УДК 681.5:681.3:519.6

Идентификация динамических характеристик методом производящих функций

© Ю.В. Журавлёв

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Исследована проблема параметрической идентификации широкого класса линейных стационарных систем с математической моделью в структуре дробно-рациональных передаточных функций. Развивается методология использования производящих функций Эрмита для идентификации по информации о входном и выходном сигналах. Предложена стратегия поэтапной экспериментальной идентификации объекта. В системе MATLAB посредством имитационного моделирования подтверждены теоретические прогнозы по ключевым вопросам использования методологии производящих функций, в том числе с разделимостью этапов фильтрации и идентификации.

Ключевые слова: *идентификация, производящая функция, фильтрация, имитационное моделирование.*

Введение. Математической моделью некоторого физического объекта с доступными на отрезке времени $t \in [0, T]$ входным $x(t)$ и выходным $y(t)$ сигналами является линейное обыкновенное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами:

$$a_0 y + a_1 y' + a_2 y'' + \ldots + a_n y^{(n)} = b_0 x + b_1 x' + b_2 x'' + \ldots + b_m x^{(m)}, \tag{1}$$

где $t \in [0, T]$, причем $m \le n$ (из условия физической реализуемости [1]).

Из теории дифференциальных уравнений [2] известно, что начальная задача Коши для уравнения (1) при известных входных сигналах $x(t) \in C^m[0, T]$ и известном начальном состоянии $\vec{y}(0) = (y(0), y'(0), \ldots, y^{(n-1)}(0))$ имеет единственное решение $y(t)$, $t \in [0, T]$. С тем же входным сигналом $x(t) \in C^m[0, T]$, но при ином начальном состоянии $\vec{y}_2(0) = (y_2(0), y_2'(0), \ldots, y_2^{(n-1)}(0))$ найдется другое частное решение $y_2(t)$, $t \in [0, T]$.

Разность частных решений $z(t) = y(t) - y_2(t)$ неоднородного уравнения (1) удовлетворяет соответствующему однородному уравнению

$$a_0 z + a_1 z' + a_2 z'' + \ldots + a_n z^{(n)} = 0. \tag{2}$$

Важнейшие динамические характеристики объекта, такие как устойчивость [1], определяются коэффициентами уравнения (2). Для характеризации же управляемости [1] объекта необходимо знать все коэффициенты уравнения (1). Следует базироваться на двухэтапной схеме планирования идентификационных экспериментов с физическим объектом: на первом этапе надо работать с моделью (2), а на втором — с полной моделью (1). Множество научных работ посвящено рассматриваемой проблеме, например работы [3–9].

Метод производящих функций [5, 6, 9]. Умножим уравнение (2) на так называемую производящую функцию $g(t) \in C^n[0, T]$, удовлетворяющую вместе со всеми производными вплоть до порядка n–1 краевым условиям однородности $g^{(k)}(0) = g^{(k)}(T) = 0$, $k = 0, 1, \ldots, n-1$. После этого почленно проинтегрируем полученную левую часть уравнения по t на отрезке $[0, T]$. Используя k-кратное интегрирование по частям при вычислении интеграла от функции $z^{(k)}(t)g(t)$, получаем нулевые внеинтегральные слагаемые вследствие однородности краевых условий на производные производящей функции, тогда

$$\int_0^T z^{(k)}(t)g(t)dt = (-1)^{(k)}\int_0^T g^{(k)}(t)z(t)dt. \tag{3}$$

Введем обозначение

$$(u, v) = \int_0^T u(t)v(t)dt. \tag{4}$$

Первый этап. С учетом (3), (4) дифференциальная модель (2) переходит в алгебраическую:

$$a_0(g, z) - a_1(g', z) + a_2(g'', z) - \ldots + (-1)^n a_n(g^{(n)}, z) = 0. \tag{5}$$

В уравнении (5) можно положить $a_0 = 1$. Исследуем это уравнение для выработки рекомендаций по выбору функций $z(t)$, в совокупности независимых [2] на отрезке $[0, T]$, а также по выбору производящих функций $g(t)$, независимых на отрезке $[0, T]$, чтобы предложить непротиворечивый алгоритм оценивания коэффициентов a_i ($i = 1, 2, \ldots, n$). Запишем уравнение (5) в матричной форме:

$$\left[(g', z)\,(g'', z) \ldots (g^{(n)}, z)\right]\begin{pmatrix} -a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ (-1)^n a_n \end{pmatrix} = -(g, z). \tag{6}$$

Теперь введем в рассмотрение векторы-столбцы $g^{(k)}(t) = \begin{pmatrix} G_0^{(k)}(t) \\ G_1^{(k)}(t) \\ \vdots \\ G_{n-1}^{(k)}(t) \end{pmatrix}$, $k = 0, 1, \ldots, n,$ где компоненты $G_i^{(k)}(t)$ $(i = 0, 1, \ldots)$ образуют независимую на отрезке $[0, T]$ совокупность k-х производных производящих функций $G_i(t)$ $(i = 0, 1, 2, ...)$. С такой вектор-функцией $g^{(k)}(t)$ на прежнее скалярное уравнение (6) следует смотреть как на систему из n линейных алгебраических уравнений, где

$$(g^{(k)}, z) = \begin{pmatrix} (G_0^{(k)}, z) \\ (G_1^{(k)}, z) \\ \vdots \\ (G_{n-1}^{(k)}, z) \end{pmatrix}, k = 0, 1, ..., n. \qquad (7)$$

Второй этап. Предположим, что матричная система (6)–(7) однозначно разрешима и найдены a_i (i = 1, 2, …, n). Теперь можно сформировать матричную систему относительно коэффициентов правой части b_j (j = 0, 1, …, m) уравнения (1).

Вычислив столбцы

$$(g^{(k)}, x) = \begin{pmatrix} (G_0^{(k)}, x) \\ (G_1^{(k)}, x) \\ \vdots \\ (G_{n-1}^{(k)}, x) \end{pmatrix}, k = 0, 1, ..., m; \quad (g^{(k)}, y) = \begin{pmatrix} (G_0^{(k)}, y) \\ (G_1^{(k)}, y) \\ \vdots \\ (G_{n-1}^{(k)}, y) \end{pmatrix}, k = 0, 1, ..., n, \qquad (8)$$

сформируем матричную линейную алгебраическую систему m +1 порядка относительно b_j (j = 0, 1, 2, …, m):

$$\left[(g, x)\,(g', x)\,(g'', x) ... (g^{(m)}, x)\right] \begin{pmatrix} b_0 \\ -b_1 \\ \vdots \\ (-1)^m b_m \end{pmatrix} =$$

$$= (g, y) + \left[(g', y)\,(g'', y) ... (g^{(n)}, y)\right] \begin{pmatrix} -a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ (-1)^n a_n \end{pmatrix}. \qquad (9)$$

В системе (8)–(9) входной $x(t)$ и выходной $y(t)$ сигналы соответствуют решению одной из начальных задач Коши уравнения (1) на отрезке [0, T].

Одноэтапная схема. Формально задачу идентификации коэффициентов $\{a_i, b_j\}$ модели (1) можно решать путем формирования объединенной системы уравнений

$$\begin{bmatrix} \left(G_0^{(1)},y\right)\left(G_0^{(2)},y\right)\ldots\left(G_0^{(n)},y\right) & \left(G_0,x\right)\left(G_0^{(1)},x\right)\ldots\left(G_0^{(m)},x\right) \\ \left(G_1^{(1)},y\right)\left(G_1^{(2)},y\right)\ldots\left(G_1^{(n)},y\right) & \left(G_1,x\right)\left(G_1^{(1)},x\right)\ldots\left(G_1^{(m)},x\right) \\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \left(G_{n+m}^{(1)},y\right)\left(G_{n+m}^{(2)},y\right)\ldots\left(G_{n+m}^{(n)},y\right) & \left(G_{n+m},x\right)\left(G_{n+m}^{(1)},x\right)\ldots\left(G_{n+m}^{(m)},x\right) \end{bmatrix}\times$$

$$\times\begin{pmatrix} -a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ (-1)^n a_n \\ -b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ (-1)^{m+1} b_m \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(G_0,y\right) \\ -\left(G_1,y\right) \\ \vdots \\ -\left(G_{n+m},y\right) \end{bmatrix}, \qquad (10)$$

однако следует учитывать, что рост размерности системы ведет к расширению необходимого числа независимых производящих функций $G_0(t)$, $G_1(t)$, …, $G_{n+m}(t)$, а также к ухудшению обусловленности задачи.

Функции Эрмита как производящие. В качестве производящих функций можно использовать функции Эрмита [5, 6, 11]:

$$G_0(r) = \exp(-\frac{r^2}{2}); \; G_1(r) = r\exp(-\frac{r^2}{2}); \quad G_2(r) = (r^2-1)\exp(-\frac{r^2}{2});$$

$$G_3(r) = (r^3-3r)\exp(-\frac{r^2}{2}); \qquad G_4(r) = (r^4-6r+3)\exp(-\frac{r^2}{2}); \qquad (11)$$

$$G_5(r) = (r^5-10r^3+15r)\exp(-\frac{r^2}{2}), \ldots .$$

Здесь произвольная функция Эрмита k-го порядка выражается через k-ю производную функции ошибок из теории вероятностей $G_k(r) = (-1)^k\,[\exp(-r^2/2)]^{(k)}$. При этом $d/dr(G_k(r)) = -G_{k+1}(r)$ и $(G_k(r))^{(n)} = (-1)^n\, G_{k+n}(r)$. Функция Эрмита $G_k(r)$ приближенно финитная, она осциллирует на «ε-носителе» $[-r_k, r_k]$, но на границе «ε-носителя» по модулю равна малому ε, т. е. $|G_k(\pm r_k)| = \varepsilon$, и вне «ε-носителя» монотонно исчезает до нуля при $r\to\infty$. Например, $G_0(3) = 0{,}01110899654$, $G_0(5) = 3{,}726653172\cdot10^{-6}$, $G_0(10) = 1{,}928749848\cdot10^{-22}$, $G_2(5) = 8{,}943967613\cdot10^{-5}$, $G_2(10) = 1{,}909462349\cdot10^{-20}$. Функции Эрмита меньшего порядка имеют свои «ε-носители», вложенные в «ε-носитель» функции большего порядка. Носителем семейства функций Эрмита будет носитель $[-r_k, r_k]$ функции наибольшего порядка k.

Для использования функций Эрмита в качестве производящих необходимо согласовать носитель $[-r_k, r_k]$ с реальным отрезком идентификации $[0, T]$ посредством преобразования

$$r = -r_k + M\,t, \tag{12}$$

где $t \in [0, T]$, $r \in [-r_k, r_k]$, $M = 2r_k/T$.

В частности, при формировании системы (10) функция наивысшего порядка $k = 2n + m$ послужит для установления единого «ε-носителя» $[-r_k, r_k]$, где $r_k = \sup\{r\colon G_k(r) \geq \varepsilon\}$. Так, если система (10) предназначается для оценивания параметров модели с $n = 2$, $m = 1$, то $k = 2n + m = 5$, когда необходимо взять $G_5(r) = (r^5 - 10r^3 + 15r)\exp(-r^2/2)$, например, $G_5(5) = 7{,}043374495 \cdot 10^{-3}$, $G_5(10) = 1{,}909751662 \cdot 10^{-17}$, поэтому либо $r_5 \approx 5$ с $\varepsilon = 0{,}007$ (грубая оценка), либо $r_5 \approx 10$ с $\varepsilon = 2 \cdot 10^{-17}$ (для высокоточного алгоритма).

Поскольку по правилу дифференцирования сложной функции

$$d/dt\,[G_0(r(t))] = d/dr\,[G_0(r))]\,d/dt[r(t)] = -G_1(r)\,M$$

и

$$G_n^{(k)}(r(t)) = G_{n+k}(r)\,(-1)^k M^k, \tag{13}$$

то система (10) принимает следующий вид:

$$\begin{bmatrix} (G_1, y) & (G_2, y) \ldots (G_n, y) & (G_0, x) & (G_1, x) \ldots (G_m, x) \\ (G_2, y) & (G_3, y) \ldots (G_{n+1}, y) & (G_1, x) & (G_2, x) \ldots (G_{m+1}, x) \\ \ldots\ \ldots & \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots & \ldots & \ldots \\ (G_{n+m+1}, y) & (G_{n+m+2}, y) \ldots (G_{2n+m}, y) & (G_{n+m}, x) & (G_{n+m+1}, x) \ldots (G_{n+2m}, x) \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} a_1 M \\ a_2 M^2 \\ \vdots \\ a_n M^n \\ -b_0 \\ -b_1 M \\ \vdots \\ -b_m M^m \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -(G_0, y) \\ -(G_1, y) \\ \vdots \\ -(G_{n+m}, y) \end{bmatrix}. \tag{14}$$

Соответствующее использование производящих функций Эрмита можно распространить и на приведенную выше двухэтапную схему идентификации объекта, т. е. к матричным системам (6) и (9); но вследствие достаточной очевидности детали опускаем.

Алгоритмизация метода производящих функций. Будем считать, что входной и выходной процессы $x(t)$, $y(t)$ объекта с моделью вида (1) представлены на некотором достаточно длинном промежутке времени $t \in [T_{\text{in}}, T_f]$ массивами $x = (x_1, x_2, \ldots, x_N)$, $y = (y_1, y_2, \ldots, y_N)$ своих значений в узлах равномерной сетки $\{T_{in} = t_1 < t_2 < \ldots, < t_N = T_f\}$ шага $\Delta t = (T_f - T_{\text{in}}) / (N - 1)$, так что $t_k = T_{\text{in}} + (k - 1)\Delta t$, $(k = 1, 2, \ldots, N)$. Обработке будет подвергаться информация с частичного сегмента $[T_{\text{low}}, T_{\text{up}}]$, полагая $[T_{\text{low}}, T_{\text{up}}] \subset [T_{\text{in}}, T_f]$. При этом нижняя и верхняя границы обрабатываемого частичного сегмента могут быть заданы номерами крайних узлов k_{low} и k_{up}, $1 \le k_{\text{low}} < k_{\text{up}} \le N$, так что $T_{\text{low}} = T_{\text{in}} + (k_{\text{low}} - 1)\Delta t$, $T_{\text{up}} = T_{\text{in}} + (k_{\text{up}} - 1)\Delta t$, $T_{\text{up}} - T_{\text{low}} = T > 0$.

Для вычисления интегралов вида (4) можно использовать квадратурную формулу Симпсона численного интегрирования функции $f(t) = u(t)v(t)$ на некотором частичном сегменте $[T_{\text{low}}, T_{\text{up}}]$ по ее дискретным отсчетам $\{f_k | k = k_{\text{low}}, \ldots, k_{\text{up}}, f_k = f(T_{\text{in}} + (k-1)\Delta t)\}$:

$$\int_{T_{\text{low}}}^{T_{\text{low}}+T} f(t)dt \approx \frac{\Delta t}{3}\Big\{ f_{k_{\text{low}}} + f_{k_{\text{up}}} + 4\left[f_{k_{\text{low}}+1} + f_{k_{\text{low}}+3} + \ldots + f_{k_{\text{up}}-3} + f_{k_{\text{up}}-1} \right] +$$

$$+ 2\left[f_{k_{\text{low}}+2} + f_{k_{\text{low}}+4} + \ldots + f_{k_{\text{up}}-4} + f_{k_{\text{up}}-2} \right]\Big\}.$$

При этом число $N_s = k_{\text{up}} - k_{\text{low}}$ должно быть чётным натуральным ($N_s = 2, 4, 6, \ldots$). Для формирования систем вида (6)–(9) или (14) при расчете значений $G_n(r(t))$ в узлах сетки $\{t_k \mid t_k = T_{\text{in}} + (k - 1)\Delta t,\ k = k_{\text{low}}, k_{\text{low}} + 1, \ldots, k_{\text{low}} + N_s\}$ следует использовать выражения (11), (12), учитывая, что $T_{\text{low}} \ne 0$, и поэтому формулы (12) следует скорректировать:

$$r = -r_k + M(t - T_{\text{low}}), \tag{15}$$

где $t \in [T_{\text{low}}, T_{\text{up}}]$, $r \in [-r_k, r_k]$, $T_{\text{up}} - T_{\text{low}} = T$ и $M = 2r_k / T$.

Возможности вычислительного экспериментирования. Привлекая средства системы MATLAB, нами разработана программа, позволяющая проводить вычислительные эксперименты в разнообразных вариантах методологии производящих функций Эрмита, в частности идентификацию:

- двухэтапную;
- обобщенно-одноэтапную;
- на вырожденных режимах движения объекта, таких, где частные решения модели (1) не содержат некоторых компонент фундаментальной системы решений;
- на скользящем сегменте фиксированной длины T;
- на последовательности сегментов с общим началом T_{low};
- с применением метода наименьших квадратов для обработки переопределенных систем линейных алгебраических уравнений, когда система уравнений формируется пакетно-блочной конкатенацией посегментных стандартных матриц.

А также программа позволяет проводить вычислительные эксперименты по имитации разделения задач фильтрации и идентификации.

О разделимости задач фильтрации и идентификации. Отметим, что вопрос об устойчивости оценок искомых параметров является наиважнейшим [4]. Теоретико-алгебраический и теоретико-вероятностный анализ [11] подтверждают высокую чувствительность результатов идентификации к погрешностям обрабатываемых данных, что подтверждается и имитационным MATLAB-моделированием. В связи с этим требуется изучить вопрос о возможности предварительной фильтрации входных и выходных процессов $x(t)$, $y(t)$.

Применив преобразование Лапласа к уравнению (1) при нулевых начальных условиях, запишем

$$(a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \ldots + a_n s^n) Y(s) = (b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \ldots + b_m s^m) X(s). \quad (16)$$

Умножим с левой стороны обе части уравнения (16) на дробно-рациональную передаточную функцию некоторого фильтра нижних частот $\Phi(s)$, например $\Phi(s) = \dfrac{1}{sT_\Phi + 1}$, переставив местами операторы, придем к выражению

$$(a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \ldots + a_n s^n) \Phi(s) Y(s) = (b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \ldots + b_m s^m) \Phi(s) X(s),$$

где $\Phi(s)Y(s) = \hat{Y}(s)$ и $\Phi(s)X(s) = \hat{X}(s)$ следует трактовать как лапласовы изображения выходных сигналов идентичных фильтров, формально очищенных от высокочастотных шумов аддитивного характера в реальных массивах данных. Модель (16) преобразовалась в следующую:

$$(a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \ldots + a_n s^n) \hat{Y}(s) = (b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \ldots + b_m s^m) \hat{X}(s). \quad (17)$$

Формально модель (17) показывает, какой стратегии следует придерживаться при предварительной обработке телеметрической информации, поступающей от «шумящих» датчиков первичной информации, а именно: необходимо фильтровать и вход, и выход, но фильтры должны быть идентичными. Поскольку приведенные рассуждения могут показаться не вполне строгими из-за неучёта ненулевых начальных значений производных сигналов $x(t)$, $y(t)$, наложим дополнительное ограничение: отфильтрованные сигналы следует использовать после завершения переходных процессов, т. е. спустя время, равное $(3\ldots4)T_ф$. Стратегия разделения этапов фильтрации и идентификации получила тем самым корректное обоснование.

Некоторые результаты моделирования. Проводилось имитационное цифровое моделирование процессов аналоговой фильтрации с последующей идентификацией по алгоритму производящих функций Эрмита. Алгоритм идентификации запрограммирован как стандартная функция с именем IDERM и входными параметрами (X, Y, Δt, k_{low}, k_{up}, n, m, V), где X, Y — массивы дискретных отсчетов непрерывных сигналов $x(t)$ и $y(t)$, заданных на равномерной сетке шага Δt, массивы обрабатываются на сегменте с границами от k_{low} по k_{up}; n, m — значения порядков высших производных в левой и правой частях модели (1); V — параметр, задающий вариант схемы идентификации модели (1): при $V = 0$ идентификация левой части модели (1), при $V = 1$ — правой части, при $V = 2$ полная идентификация обеих частей. Выходными параметрами функции IDERM являются [Z, A, B, det$A$, cond$A$], где Z — искомые оценки коэффициентов модели (1) за варианта V; A — квадратная матрица системы уравнений; B — столбец правых частей системы; det$A$ — определитель матрицы A; cond$A$ — спектральное число обусловленности матрицы A.

Во-первых, проверена и подтверждена корректность использования модели (17) с апериодическим фильтром $\Phi(s) = \dfrac{1}{sT_\Phi + 1}$ при полном отсутствии изначального зашумления сигналов. При этом если начало сегмента идентификации [T_{low}; T_{up}] совпадает с моментом начала процесса фильтрации, то оценки параметров модели (1) по отфильтрованным сигналам оказываются смещенными, но при сдвиге начальной точки T_{low} вправо на $3T_{\text{ф}}$ и более все параметры модели (1) идентифицируются без ошибок по любой схеме — двухэтапной или одноэтапной.

Во-вторых, проводились вычислительные эксперименты с наложением высокочастотных аддитивных помех различного уровня. После фильтрации входной и выходной сигналы служили источником информации для идентификации. Результаты идентификации весьма критичны к зашумлению, обязательно требуется предварительная фильтрация, и в зависимости от собственных свойств объекта (1) при выборе сегмента идентификации с соответствующим сдвигом по отношению к моменту включения фильтра необходимо правильно согласовать частоту среза фильтра $1/T_{\text{ф}}$ с частотным спектром шумов.

Заключение. По результатам теоретических исследований разработанные имитационно-вычислительные процедуры (MATLAB-сценарии) показали широкие возможности как в точных научных исследованиях разнообразных теоретико-алгебраических и численно-аналитических вопросов методологии применения производящих функций, так и в прикладном плане, в частности для выработки надежных рекомендаций обработчикам первичной информации при испытаниях авиационной техники.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Квакернаак Х., Сиван Р. *Линейные оптимальные системы управления*. Москва, Мир, 1977, 650 с.

[2] Понтрягин Л.С. *Обыкновенные дифференциальные уравнения*. Москва, Наука, 1974.

[3] Эйкхофф П. *Основы идентификация систем управления*. Москва, Мир, 1975, 493 с.

[4] Льюнг Л. *Идентификация систем. Теория для пользователя*. Москва, Наука, 1991, 432 с.

[5] Tokaya K. The use of Hermite functions for systems identification. *IEEE Trans*., 1968, AC-13, August, no. 4.

[6] Журавлёв Ю.В. Идентификация линейных стационарных систем методом производящих функций. В кн.: Исследование, проектирование и расчет технических средств кибернетики, радиосистем и установок летательных аппаратов. Козлов В.И., Протопопова А.С., ред. *Тр. МАИ*, 1976, вып. 348, с. 9–16.

[7] Журавлёв Ю.В. Синтез адаптивного следящего идентификатора прямым методом Ляпунова. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки,* 2010, № 2, с. 3–15.

[8] Журавлёв Ю.В. О разделимости задач фильтрации и идентификации линейных стационарных динамических систем. В кн.: Вопросы кибернетики и радиотехники. В.И. Козлов, ред. *Тр. МАИ*, 1977, вып. 426, с. 24–28.

[9] Журавлёв Ю.В. Исследование точности параметрической идентификации. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2012, № 2. DOI: 10.18698/2308-6033-2012-2-67.

[10] Журавлёв Ю.В. Точность алгоритмов параметрической идентификации. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение*, 2013, № 4 (93), с. 90–100.

[11] Никифоров А.Ф., Уваров В.Б. *Специальные функции математической физики*. 2 изд. Москва, Наука, 1984, 344 с.

Статья поступила в редакцию 23.05.2015

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Журавлёв Ю.В. Идентификация динамических характеристик методом производящих функций. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2015, вып. 6.

URL: http://engjournal.ru/catalog/mech/dsmi/1414.html

Журавлёв Юрий Васильевич родился в 1947 г., окончил Московский авиационный институт в 1974 г., МГУ им. М.В. Ломоносова — в 1981 г. Старший преподаватель кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 20 научных публикаций в области моделирования, идентификации, управления динамическими системами.
e-mail: zhurjurwas270747@yandex.ru

Identification of dynamic characteristics by the method of generating functions

© Yu.V. Zhuravlev

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The fundamental question in this research is that of parametric identification of a wide class of linear time-invariant systems with a mathematical model in the structure of rational transfer functions. We develop the methods of using Hermite generating functions for identification using the information about the input and output signals and offer a strategy of gradual experimental identification of the object. By means of simulation in the MATLAB system we prove theoretical predictions concerning the key issues of using the methods of generating functions, including the separability of stages of filtration and identification.

Keywords: *identification, generating function, filtration, simulation.*

REFERENCES

[1] Kwakernaak H., Sivan R. *Lineinye optimalnye sistemy upravleniya* [Linear optimal control systems]. Moscow, Mir Publ., 1977, 650 p. [in Russian].

[2] Pontryagin L.S. *Obyknovennye differentsialnye uravneniya* [Ordinary differential equations]. Moscow, Nauka Publ., 1974.

[3] Eykhoff P. *Osnovy identifikatsii sistem upravleniya* [Fundamentals of control system identification]. Moscow, Mir Publ., 1975, 493 p. [in Russian].

[4] Ljung L. *Identifikatsiya sistem. Teoriya dlya polzovatelya* [System Identification. The theory for the user]. Moscow, Nauka Publ., 1991, 432 p.

[5] Tokaya K. The use of Hermite functions for systems identification. *IEEE Trans*., 1968, AC-13, August, no. 4.

[6] Zhuravlev Yu.V. Identifikatsiya lineynykh statsionarnykh sistem metodom proizvodyashchikh funktsiy [Identification of linear time-invariant systems by the method of generating functions]. In: Issledovanie, proektirovanie i raschet tekhnicheskikh sredstv kibernetiki, radiosistem i ustanovok letatelnykh apparatov. [Research, design and calculation of technical means of cybernetics, radio systems and installations of aircraft]. Kozlov V.I., Protopopov A.S. ed. *Trudy MAI — MAI Proceed*., 1976, iss. 348, pp. 9–16.

[7] Zhuravlev Yu.V. *Vestnik MGTU im. N. E. Baumana. Ser. Estestvennye nauki — Herald of Moscow Bauman State Technical University. Ser. Natural Sciences,* 2010, no. 2, pp. 3–15.

[8] Zhuravlev Yu.V. O razdelimosti zadach filtratsii i identifikatsii lineinykh statsionarnykh dinamicheskikh sistem [On separation of filtration problems and identification of linear stationary dynamic systems]. In: Voprosy kibernetiki i radiotekhniki [Problems of cybernetics and robotics.]. Kozlov V.I. ed. *Trudy MAI — MAI Proceed*., 1977, iss. 426, pp. 24–28.

[9] Zhuravlev Yu.V. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2012, no. 2. doi: 10.18698/2308-6033-2012-2-67.

[10] Zhuravlev Yu.V. *Vestnik MGTU im. N. E. Baumana. Ser. Priborostroenie — Herald of Moscow Bauman State Technical University. Series Instrument Engineering*, 2013, no. 4(93), pp. 90–100.

[11] Nikiforov A.F., Uvarov V.B. *Spetsialnye funktsii matematicheskoy fiziki* [Special functions of mathematical physics]. 2nd ed. Moscow, Nauka Publ., 1984, 344 p.

Zhuravlev Yu.V. (b. 1947) graduated from Moscow Aviation Institute in 1974, Lomonosov Moscow State University in 1981. Senior Lecturer of the Computational Mathematics and Mathematical Physics Department at Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 20 scientific publications in the field of modeling, identification, control of dynamic systems. e-mail: zhurjurwas270747@yandex.ru