчетной конфигурации [18, 19]. К уравнениям (32) присоединим соотношения (5) для тензора напряжений Пиолы — Кирхгофа, уравнение неразрывности $\rho = \rho / \det \mathbf{F}$, соотношения (1) для энергетических тензоров деформаций, соотношения (31) для функций ψ_γ , соотношения (27)–(29) для условий пластичности и параметров нагружения $\dot{\lambda}_\gamma$. Остальные обозначения введены выше. Система уравнений (32) рассматривается относительно следующих неизвестных функций: \mathbf{v} , \mathbf{u} , \mathbf{F} , $\overset{(n)}{\mathbf{T}}$, $\overset{(n)}{\mathbf{C}}^p$, $\mathbf{W}_{\gamma\beta}^{(\alpha)}$.

К системе уравнений (32) присоединяем граничные условия идеального контакта на части $\overset{0}{\Sigma}_1$ поверхности, а также условия на свободной поверхности $\overset{0}{\Sigma}_2$:

$$\overset{0}{\Sigma}_1: \overset{0}{\mathbf{n}} \cdot [\mathbf{P}] = 0, [\mathbf{v}] = 0; \quad \overset{0}{\Sigma}_2: \overset{0}{\mathbf{n}} \cdot [\mathbf{P}] = 0. \quad (33)$$

Если ударник отскакивает от преграды, то на поверхности контакта $\overset{0}{\Sigma}_1$ выполняется условие $\overset{0}{\mathbf{n}} \cdot [\mathbf{P}] = \mathbf{0}$. Начальные условия к системе уравнений (32):

$$t = 0: \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}_0, \quad \mathbf{u} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{F} = \mathbf{E}, \quad \overset{(n)}{\mathbf{C}}^p = \mathbf{0}, \quad \overset{(n)}{\mathbf{T}} = \mathbf{0}, \quad \lambda_\beta = 0, \quad \mathbf{W}_{\gamma\beta}^{(\alpha)} = \mathbf{0}. \quad (34)$$

Задача при прямом соударении по преграде из ТКМ. Рассмотрим случай прямого соударения, который значительно упрощает моделирование и сводится к рассмотрению осесимметричного варианта постановки задачи (32)–(34) при $n = V$. Примем, что область V в K и тип анизотропии (группа симметрии G_s ударника и преграды) предполагают наличие оси симметрии OX^3 в лагранжевой системе координат X^i , в качестве которой выберем цилиндрическую систему координат: $X^1 = r$, $X^2 = \varphi$, $X^3 = z$. Тогда может быть сформулирована осесимметричная постановка задачи (32)–(34). Запишем эту постановку в физических координатах, используя компонентную запись дифференциальных операторов и тензоров [18]:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial r v_r}{\partial t} &= \frac{\partial r P_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial r P_{rz}}{\partial z} - P_{\varphi\varphi}; \\ \rho \frac{\partial r v_z}{\partial t} &= \frac{\partial r P_{zr}}{\partial r} + \frac{\partial r P_{zz}}{\partial z}; \end{aligned} \quad (35)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} = v_r; \quad \frac{\partial u_z}{\partial t} = v_z;$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} T_{rr} \\ T_{\varphi\varphi} \\ T_{zz} \\ T_{rz} \end{pmatrix} = J \begin{pmatrix} R_{11}^0 & R_{12}^0 & R_{13}^0 & 0 \\ R_{12}^0 & R_{22}^0 & R_{23}^0 & 0 \\ R_{13}^0 & R_{23}^0 & R_{33}^0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2R_{44}^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{rr} \\ e_{\varphi\varphi} \\ e_{zz} \\ e_{rz} \end{pmatrix} - \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \varepsilon_{rr}^p \\ \varepsilon_{\varphi\varphi}^p \\ \varepsilon_{zz}^p \\ \varepsilon_{rz}^p \end{pmatrix} - J \sum_{\alpha=1}^N \begin{pmatrix} \tilde{W}_{rr}^{(\alpha)} - \omega W_{rr}^{(\alpha)} \\ \tilde{W}_{\varphi\varphi}^{(\alpha)} - \omega W_{\varphi\varphi}^{(\alpha)} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} W_{\gamma\beta, rr}^{(\alpha)} \\ W_{\gamma\beta, \varphi\varphi}^{(\alpha)} \end{pmatrix} + \frac{1}{\tau_{\gamma\beta}^{(\alpha)}} \begin{pmatrix} W_{\gamma\beta, rr}^{(\alpha)} \\ W_{\gamma\beta, \varphi\varphi}^{(\alpha)} \end{pmatrix} = \frac{1}{\tau_{\gamma\beta}^{(\alpha)}} \begin{pmatrix} \varepsilon_{rr} - \varepsilon_{rr}^p \\ \varepsilon_{\varphi\varphi} - \varepsilon_{\varphi\varphi}^p \end{pmatrix}; \quad (35)$$

$$\frac{\partial F_{rr}}{\partial t} = \frac{\partial v_r}{\partial r}; \quad \frac{\partial F_{\varphi\varphi}}{\partial t} = \frac{v_r}{r}; \quad \frac{\partial F_{zz}}{\partial t} = \frac{\partial v_z}{\partial z}; \quad \frac{\partial F_{rz}}{\partial t} = \frac{\partial v_r}{\partial z}; \quad \frac{\partial F_{zr}}{\partial t} = \frac{\partial v_z}{\partial r};$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{rr}^p}{\partial t} = \frac{h \dot{\lambda}_1}{\sigma_{1S}^2(w_1^p)} (T_{rr} - H_1 \varepsilon_{rr}^p); \quad \frac{\partial \varepsilon_{\varphi\varphi}^p}{\partial t} = \frac{h \dot{\lambda}_1}{\sigma_{2S}^2(w_1^p)} (T_{\varphi\varphi} - H_2 \varepsilon_{\varphi\varphi}^p).$$

Здесь $R_{\gamma\beta\gamma\beta}^0 = R_{\gamma\beta}^0$, $R_{1313}^0 = R_{44}^0$, $T_{11} = T_{rr}$, $T_{22} = T_{\varphi\varphi}$, $T_{33} = T_{zz}$ и T_{rz} — физические компоненты тензора \mathbf{T} в актуальной конфигурации; $e_{11} = e_{rr}$, $e_{22} = e_{\varphi\varphi}$, $e_{33} = e_{zz}$ и e_{rz} — физические компоненты тензора скоростей деформаций \mathbf{D} [18]; $P_{11} = P_{rr}$, $P_{22} = P_{\varphi\varphi}$, $P_{33} = P_{zz}$ и P_{rz} — физические компоненты тензора Пиолы — Кирхгофа \mathbf{P} , причем

$$P_{rr} = \Delta(T_{rr}F_{rr} + T_{rz}F_{rz}); \quad P_{\varphi\varphi} = \Delta(T_{\varphi\varphi}F_{\varphi\varphi});$$

$$P_{zz} = \Delta(T_{rz}F_{zr} + T_{zz}F_{zz}); \quad P_{rz} = \Delta(T_{rr}F_{zr} + T_{rz}F_{zz});$$

$$P_{zr} = \Delta(T_{rz}F_{rr} + T_{zz}F_{rz}); \quad \Delta = F_{\varphi\varphi}(F_{rr}F_{zz} - F_{rz}F_{zr});$$

$$e_{rr} = \frac{\partial v_r}{\partial r} F_{rr} + \frac{\partial v_z}{\partial r} F_{zr}; \quad e_{\varphi\varphi} = \frac{v_r}{r} F_{\varphi\varphi}; \quad (36)$$

$$e_{zz} = \frac{\partial v_r}{\partial z} F_{rz} + \frac{\partial v_z}{\partial z} F_{zz}; \quad e_{rz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} F_{rz} + \frac{\partial v_z}{\partial z} F_{zr} + \frac{\partial v_z}{\partial r} F_{rr} + \frac{\partial v_r}{\partial z} F_{zz} \right);$$

$$\omega = \frac{1}{\Delta} \left(F_{zz}F_{\varphi\varphi} \frac{\partial v_r}{\partial r} - F_{zr}F_{\varphi\varphi} \frac{\partial v_r}{\partial z} - F_{rz}F_{\varphi\varphi} \frac{\partial v_z}{\partial r} + F_{rr}F_{\varphi\varphi} \frac{\partial v_z}{\partial z} \right).$$

Для параметра нагружения и пластических деформаций ε_{zz}^p в поперечном направлении и при межслойном сдвиге применяют следующие соотношения, вытекающие из соотношений (28) и (29):

$$\varepsilon_{zz}^p = \frac{B}{1 + B / \varepsilon_{33C}^p}; \quad B = h \left(\frac{T_{zz} - \sigma_{3S} \left(w_3^p \right)}{H_3^0} \right)^{\frac{1}{1-n_3}};$$

$$\varepsilon_{rz}^p = h \left(\frac{T_{rz} - \sigma_{4S} \left(w_4^p \right)}{H_4^0} \right)^{\frac{1}{1-n_4}}; \quad \lambda_1 = h \sigma_{1S} A_1 \frac{\partial}{\partial t} \left(\varepsilon_{rr}^p + \varepsilon_{\varphi\varphi}^p \right);$$

$$A_1 = \left(\frac{T_{rr} - H_1 \varepsilon_{rr}^p}{\sigma_{1S}} + \frac{1}{\sigma_{2S}} \left(\sigma_{1S}^2 - (T_{rr} - H_1 \varepsilon_{rr}^p)^2 \right)^{1/2} \right)^{-1};$$

$$H_1 = H_1^0 \left| \varepsilon_{rr}^p \right|^{-n_1}; \quad H_2 = H_2^0 \left| \varepsilon_{\varphi\varphi}^p \right|^{-n_2}; \quad H_3 = H_3^0 \left| \varepsilon_{zz}^p \right|^{-n_3}; \quad H_4 = H_4^0 \left| \varepsilon_{rz}^p \right|^{-n_4}; \quad (37)$$

$$W_{rr}^{(\alpha)} = B_{11}^{(\alpha)} W_{11,rr}^{(\alpha)} + B_{12}^{(\alpha)} W_{12,\varphi\varphi}^{(\alpha)}; \quad W_{\varphi\varphi}^{(\alpha)} = B_{21}^{(\alpha)} W_{21,rr}^{(\alpha)} + B_{22}^{(\alpha)} W_{22,\varphi\varphi}^{(\alpha)};$$

$$\tilde{W}_{rr}^{(\alpha)} = \frac{B_{11}^{(\alpha)}}{\tau_{11}^{(\alpha)}} \left(\varepsilon_{rr} - \varepsilon_{rr}^p - W_{11,rr}^{(\alpha)} \right) + \frac{B_{12}^{(\alpha)}}{\tau_{12}^{(\alpha)}} \left(\varepsilon_{\varphi\varphi} - \varepsilon_{\varphi\varphi}^p - W_{12,\varphi\varphi}^{(\alpha)} \right);$$

$$\tilde{W}_{\varphi\varphi}^{(\alpha)} = \frac{B_{21}^{(\alpha)}}{\tau_{21}^{(\alpha)}} \left(\varepsilon_{rr} - \varepsilon_{rr}^p - W_{21,rr}^{(\alpha)} \right) + \frac{B_{22}^{(\alpha)}}{\tau_{22}^{(\alpha)}} \left(\varepsilon_{\varphi\varphi} - \varepsilon_{\varphi\varphi}^p - W_{22,\varphi\varphi}^{(\alpha)} \right).$$

Далее положим, что ударник является изотропным упругим телом, т. е. для него пластические деформации отсутствуют ($\varepsilon_{ij}^p = 0$).

Система уравнений (35) является замкнутой относительно $15 + 4N$ функций ($\alpha = 1, \dots, N$)

$$\mathbf{U} = (u_r, u_z, v_r, v_z, F_{rr}, F_{\varphi\varphi}, F_{zz}, F_{rz}, F_{zr}, T_{rr}, T_{\varphi\varphi}, T_{zz}, T_{rz}, \varepsilon_{rr}^p, \varepsilon_{\varphi\varphi}^p, \varepsilon_{zz}^p, \varepsilon_{rz}^p, W_{11,rr}^{(\alpha)}, W_{21,rr}^{(\alpha)}, W_{12,\varphi\varphi}^{(\alpha)}, W_{22,\varphi\varphi}^{(\alpha)})^T, \quad (38)$$

зависящих от r , z и t .

Граничные условия (33) на границе идеального контакта ударника и мишени и условия на свободной части поверхности имеют вид

$$\Sigma_1^0: [P_{zz}] = 0; [P_{rz}] = 0; [v_r] = 0; [v_z] = 0; \quad (39)$$

$$\Sigma_2^0: n_r P_{rz} + n_z P_{zz} = 0; n_r P_{rr} + n_z P_{zr} = 0.$$

Начальные условия к системе уравнений (35):

$$t = 0: (u_r, u_z, v_r, v_z, F_{rz}, F_{zr}, T_{rr}, T_{zz}, T_{rz}, T_{\varphi\varphi}, \varepsilon_{rr}^p, \varepsilon_{\varphi\varphi}^p, W_{11,rr}^{(\alpha)}, W_{21,rr}^{(\alpha)}, W_{12,\varphi\varphi}^{(\alpha)}, W_{22,\varphi\varphi}^{(\alpha)}) = (0, \dots, 0) (F_{rr}, F_{zz}, F_{\varphi\varphi}) = (1, 1, 1). \quad (40)$$

Для ударника при $t = 0: v_z = V_b$, где V_b — начальная скорость ударника в момент начала взаимодействия с преградой.

Моделирование процесса динамического разрушения преграды из ТКМ. Для численного решения задачи (35)–(40) применяли четырехшаговую разностную схему — предиктор — корректор — с использованием ленточно-адаптивной конечно-разностной сетки. Подробности численной реализации изложены в работе [1, 20]. Схема состоит из шагов предиктора, корректора и шага сглаживания, необходимого для устранения нефизических осцилляций, возникающих как побочный эффект двухшагового метода.

Уравнения (35)–(40) позволяют рассчитывать все характеристики ударника и мишени при непрерывных процессах деформирования, т. е. при отсутствии разрушения. Однако процесс проникания ударников в преграду состоит из стадий зарождения трещин, их распространения и образования отверстия в преграде. При численных расчетах этот процесс моделируется следующим образом.

1. *Этап зарождения трещин.* В процессе непрерывного деформирования в каждой расчетной точке ударника и мишени проверяют условие отсутствия разрушения $\pi < 1$, где π — параметр повреждаемости материала, представляющий собой функции от инвариантов тензора истинных напряжений Коши (силовой критерий):

$$\pi = \pi \left(I_{\gamma}^{(O)}(\mathbf{T}) \right). \quad (41)$$

Инварианты выбирают в соответствии с группой симметрии рассматриваемого материала (изотропные или ортотропные). Критерий прочности преграды в этом случае подобен критерию пластичности, т. е. пределы текучести заменяют на соответствующие пределы прочности.

Для ортотропных ТКМ на основе тканевых структур будем считать разрушение происходящим, если происходит разрыв нитей по основе или по утку тканей, тогда по аналогии с соотношением (17) введем параметр повреждаемости:

$$\pi = \left(\frac{I_{1+}^{(O)}(\mathbf{T})}{\sigma_{1T}} \right)^2 + \left(\frac{I_{2+}^{(O)}(\mathbf{T})}{\sigma_{2T}} \right)^2, \quad (42)$$

где σ_{1T} , σ_{2T} — пределы прочности на растяжение по основе и по утку.

2. *Этап распространения трещин.* Если в какой-либо расчетной точке выполняется условие $\pi \geq 1$, это означает, что в локальной окрестности этой точки происходит зарождение макротрещины, которая затем начинает расти. При численном расчете зарождение макротрещины моделируется обнулением компонент тензора напряжений Коши в данной расчетной точке: вместо определяющих соотношений упруго-пластичности в ней задаются условия $T_{ij} = 0$.

Распространение трещины в преграде (или ударнике) происходит, если после выполнения предельного условия $\pi(x_*^i, t_*) \geq 1$ в точке x_*^i в момент времени t_* в какой-либо из ее соседних точек y_*^i в момент времени $t_* + \Delta t$ реализуется то же самое условие: $\pi(y_*^i, t_* + \Delta t) \geq 1$.

В этом случае происходит прирост трещины на $\Delta x_*^i = y_*^i - x_*^i$.

Этап разлета осколков и проникания ударника в образовавшееся отверстие в данной работе не рассматривается.

Исходные данные для численного моделирования. В качестве численного примера применения разработанной модели и численного алгоритма рассмотрим задачу о прямом ударе ударника по преграде из ортотропного ТКМ. Ударник считаем изотропной упругой средой.

При расчетах выберем следующие значения констант, характеризующих геометрические размеры преграды и ударника:

- расчетный радиус преграды $r_N = 2 \cdot 10^{-2}$ м, максимальный радиус ударника $r_b = 4 \cdot 10^{-3}$ м, минимальный радиус ударника $r_a = 4 \cdot 10^{-3}$ м (цилиндрический ударник) и $r_a = 2 \cdot 10^{-3}$ м (с оживальной формой закругления передней части), длина ударника $z_b = 10^{-2}$ м, толщина преграды z_t варьировалась от $2,5 \cdot 10^{-3}$ до $8 \cdot 10^{-3}$ м.

Примем следующие значения констант:

для стального ударника:

$$R_{11}^0 = 200 \text{ ГПа}, R_{22}^0 = 60 \text{ ГПа}, R_{33}^0 = 77 \text{ ГПа}, \rho^0 = 7800 \text{ кг/м}^3;$$

для ТКМ:

$$R_{11}^0 = R_{22}^0 = 50 \text{ ГПа}, R_{33}^0 = 0,5 \text{ ГПа}, R_{12}^0 = 1,5 \text{ ГПа},$$

$$R_{13}^0 = R_{23}^0 = 0,015 \text{ ГПа}, R_{44}^0 = 2,5 \text{ ГПа}, \rho^0 = 1500 \text{ кг/м}^3,$$

$$\sigma_{1S} = \sigma_{2S} = 10 \text{ МПа}, H_1^0 = H_2^0 = 0,2 \text{ ГПа},$$

$$\sigma_{3S} = 0,1 \text{ МПа}, H_3^0 = 2 \text{ ГПа}, \sigma_{4S} = 100 \text{ МПа}, H_4^0 = 0,2 \text{ ГПа},$$

$$\sigma_{1T} = 0,5 \text{ ГПа}, \sigma_{2T} = 0,5 \text{ ГПа}, n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = 0,9.$$

Начальная скорость ударника по нормали к преграде в момент встречи с ней $v_b = 300 \dots 700$ м/с.

Результаты численного моделирования. Некоторые из полученных результатов расчетов для ударника с заостренной (оживальной) формой передней части приведены на рис. 6 (при скорости удара $v_b = 300$ м/с и толщине преграды 2,5 мм) и рис. 7 (при скорости

удара $v_b = 700$ м/с и толщине преграды 8 мм). Представлена общая картина взаимодействия ударника и преграды из ТКМ в различные моменты времени t проникания: от начального момента взаимодействия до разрушения преграды с образованием отверстия.

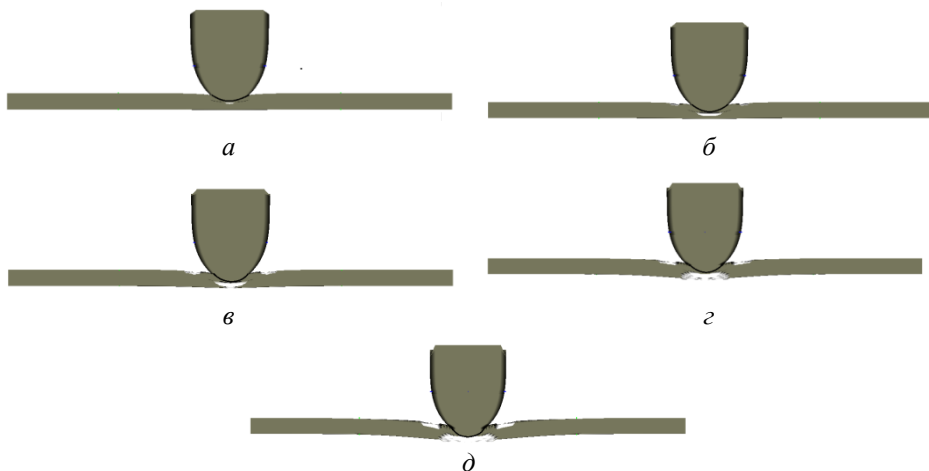


Рис. 6. Картина разрушения преграды из ТКМ толщиной 2,5 мм при воздействии ударника со скоростью 300 м/с в различные моменты времени:
 а–д — t равно 1,07; 2,35; 3,01; 4,7 и 7 мкс соответственно

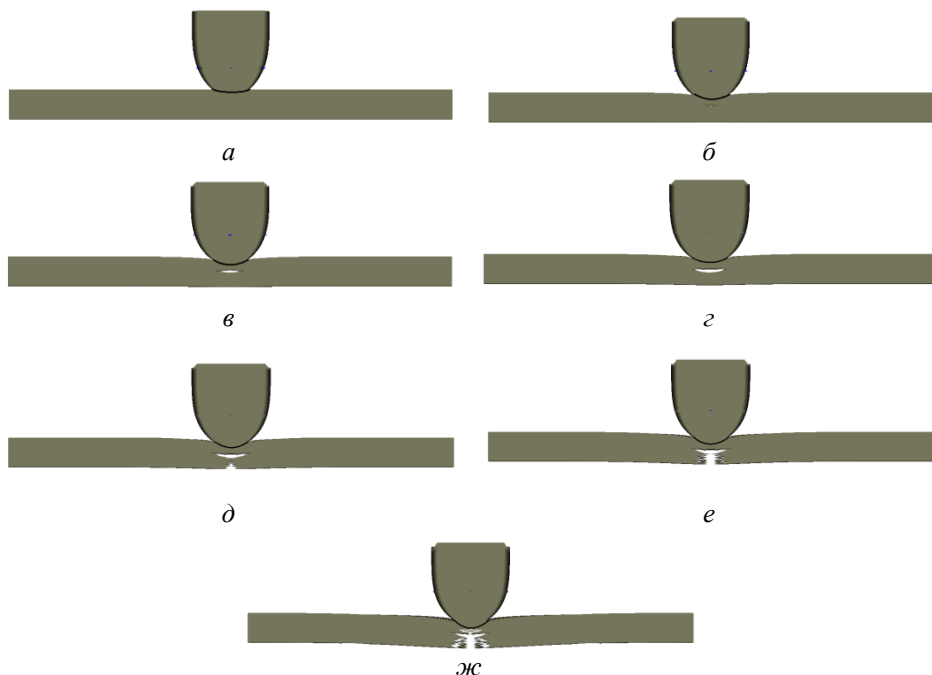


Рис. 7. Картина разрушения преграды из ТКМ толщиной 8 мм при воздействии ударника со скоростью $v_b = 700$ м/с в различные моменты времени:
 а–ж — t равно 0; 2,4; 3,0; 3,69; 4,36; 5,36 и 8 мкс соответственно

На рис. 8 и 9 приведены картины разрушения преграды толщиной 5 и 8 мм соответственно при скорости ударника v_b , равной 500 и 700 м/с.

В инженерной практике создания защитных преград применяется параметр их баллистической эффективности [4] $\beta_E = \frac{\Delta E_k}{S_M \rho h^0}$, где ΔE_k — поглощенная кинетическая энергия ударника, m_1 — его масса, v_0, v_k — соответственно начальная и конечная скорость ударника после пробивания преграды, S_M — площадь мишени ударника, ρ — начальная плотность материала преграды (ТКМ), h^0 — начальная толщина преграды.

Проводили вариантное численное моделирование пробивания преград из ТКМ ударником массой $m_1 = 4$ г. Варьировались значения h^0 и v_0 . Характеристики материала ТКМ представлены выше, $S_M = 50 \text{ мм}^2$. На рис. 10 приведены графики зависимости параметра баллистической эффективности β_E от начальной скорости v_0

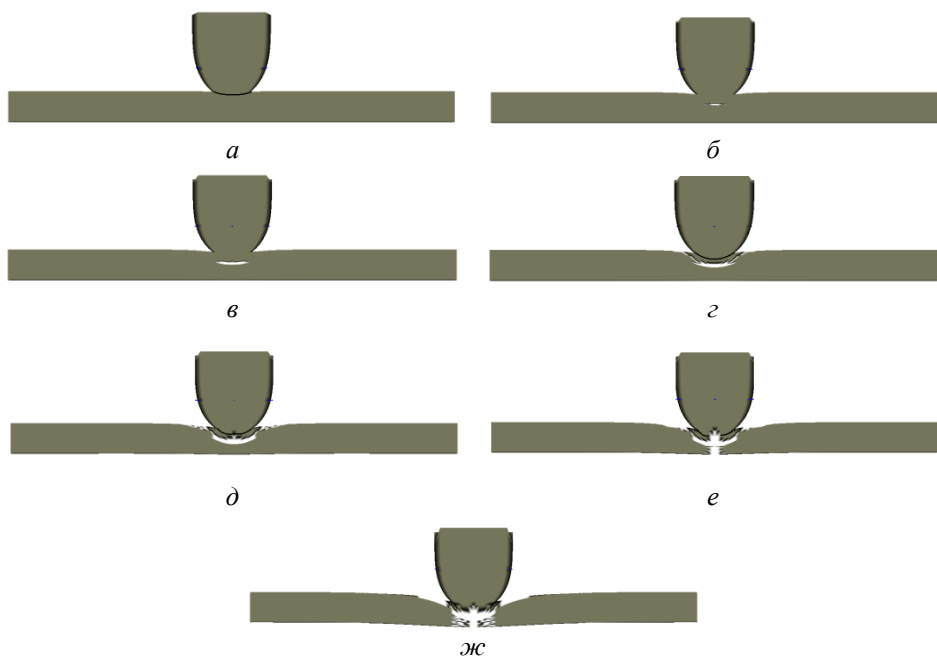


Рис. 8. Картина разрушения преграды из ТКМ толщиной 5 мм при воздействии ударника со скоростью v_b 500 м/с в различные моменты времени:

a–zh — t равно 0; 1,67; 2; 2,34; 3,0; 4,0 и 6,7 мкс соответственно

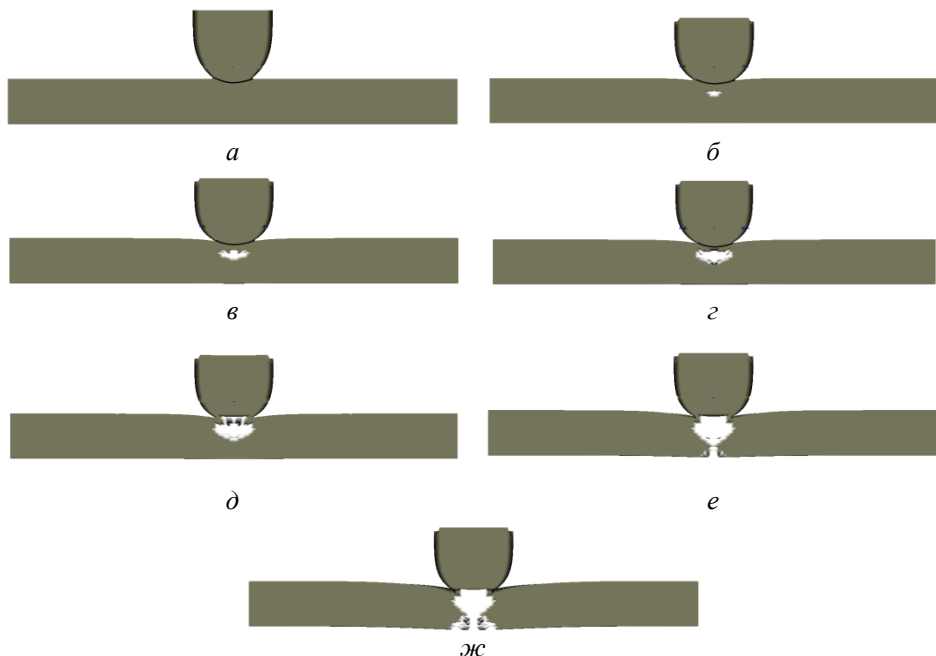


Рис. 9. Картина разрушения преграды из ТКМ толщиной 8 мм при воздействии ударника со скоростью v_b 700 м/с в различные моменты времени: а–ж — t равно 0; 2,01; 2,35; 2,68; 3,02; 4,36 и 6,7 мкс соответственно

ударника, рассчитанные с помощью разработанной модели, выделена (серым тоном) область разброса экспериментальных значений зависимости $\beta_E(v_0)$, полученная для ТКМ на основе ткани Русар [4]. Результаты расчетов попадают в область разброса экспериментальных значений при всех рассмотренных значениях скоростей удара.

Выводы. Разработанная математическая модель динамического поведения ТКМ на основе арамидных тканей учитывает основные эффекты поглощения энергии удара — пластического сжатия ткани в поперечном направлении, вытягивания нитей при поперечном ударе, раздвигания нитей при образовании отверстия, а также зависимость диаграммы деформирования от скорости нагружения и вязкоупругих свойств арамидных волокон. Модель основана на фундаментальных соотношениях теории конечных деформаций. Приведенный пример числен-

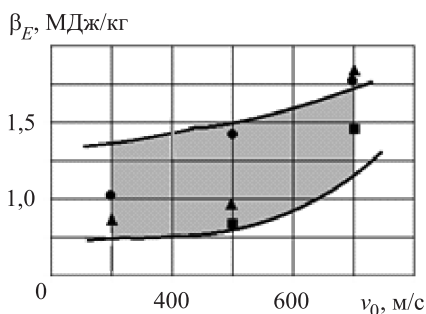


Рис. 10. Зависимость параметра β_E баллистической эффективности преграды из ТКМ от начальной скорости ударника v_0 при толщине преграды 2,5 (●), 5 (■) и 8 (▲) мм

ной реализации данной модели для задачи о прямом ударе стального ударника по текстильной преграде показал, что созданная модель и ее компьютерная реализация позволяют получить картину взаимодействия ударника с ТКМ, в целом соответствующую экспериментально наблюдаемой картине деформирования и разрушения ТКМ на арамидной основе.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №14-19-00847).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Димитриенко Ю.И., Димитриенко И.Д. Моделирование динамических процессов деформирования гибких тканевых композиционных материалов. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 5 (29). URL: <http://engjournal.ru/search/author/40/page1.html>
- [2] Димитриенко Ю.И., Беленовская Ю.В., Анискович В.А. Численное моделирование ударно-волнового деформирования гибких броневых композитных материалов. *Наука и образование: электронное научно-техническое издание*, 2013, № 12. doi: 10.7463/1213.0665297
- [3] Димитриенко Ю.И., Лимонов В.А. Влияние ориентации волокон на диссипативный разогрев и деформативность вязкоупругих композитов при циклическом нагружении. *Механика композитных материалов*, 1988, № 5, с. 797–805.
- [4] Харченко Е.Ф., Ермоленко А.Ф. *Композитные, текстильные и комбинированные бронематериалы*. Москва, ОАО ЦНИИСМ, 2013, 294 с.
- [5] Григорян В.А., Кобылкин И.Ф., Миринин В.М., Чистяков Е.Н. *Материалы и защитные структуры для локального и индивидуального бронирования*. Москва, Изд-во РадиоСофт, 2008, 406 с.
- [6] Zhu D., Mobaster B., Rajan S.D. Dynamic testing of Kevlar-49 fabric. *J. of Materials in Civil Engineering*, 2011, vol. 23, pp. 230–239.
- [7] Tan V.B., Zeng X.S., Shim V.P.W. Characterization and constitutive modeling of aramid fibers at high strain rates. *Int. J. of Impact Engineering*, 2008, vol. 35, no. 1, pp. 1303–1313.
- [8] Koh C.P., Shim V.P.W., Tan V.B.C., Tan B.L. Response of a high-strength flexible laminate to dynamic tension. *International Journal of Impact Engineering*, 2008, vol. 35, pp. 559–568.
- [9] Shim V.P.W., Lim C.T., Foo K.J. Dynamic mechanical properties of fabric armor. *Int. J. of Impact Engineering*, 2001, vol. 25, pp. 1–15.
- [10] Lee Y.S., Wetzel E.D., Erges R.G., Wagner N.J. The ballistic impact characteristics of Kevlar woven fabrics impregnated with a colloidal shear thickening fluid. *J. of Materials Science*, 2003, vol. 3, pp. 2825–2833.
- [11] Димитриенко Ю.И. Анизотропная теория конечных упруго-пластических деформаций. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2003, № 2, с. 47–61.
- [12] Димитриенко Ю.И., Дзаганя А.Ю., Беленовская Ю.В., Воронцова М.А. Численное моделирование проникания ударников в анизотропные упруго-пластические преграды. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2008, № 4, с. 100–117.

- [13] Димитриенко Ю.И. *Нелинейная механика сплошной среды*. Москва, Физматлит, 2009, 610 с.
- [14] Dimitrienko Yu.I. *Nonlinear Continuum Mechanics and Large Inelastic Deformations*. Springer, 2011, 747 p.
- [15] Димитриенко Ю.И. *Механика сплошной среды. Т. 2. Универсальные законы механики и электродинамики сплошной среды*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011, 560 с.
- [16] Димитриенко Ю.И. *Механика сплошной среды. Т.4. Основы механики твердых сред*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013, 624 с.
- [17] Mossakovsky P.A., Bragov A.M., Kolotnikov M.E., Antonov F.K. Investigation of shear thickening fluid dynamic properties and its influence on the impact resistance of multilayered fabric composite barrier. *11th LS-DYNA users Conference'2010*. LSTC Publ., 2010, pp. 33–43.
- [18] Димитриенко Ю.И. *Тензорное исчисление*. Москва, Высшая школа, 2001, 576 с.
- [19] Димитриенко Ю.И. *Механика сплошной среды. Т.1. Тензорный анализ*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011, 463 с.
- [20] Димитриенко Ю.И., Коряков М.Н., Захаров А.А., Сыздыков Е.К. Развитие метода ленточно-адаптивных сеток на основе схем TVD для решения задач газовой динамики. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2011, № 2, с. 87–97.

Статья поступила в редакцию 23.06.2015

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Димитриенко Ю.И., Димитриенко И.Д. Моделирование процессов пробивания композитных текстильных преград. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2015, вып. 8.

URL: <http://engjournal.ru/catalog/msm/pmcm/1423.html>

Димитриенко Юрий Иванович родился в 1962 г., окончил МГУ им. М.В. Ломоносова в 1984 г. Д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, директор Научно-образовательного центра «Суперкомпьютерное инженерное моделирование и разработка программных комплексов» (НОЦ «СИМПЛЕКС») МГТУ им. Н.Э. Баумана, действительный член Академии инженерных наук. Автор более 300 научных работ в области вычислительной механики, газодинамики, термомеханики композитов, математического моделирования в науке о материалах. e-mail: dimit.bmtstu@gmail.com

Димитриенко Ирина Донатовна окончила МГУ им. М.В. Ломоносова в 1984 г. Канд. физ.-мат. наук, ведущий научный сотрудник Научно-образовательного центра «Суперкомпьютерное инженерное моделирование и разработка программных комплексов» (НОЦ «СИМПЛЕКС») МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 40 научных работ по газодинамике горения твердых топлив, вычислительной механике. e-mail: irina.dimit@gmail.com

Modeling of punching processes of the textile composite ballistic shield

© Yu.I. Dimitrienko, I.D. Dimitrienko

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The objective of this research is to propose a mathematical model of deformation of textile composite materials based on aramid fabric under shock action. The model takes into account the following deformation parameters of composite materials of the specified class: the ability to change their forms without destruction at finite deformations, a considerable difference between stress-deformation diagrams under tension and under compression, dependence of these diagrams on a loading rate, pseudo-plastic properties of materials caused by pulling out threads from fabric, anisotropy of nonlinear-elastic and viscous-plastic properties and other effects. Additionally, we took into consideration viscous-elastic properties of the aramid fibers, damageability and fiber breakage when punching the textile materials. Thus, we stated the problem of dynamic deformation of textile composite materials. In order to solve the problem, we applied the method of band-adaptive grids in a two-dimensional case. We give an example of computational solution of the problem, which involves a high-speed action of a striker onto a textile composite material. In conclusion, we compare the computational modeling and experimental results in punching the aramid textile composite materials.

Keywords: *textile composite materials, dynamic processes, impact, punching, computational modeling, finite deformations, plastic deformations, viscous-elastic deformations, aramid fibers.*

REFERENCES

- [1] Dimitrienko Yu.I., Dimitrienko I.D. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2014, no. 5 (29). Available at: <http://engjournal.ru/search/author/40/page1.html>
- [2] Dimitrienko Yu.I., Belenovskaya Yu.V., Aniskovich V.A. *Nauka I obrazovanie/ Elektronnoe nauchno-tekhnickoe izdanie — Science and Education. Electronic scientific and technical journal*, 2013, no. 12. doi: 10.7463/1213.0665297
- [3] Dimitrienko Yu.I., Limonov V.A. *Mekhanika kompozitnykh materialov — Mechanics of Composite Materials*, 1988, no. 5, pp. 797–805.
- [4] Kharchenko E.F., Ermolenko A.F. *Kompozitnye, tekstilnye i kombinirovannye bronematerialy* [Composite, textile and combined armor materials]. Moscow, TsNIISM Publ., 2013, 294 p.
- [5] Grigoryan V.A., Kobylkin I.F., Mirinin V.M., Chistyakov E.N. *Materialy i zashchitnye struktury dlya lokalnogo i individualnogo bronirovaniya* [Materials and protective structures for the local and individual armor]. Moscow, RadioSoft Publ., 2008, 406 p.
- [6] Zhu D., Mobaster B., Rajan S.D. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 2011, vol. 23, pp. 230–239.
- [7] Tan V.B., Zeng X.S., Shim V.P.W. *International Journal of Impact Engineering*, 2008, vol. 35, no. 1, pp. 1303–1313.
- [8] Koh C.P., Shim V.P.W., Tan V.B.C., Tan B.L. *International Journal of Impact Engineering*, 2008, vol. 35, no. 6, pp. 559–568.
- [9] Shim V.P.W., Lim C.T., Foo K.J. *International Journal of Impact Engineering*, 2001, vol. 25, no. 1, pp. 1–15.

- [10] Lee Y.S., Wetzel E.D., Erges R.G., Wagner N.J. *Journal of Materials Science*, 2003, vol. 3, pp. 2825–2833.
- [11] Dimitrienko Yu.I. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Estestvennyye nauki — Herald of Bauman Moscow State Technical University. Ser. Natural Sciences*, 2003, no. 2, pp. 47–61.
- [12] Dimitrienko Yu.I., Dzaganiya A.Yu., Belenovskaya Yu.V., Vorontsova M.A. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Estestvennyye nauki — Herald of Bauman Moscow State Technical University. Ser. Natural Sciences*, 2008, no. 4, pp.100–117.
- [13] Dimitrienko Yu.I. *Nelineynaya mekhanika sploshnoy sredy* [Nonlinear continuum mechanics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2009, 610 p.
- [14] Dimitrienko Yu.I. *Nonlinear Continuum Mechanics and Large Inelastic Deformations*. Springer, 2011, 747 p. doi: 10.1007/978-94-007-0034-5
- [15] Dimitrienko Yu.I. *Mekhanika sploshnoy sredy. Tom 2. Universalnye zakony mekhaniki i elektrodinamiki sploshnoy sredy* [The continuum mechanics. Vol. 2. The universal laws of mechanics and electrodynamics of continua]. Moscow, BMSTU Publ., 2011, 560 p.
- [16] Dimitrienko Yu.I. *Mekhanika sploshnoy sredy. Tom 4. Osnovy mekhaniki tverdogo tela* [Continuum mechanics. Vol. 4. Fundamentals of solid mechanics]. Moscow, BMSTU Publ., 2013, 624 p. doi: 10.7463/1213.0665297 490
- [17] Mossakovsky P.A., Bragov A.M., Kolotnikov M.E., Antonov F.K. Investigation of shear thickening fluid dybamic properties and its influence on the impact resistance of multilayered fabric composite barrier. *Proc. of the 11th Int. LS-DYNA Users Conference, 2010*. LSTC Publ., 2010, pp. 33–43.
- [18] Dimitrienko Yu.I. *Tenzornoe ischislenie* [Tensor calculus]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2001, 576 p.
- [19] Dimitrienko Yu.I. *Mekhanika sploshnoy sredy. Tom 1. Tenzornyy analiz* [Continuum Mechanics. Vol. 1. Tensor Analysis]. Moscow, BMSTU Publ., 2011, 463 p.
- [20] Dimitrienko Yu.I., Koryakov M.N., Zakharov A.A., Syzdykov E.K. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Estestvennyye nauki — Herald of Bauman Moscow State Technical University. Ser. Natural Sciences*, 2011, no. 2, pp. 87–97.

Dimitrienko Yu.I. (b. 1962) graduated from Lomonosov Moscow State University in 1984. Dr. Sci. (Phys.&Math.), Professor, Head of the Computational Mathematics and Mathematical Physics Department, Director of Scientific-educational Center of Supercomputer Engineering Modeling and Program Software Development of Bauman Moscow State Technical University. Member of the Russian Academy of Engineering Science. Author of over 300 publications in the field of computational mechanics, gasdynamics, thermomechanics of composite materials, mathematical simulations in material science. e-mail: dimit.bmtstu@gmail.com.

Dimitrienko I.D. (b. 1962) graduated from Lomonosov Moscow State University in 1984. Cand. Sci. (Phys.&Math.), Leading Scientist of Scientific-educational Center of Supercomputer Engineering Modeling and Program Software Development at Bauman Moscow State Technical University. The author of over 40 publications in the field of gasdynamics of solid propellant combustion, shock wave interaction with condensed matter, computational mechanics. e-mail: irina.dimit@gmail.com