

## Отражение лазерного излучения линзой Люнеберга, движущейся по околоземной орбите

© В.О. Гладышев<sup>1</sup>, А.А. Терешин<sup>1</sup>, А.В. Яворский<sup>2</sup>, Д.Д. Базлева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

<sup>2</sup>ОАО «Научно-исследовательский институт точных приборов»,  
Москва, 127490, Россия

*Построена математическая модель отражения лазерного излучения линзой Люнеберга, используемой в эталонном спутнике «Блиц». Определены траектория распространения лучей внутри линзы и угловые характеристики отраженных световых лучей. Рассчитаны скоростная aberrация и дополнительное отклонение лучей относительно наземного приемника, что необходимо учитывать при спутниковой лазерной дальнометрии космических аппаратов, входящих в состав ГЛОНАСС.*

**Ключевые слова:** линза Люнеберга, градиентные линзы, уравнение дисперсии, спутниковый отражатель, лазерная дальнометрия.

**Введение.** На протяжении длительного периода основным типом отражателей, устанавливаемых на космических спутниках, были уголкового отражатели разных конфигураций и типов. Не так давно группа русских разработчиков предложила принципиально новую конструкцию отражателя лазерного излучения — сферического типа [1–5]. Отражатель состоит из двух материалов с различными показателями преломления. Данную оптическую систему можно считать линзой Люнеберга, т. е. градиентной линзой, показатель преломления которой изменяется, согласно некоторому закону, от точки к точке. При этом падающее на линзу излучение отражается так же, как от уголкового отражателя.

Указанный тип линз ранее применяли в основном в радиолокации. Так, в начале 1960-х годов такую линзу впервые использовали в качестве формирователя луча в американском радаре AN/SPG-59, созданном в рамках проекта Турпо. В дальнейшем она получила широкое распространение.

Авторы статьи [6] приводят применяемую в антенне конструкцию линзы Люнеберга с плоским основанием. Антенна состоит из 11-слойной линзы и 36 волноводов для ее питания. Линза имеет широкую полосу пропускания и эффективную апертуру: всего на 1 дБ меньше, чем у рекомендуемой апертуры антенны с постоянными амплитудными и фазовыми распределениями. Было показано, что с помощью данной линзы можно излучать несколько лучей одновременно, а также выполнять многоугловое сканирование.

В 2008 г. была разработана подвижная полусферическая антенна с линзой Люнеберга [7]. Антенна предназначена для приема сигналов со спутника, устанавливаются ее на крыше транспортного средства. Она является фокусирующим устройством с очень большим угловым экранированием. Антенна работает в Ки-диапазоне частот и осуществляет связь между спутником и быстро движущимся транспортным средством.

В 2011 г. группой китайских исследователей предложена конструкция антенны миллиметрового типа с веерной диаграммой, построенной на базе цилиндрической линзы Люнеберга [8]. Антенну условно можно разделить на две части: модифицированную цилиндрическую линзу Люнеберга и излучатель. Модифицированная линза Люнеберга состоит из двух параллельных пластин, пространство между которыми заполнено только воздухом, и поэтому в пластинах отсутствуют диэлектрические потери. Плоская линейная коническая антенна слотового типа вставлена в воздушный промежуток между параллельными пластинами и установлена на границе линзы в качестве антенного фидера.

В последнее время значительный интерес проявляется именно к оптическим линзам Люнеберга, что объясняется широкими возможностями их применения для решения задач космической геодезии и других фундаментальных задач.

В работе впервые рассмотрена задача описания процесса распространения лазерного излучения в линзе Люнеберга с учетом эффектов оптики движущихся сред. Полученные результаты могут быть учтены при изготовлении микроспутника нового поколения.

**Постановка задачи.** В качестве примера использования линзы Люнеберга в современных спутниковых системах можно привести автономную лазерную сферическую стеклянную отражательную систему — микроспутник «Блиц», который находился на солнечной геосинхронной круговой орбите три года. Спутник предназначен для изучения научных проблем в области геофизики, геодинамики и теории относительности, а также для решения задач высокоточного измерения и долгосрочного прогнозирования орбит специализированных навигационно-геодезических космических аппаратов.

Высота  $h$  орбиты данного спутника составляла 835 км. Линза Люнеберга, которая использовалась в его конструкции, состоит из двух частей (рис. 1): центрального шара радиусом  $R_2 = 53,5$  мм и внешнего мениска радиусом  $R_1 = 85$  мм, при этом половина внешнего мениска имеет зеркальное покрытие. Центральный шар изготовлен из тяжелого флинта с показателем преломления  $n_2 = 1,7647$ , а внешний мениск — из легкого крона с показателем преломления

$n_1 = 1,4729$ . Шар вращается со скоростью 10 об/мин вокруг оси, перпендикулярной плоскости орбиты.

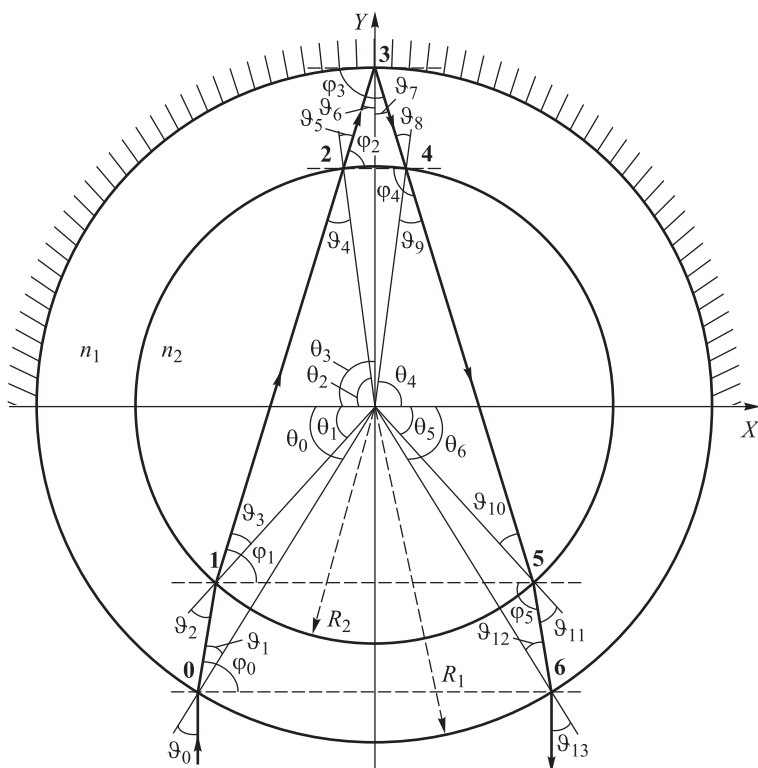


Рис. 1. Ход луча в линзе Люнеберга

Необходимо рассчитать 13 углов  $\vartheta$  в данной линзе при прохождении через нее излучения с длиной волны  $\lambda = 532\text{ нм}$  с учетом движения спутника. Расчет проводится для каждого луча при условии, что угол его падения на линзу изменяется от  $-10^\circ$  до  $+10^\circ$  (интервал от  $-10^\circ$  до  $0$  соответствует случаю падения луча на линзу слева, а интервал от  $0$  до  $10^\circ$  — падению луча справа).

**Решение поставленной задачи.** Будем искать решение дисперсионного уравнения оптики подвижных сред, которое связывает волновой вектор  $\vec{k}_e$  с частотой  $\omega_e$ , параметрами среды ( $\epsilon, \mu$ ) и скоростью  $u$  ее движения [9]:

$$\vec{k}_e^2 - \frac{\omega_e^2}{c^2} - \frac{\epsilon\mu - 1}{c^2} \frac{(\omega_e - \vec{k}_e \vec{u})^2}{1 - u^2/c^2} = 0. \quad (1)$$

Волновой вектор  $\vec{k}_e$  можно представить в виде векторной суммы двух слагаемых:

$$\vec{k}_e = \vec{k}_t + \vec{k}_n = \vec{k}_t + k_n \vec{n}, \quad (2)$$

где  $\vec{k}_t, \vec{k}_n$  — тангенциальные компоненты волнового вектора, направленные соответственно параллельно плоскости границы раздела и перпендикулярно ей.

С учетом (2) получим уравнение для фазы плоской волны на движущейся границе раздела

$$\exp\left[i\left(\vec{k}_t, \vec{r}_t\right)\right] \exp\left[i\left(k_n\left(\vec{n}, \vec{v}\right) - \omega_e\right)t\right] = \exp\left[i\left(\vec{k}_t, \vec{r}_t\right)\right] \exp\left[i\left(\left(\vec{k}, \vec{v}\right) - \omega_e\right)t\right], \quad (3)$$

где  $\vec{r}_t$  — вектор, лежащий в плоскости поверхности раздела;  $\vec{v}$  — скорость границы раздела.

Представив в таком виде фазы всех «сшиваемых» волн на границе раздела и потребовав равенства их фаз на границе, получим

$$\vec{k}_{0t} = \vec{k}_{1.1t} = \vec{k}_{2.1t} = \vec{k}_{2.2t} = \vec{I}_t, \quad (4)$$

где  $\vec{I}_t$  — инвариант, выражающий равенство тангенциальных компонент волновых векторов всех сопрягаемых волн на границе раздела. В системе координат, в которой граница раздела покоится, инвариант, выражающий равенство частот всех сопрягаемых волн,

$$I_1 = \left(\vec{k}_0, \vec{v}\right) - \omega_0 = \left(\vec{k}_{1.1}, \vec{v}\right) - \omega_{1.1} = \left(\vec{k}_{2.1}, \vec{v}\right) - \omega_{2.1} = \left(\vec{k}_{2.2}, \vec{v}\right) - \omega_{2.2}, \quad (5)$$

т. е. если  $\vec{v} = 0$ , то  $\omega_0 = \omega_{1.1} = \omega_{2.1} = \omega_{2.2}$  [9].

Если задана падающая волна, а именно ее частота  $\omega_0$  и компоненты волнового вектора  $\vec{k}_0$ , то с помощью соотношений (4) и (5) можно определить частоты и волновые векторы всех остальных волн. Помимо этого необходимо использовать дисперсионное уравнение (1) для каждой из движущихся сред.

При заданной падающей волне известны тангенциальная компонента волнового вектора  $\vec{k}_t = \vec{I}_t$  и комбинация  $I_1 = k_n v - \omega_e$ , где  $k_n = \left(\vec{k}, \vec{v}\right)$ . Единичный вектор  $\vec{n}$  нормали к поверхности раздела считаем направленным из первой среды во вторую.

Подставив в уравнение (1) с учетом уравнения (2)  $\vec{k}_t = \vec{I}_t$  и  $I_1 = k_n v - \omega_e$  при условии, что  $v = u$ , получим квадратное уравнение для частоты  $\omega_e$ , решение которого имеет вид

$$\left(\omega_1\right)_{1,2} = \left(-I_1\right) \frac{1 + \kappa_1 \gamma_1^2 \left(\beta - \beta_{1n}\right) \left(\beta_{1n} + \left(\vec{\beta}_{1t}, \vec{d}\right) \beta\right) \pm \beta Q_1^{1/2}}{\left(1 - \beta^2\right) - \kappa_1 \gamma_1^2 \left(\beta - \beta_{1n}\right)^2}. \quad (6)$$

Здесь

$$Q_1 = \left[ 1 + \kappa_1 \gamma_1^2 (1 - \beta_{1n}^2) \right] - \vec{d}^2 \left[ (1 - \beta^2) - \kappa_1 \gamma_1^2 (\beta - \beta_{1n})^2 \right] + \kappa_1 \gamma_1^2 (\vec{\beta}_{1t}, \vec{d}) \left[ 2(1 - \beta \beta_{1n}) + (1 - \beta^2)(\vec{\beta}_{1t}, \vec{d}) \right] \left( \vec{d} = c \frac{\vec{I}_t}{I_1} \right);$$

$$\kappa_1 = \varepsilon_1 \mu_1 - 1; \quad \beta = \frac{v}{c}; \quad \beta_{1n} = \frac{u_{1n}}{c}; \quad \vec{\beta}_{1t} = \frac{\vec{u}_{1t}}{c};$$

$$\gamma_1^2 = \frac{1}{1 - \beta_1^2} \left( \beta_1^2 = \frac{u_1^2}{c^2} = \beta_{1n}^2 + \beta_{1t}^2 \right),$$

где  $u_{1n}, u_{1t}$  — нормальная и тангенциальная компоненты скорости движения первой среды к границе раздела.

По формуле (6) получаем два значения для частоты  $\omega_1$  в первой среде, выраженные через инварианты  $I_1$  и  $\vec{I}_t$ , параметры среды  $(\varepsilon_1, \mu_1, u_1)$  и скорость границы раздела  $\vec{v}$  (рис. 2). Одно из этих значений определяет частоту падающей волны, другое — частоту отраженной волны. Если известны частоты  $(\omega_1)_{1,2}$ , можно найти соот-

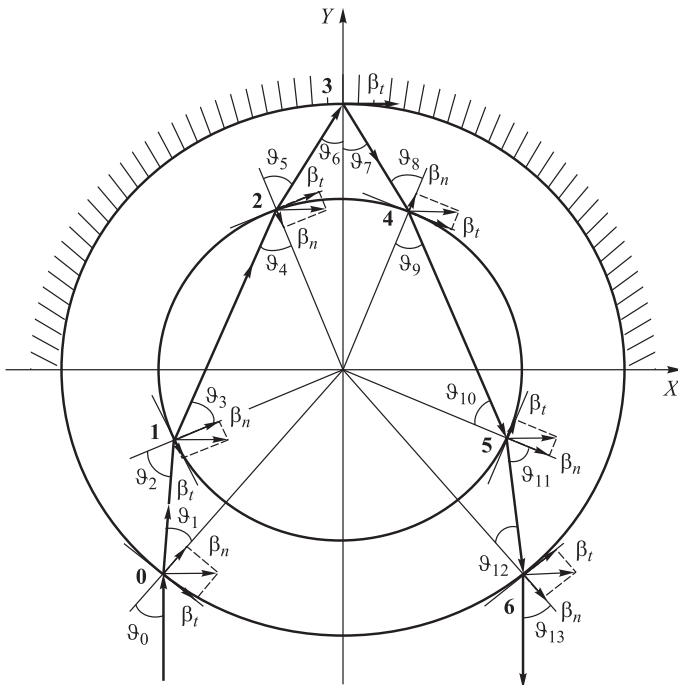


Рис. 2. Тангенциальные и нормальные составляющие вектора скорости границы и их направление в каждой точке

ветствующие значения нормальной компоненты волнового вектора для первой среды:

$$(k_{1n})_{1,2} = \left[ (\omega_1)_{1,2} + I_1 \right] v^{-1} = -I_1 \frac{\beta + \kappa_1 \gamma_1^2 (\beta - \beta_{1n}) \left[ 1 + (\vec{\beta}_{1t}, \vec{d}) \right] \pm Q_1^{1/2}}{c \left[ (1 - \beta^2) - \kappa_1 \gamma_1^2 (\beta - \beta_{1n})^2 \right]}. \quad (7)$$

Аналогично можно записать выражение  $(k_{2n})_{1,2}$  для второй среды.

Таким образом, соотношения (4)–(7) полностью определяют значения частоты и волнового вектора для волн в первой среде. Выражения для второй среды имеют аналогичный вид:

$$(\omega_2)_{1,2} = -I_1 \frac{\left[ 1 + \kappa_2 \gamma_2^2 (\beta - \beta_{2n}) (\beta_{2n} + (\vec{\beta}_{2t}, \vec{d}) \beta) \right] \pm \beta Q_2^{1/2}}{(1 - \beta^2) - \kappa_2 \gamma_2^2 (\beta - \beta_{2n})^2}; \quad (8)$$

$$Q_2 = \left[ 1 + \kappa_2 \gamma_2^2 (1 - \beta_{2n}^2) \right] - \vec{d}^2 \left[ (1 - \beta^2) - \kappa_2 \gamma_2^2 (\beta - \beta_{2n})^2 \right] + \kappa_2 \gamma_2^2 (\vec{\beta}_{2t}, \vec{d}) \left[ 2(1 - \beta \beta_{2n}) + (1 - \beta^2) (\vec{\beta}_{2t}, \vec{d}) \right];$$

$$\kappa_2 = \varepsilon_2 \mu_2 - 1; \quad \beta_{2n} = \frac{u_{2n}}{c}; \quad \vec{\beta}_{2t} = \frac{\vec{u}_{2t}}{c};$$

$$\gamma_2^2 = \frac{1}{1 - \beta_2^2} \left( \beta_2^2 = \frac{u_2^2}{c^2} = \beta_{2n}^2 + \beta_{2t}^2 \right).$$

Следует также учитывать, что при прохождении излучения через среду изменяются волновой вектор, частота, а также скорость света. Их новые значения вычислим по следующим формулам:

$$k_i = \sqrt{k_{ni}^2 + k_{ti}^2}; \quad (9)$$

$$\omega_i = k_{ni} \beta c_0 + I_1; \quad (10)$$

$$c_i = \omega_i \cos \vartheta_i / |k_{ni}|, \quad (11)$$

где  $i = 0, 1, \dots, 6$ ;  $c_0$  — скорость света в вакууме.

Определим теперь координаты  $i$ -й точки. Для этого необходимо записать уравнение окружности

$$\left[ x_k - v_x(t_k + T) \right]^2 + \left[ y_k - v_y(t_k + T) \right]^2 = R_{1,2}^2, \quad k = 1, 2, \dots, 6, \quad (12)$$

и уравнение луча в параметрическом виде

$$\begin{cases} x_k = x_{k-1} \pm c_i t_k \cos \varphi_j, \\ y_k = y_{k-1} \pm c_i t_k \sin \varphi_j, \end{cases} \quad (13)$$

где  $T = \sum_{k=1}^6 t_{k-1}$  — суммарное время, за которое центр линзы сместится при рассмотрении  $k$ -й точки;  $R_{1,2}$  — радиусы внешнего мениска и внутреннего шара;  $\varphi_j, j = 0, \dots, 5$ , — некоторый вспомогательный угол (его вычисление приведено далее).

Координаты точки 0 (см. рис. 1) определим следующим образом:

$$x_0 = R_1 \cos \varphi_0; \quad y_0 = R_1 \sin \varphi_0.$$

В системе (13) знак «+» соответствует случаю *до отражения* луча в точке 3, знак «-» — *после отражения* луча в точке 3.

Подставим уравнение луча (13) в уравнение окружности (12) и разрешим его относительно времени. После упрощений получим квадратное уравнение

$$a_{1,2} t^2 + b_{1,2} t + f = 0. \quad (14)$$

Здесь коэффициенты  $a$  и  $b$  рассчитывают следующим образом:

- до отражения

$$a_1 = (c_i \sin \varphi_j - v_y)^2 + (c_i \cos \varphi_j - v_x)^2,$$

$$b_1 = 2(-Tv_x + x_{k-1})(c_i \cos \varphi_j - v_x) + 2(-Tv_y + y_{k-1})(c_i \sin \varphi_j - v_y);$$

- после отражения

$$a_2 = (-c_i \sin \varphi_j - v_y)^2 + (-c_i \cos \varphi_j - v_x)^2,$$

$$b_2 = 2(-Tv_x + x_{k-1})(-c_i \cos \varphi_j - v_x) + 2(-Tv_y + y_{k-1})(-c_i \sin \varphi_j - v_y).$$

Коэффициент  $f$  в уравнении (14) для обоих случаев одинаков и имеет вид

$$f = (Tv_x + x_{k-1})^2 + (Tv_y + y_{k-1})^2 - R_{1,2}^2.$$

Выбор радиусов  $R_{1,2}$  зависит от того, в какой точке луч пересекает рассматриваемую линзу.

С учетом сказанного искомое решение примет вид:

- до отражения луча от внутренней стороны мениска

$$t_{1,2} = \left\{ -[2(-Tv_x + x_{k-1})(c_i \cos \varphi_j - v_x) + 2(-Tv_y + y_{k-1})(c_i \sin \varphi_j - v_y)] \pm \sqrt{b_1^2 - 4a_1 f} \right\} \left\{ 2[(c_i \sin \varphi_j - v_y)^2 + (c_i \cos \varphi_j - v_x)^2] \right\}^{-1};$$

- после отражения

$$t_{1,2} = \left\{ -[2(-Tv_x + x_{k-1})(-c_i \cos \varphi_j - v_x) + 2(-Tv_y + y_{k-1})(-c_i \sin \varphi_j - v_y)] \pm \sqrt{b_1^2 - 4a_1 f} \right\} \left\{ 2[(-c_i \sin \varphi_j - v_y)^2 + (-c_i \cos \varphi_j - v_x)^2] \right\}^{-1}$$

В результате совместного решения уравнений (12) и (13) получим два значения времени. Подставив их в (13), получим четыре возможные координаты  $x$ ,  $y$ , соответствующие двум значениям времени. Далее из этих координат следует выбрать значения для конкретной точки, при которых справедливо равенство  $R_{1,2} = \sqrt{x^2 + y^2}$ , где  $R_{1,2}$  — радиус рассматриваемого шарового слоя;  $x$ ,  $y$  — пара координат, полученных после подстановки значений времени  $t_{1,2}$  в уравнение (13).

Затем необходимо определить уравнение нормали к окружности, проведенной в данной точке, а также угол между нормалью и падающим лучом  $\vartheta_0, \vartheta_2, \vartheta_4, \vartheta_6, \vartheta_8, \vartheta_{10}, \vartheta_{12}$  (см. рис. 1). Для того чтобы записать уравнение нормали к некоторой кривой в точке с координатами  $(x_0, y_0)$ , воспользуемся формулой

$$y - y_0 = -\frac{1}{y'(x_0)}(x - x_0), \quad (15)$$

где  $y'(x_0)$  — производная в рассматриваемой точке от уравнения, задающего кривую (в нашем случае это уравнение окружности),

$$y'(x_0) = -\frac{x_0 - v_x(t_k + T)}{y_0 - v_y(t_k + T)}. \quad (16)$$

Приведем уравнение (15) к каноническому виду с учетом (16):

$$\frac{y - y_0}{y_0 - v_y(t_k + T)} = \frac{x - x_0}{x_0 - v_x(t_k + T)}. \quad (17)$$

Аналогично преобразуем уравнение луча (13):

$$\frac{y - y_0}{c_i \sin \varphi_j} = \frac{x - x_0}{c_i \cos \varphi_j}. \quad (18)$$



Новый угол падения  $\vartheta$  найдем по формуле

$$\cos \vartheta = \frac{\left| [x_0 - v_x(t_k + T)] c_i \cos \varphi_j + [y_0 - v_y(t_k + T)] c_i \sin \varphi_j \right|}{c_i \sqrt{[x_0 - v_x(t_k + T)]^2 + [y_0 - v_y(t_k + T)]^2}}. \quad (19)$$

Для вычисления вспомогательных углов  $\varphi_j$  воспользуемся следующим алгоритмом. Рассмотрим уравнение нормали, проведенной в  $i$ -ю точку, и уравнение луча, проходящего через эту точку (см. рис. 1). Перепишем уравнения (17) и (18) в следующем виде:

$$y = \frac{y_0 - v_y(t_k + T)}{x_0 - v_x(t_k + T)} x - \left( \frac{y_0 - v_y(t_k + T)}{x_0 - v_x(t_k + T)} x_0 - y_0 \right), \quad (20)$$

$$y = \operatorname{tg}(\varphi_j) x + (y_0 - \operatorname{tg}(\varphi_j) x_0). \quad (21)$$

Коэффициенты наклона нормали и луча рассчитывают как

$$k_1 = \frac{y_0 - v_y(t_k + T)}{x_0 - v_x(t_k + T)}; k_2 = \operatorname{tg} \varphi_j, j = 0, \dots, 5. \quad (22)$$

Тогда, учитывая, что угол  $\vartheta_{i+1}$  известен, можно вычислить коэффициент наклона  $k_2$  по формуле

$$\operatorname{tg} \vartheta_{i+1} = \frac{k_1 - k_2}{1 + k_1 k_2}, i = 0, \dots, 10. \quad (23)$$

Затем из формулы (22) можно получить искомым вспомогательный угол  $\varphi_j$ .

Далее следует найти угол наклона нормали относительно оси  $X$ . Это необходимо для определения отклонения угла выхода луча из линзы по сравнению с углом, под которым луч входит в нее. Возьмем арктангенс от  $k_1$ :

$$\theta_m = \operatorname{arctg} k_1 = \operatorname{arctg} \left( \frac{y_0 - v_y(t_k + T)}{x_0 - v_x(t_k + T)} \right), m = 0, \dots, 6. \quad (24)$$

Сравним два значения  $d\vartheta_0, d\vartheta$  (см. рис. 1), вычисленные по формулам

$$d\vartheta_0 = |\vartheta_0 + \theta_0| - |\vartheta_{13} + \theta_6|; d\vartheta = |\vartheta_0 + \theta_0| - |\vartheta_{13} + \theta_6|, \quad (25)$$

где  $d\vartheta_0, d\vartheta$  — разность между суммарным значением угла падения  $\vartheta_0$  луча на входе в линзу и угла  $\theta_0$ , определяющего нормаль, проведен-

ную через точку 0, и суммарным значением угла преломления  $\vartheta_{13}$  на выходе луча из линзы и угла  $\theta_6$ , определяющего нормаль, проведенную через точку 6 соответственно при отсутствии и наличии движения линзы.

Рассчитав  $d\vartheta_0, d\vartheta$ , вычислим, насколько отклонится луч при его попадании на поверхность Земли с учетом движения линзы по орбите:

$$dl_0 = \text{tg}(d\vartheta_0)h;$$

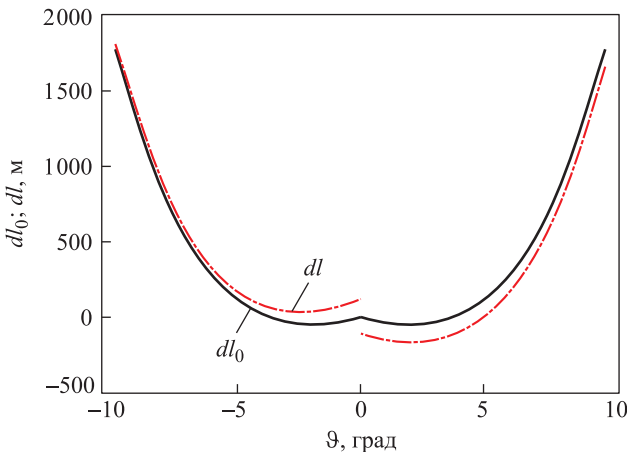
$$dl = \text{tg}(d\vartheta)h,$$

где  $dl_0$  — расстояние, на которое отклонится луч от источника излучения при попадании его на поверхность Земли при отсутствии движения линзы по орбите;  $dl$  — расстояние, на которое отклонится луч от источника излучения при попадании его на поверхность Земли, если линза движется по орбите со скоростью около 7 500 м/с.

Расчеты проведены для двух случаев: луч падает на линзу справа и слева. Следует отметить, что движение линзы при этом осуществляется влево для демонстрации симметричности рассчитываемых значений.

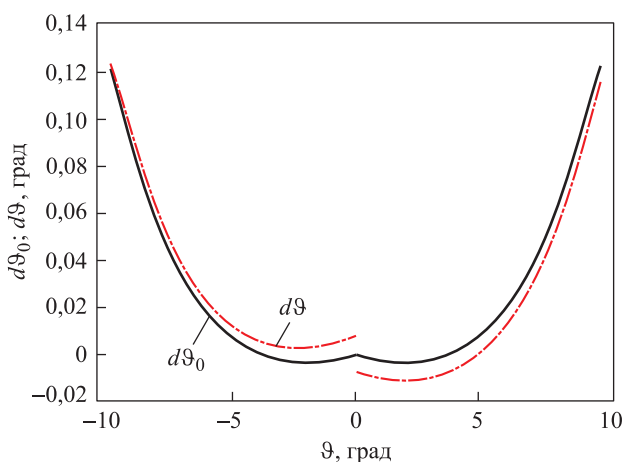
**Полученные результаты.** На основании данных расчета построены графики зависимостей  $dl_0(\vartheta), dl(\vartheta), d\vartheta_0(\vartheta), d\vartheta(\vartheta)$  (рис. 3 и 4).

Как видно из графика, представленного на рис. 3, существует интервал значений, принимаемых углом падения  $\vartheta$ , в котором разность



**Рис. 3.** Зависимости  $dl_0$  и  $dl$  от угла  $\vartheta$  падения луча при отсутствии и наличии движения линзы по орбите (левая часть графика — луч падает справа,  $v = -7\,500$  м/с; правая часть графика — луч падает слева,  $v = 7\,500$  м/с)

$dl_0$  и  $dl$  отрицательна. Объясняется это тем, что координаты точки 3 не очень сильно колеблются в пределах малого интервала по обеим осям. Это приводит к тому, что координаты точек 4, 5, 6 также незначительно смещаются вправо.



**Рис. 4.** Зависимости угла отклонения отраженного луча  $d\vartheta_0$  и  $d\vartheta$  от угла  $\vartheta$  падения луча соответственно при отсутствии и при наличии движения линзы

В связи с тем, что при решении поставленной задачи определяется арктангенс коэффициента наклона нормали, который зависит от рассчитанных ранее координат (см. формулу (24)), полученное значение угла нормали несколько отличается от угла нормали, проведенной через точку входа луча в линзу. Если сравнить координаты точек входа и выхода луча, станет ясно, что выходные координаты отличаются от входных: координаты по оси  $Y$  чуть меньше, а координаты по оси  $X$  чуть больше входных. Именно это отличие и приводит к тому, что  $dl$  и  $dl_0$  попадают в отрицательную область.

Далее, как видно из графика (см. рис. 3), значения  $dl_0$  и  $dl$  нелинейно растут при увеличении угла падения.

Проанализируем теперь зависимости разностей  $d\vartheta_0$  и  $d\vartheta$ , определенных по формуле (25), от угла падения луча на линзу (см. рис. 4). Как видно из полученного графика, в обоих случаях — и при наличии, и при отсутствии движения по орбите — наблюдается переход графиков из отрицательной области в положительную, что объясняется теми же причинами, которые приведены при рассмотрении рис. 3. Кроме того, график, построенный при наличии движения, в зависимости от того, справа или слева луч падает на линзу, расположен ниже или выше аналогичного графика, полученного без учета движения. Объ-

ясняется это следующим образом. В случае учета движения линзы луч в ней смещается сильнее, в результате изменяется угол поворота нормали, проведенной через точку б, что связано с более сильным смещением ее координат. Другими словами, движение линзы приводит к нарушению симметрии распространения луча внутри нее, которая наблюдается при отсутствии движения.

**Выводы.** В результате проведенных расчетов построены и проанализированы зависимости  $dl_0(\vartheta)$ ,  $dl(\vartheta)$ ,  $d\vartheta_0(\vartheta)$ ,  $d\vartheta(\vartheta)$ . На графике, изображенном на рис. 3, можно выделить некоторую область, определенную углами падения в интервалах значений  $-2,5\dots-1,5^\circ$  и  $1,5\dots2,5^\circ$ , с наибольшей интенсивностью пучка, который вернется на Землю и попадет в детектор. Помимо этого, можно получить оценочные значения размера пучка, пришедшего на земную поверхность.

Согласно рис. 4, можно определить аберрацию луча после прохождения им линзы, а также уточнить область, в которой аберрация минимальна.

В дальнейшем планируется дополнить построенную математическую модель уравнениями, описывающими дисперсию среды. Также будут учтены эффекты, связанные с поляризацией излучения; релятивистские эффекты; эффекты, возникающие при распространении лазерного излучения в атмосфере, и др.

Следует отметить, что с помощью полученной математической модели можно существенно повлиять на конструкционные особенности спутников, подобных микроспутнику «Блиц».

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Vasiliev V.P., Gashkin I.S., Belov M.S., Shargorodsky V.D. A New Approach to a Submillimeter SLR Target Design. *Proceedings of 11th International Workshop on Laser Ranging*. Deggendorf, Germany, 1998. URL: <http://cddis.gsfc.nasa.gov/lw11/> (дата обращения 27.03.2015).
- [2] Shargorodsky V.D., Vasiliev V.P., Soyuzova N.M., Burmistrov V.B., Gashkin I.S., Belov M.S., Khorosheva T.I., Nikolaev E.A., Experimental Spherical Retroreflector on Board of the METEOR-3M Satellite. *Proceedings of 12th International Workshop on Laser Ranging*. Matera, Italy, 2000. URL: [http://cddis.gsfc.nasa.gov/lw12/docs/Shargorodsky\\_et\\_al\\_Spherical%20Retroreflector.pdf](http://cddis.gsfc.nasa.gov/lw12/docs/Shargorodsky_et_al_Spherical%20Retroreflector.pdf) (дата обращения 27.03.2015).
- [3] Burmistrov V.B., Parkhomenko N.N., Roy Y.A., Shargorodsky V.D., Vasiliev V.P., Degnan J.J., Habib S., Glotov V.D., Sokolov N.L. Spherical Retroreflector with an Extremely Small Target Error: International Experiment in Space. *Proceedings of 13th International Workshop on Laser Ranging*. Washington DC, USA, 2002. URL: [http://cddis.gsfc.nasa.gov/lw13/docs/papers/target\\_vasiliev\\_1m.pdf](http://cddis.gsfc.nasa.gov/lw13/docs/papers/target_vasiliev_1m.pdf) (дата обращения 27.03.2015).
- [4] Burmistrov V.B., Parkhomenko N.N., Shargorodsky V.D., Vasiliev V.P. REFLECTOR, LARETS and METEOR-3M(1) what did we learn from tracking campaign results. *Proceedings of 14th International Workshop on Laser Ranging*. San Fernando, Spain, 2004. URL: [http://cddis.gsfc.nasa.gov/lw14/docs/papers/tar3a\\_vbm.pdf](http://cddis.gsfc.nasa.gov/lw14/docs/papers/tar3a_vbm.pdf) (дата обращения 27.03.2015).

- [5] Shargorodsky V.D., Vasiliev V.P., Belov M.S., Gashkin I.S., Parkhomenko N.N. Spherical Glass Target Microsatellite. *Proceedings of 15th International Workshop on Laser Ranging*. Camberra, Australia, 2006, pp. 566–570.
- [6] Jain S., Mittra R. Flat-Base Broadband Multibeam Luneburg Lens for Wide Angle Scan. arXiv:1305.0964v1, 2013, p. 15.
- [7] Caille G., Julia A., Catarino M., Thiry M., Lopez J.-M. Hemispherical Luneberg antenna motorized for satellite reception from the roof of a vehicle. *Lun'texch: Luneberg Technologies*, 2008, pp. 1–6. URL: [http://www.radar-reflector.com/wp-content/uploads/2008/09/jina\\_gb.pdf](http://www.radar-reflector.com/wp-content/uploads/2008/09/jina_gb.pdf) (дата обращения 23.04.2015)
- [8] Hua Changzhou, Wu Xidong, Yang Nan, Wu Huixian, Li Bo, Wu Wen. A Fan-beam Millimeter-wave Antenna Based on Modified Luneburg Cylindrical Lens. *Progress in Electromagnetics Research Symposium Proceedings*. Suzhou, China, 2011, pp. 12–16.
- [9] Болотовский Б.М., Столяров С.Н. Отражение света от движущегося зеркала и родственные задачи. *Успехи физических наук*, 1989, т. 159, с. 155–180.

Статья поступила в редакцию 20.12.2014

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Гладышев В.О., Терешин А.А., Яворский А.В., Базлева Д.Д. Отражение лазерного излучения линзой Люнеберга, движущейся по околоземной орбите. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2015, вып. 3.

URL: <http://engjournal.ru/catalog/arise/itae/1380.html>

**Гладышев Владимир Олегович** родился в 1966 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1989 г. Д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры физики МГТУ им. Н.Э. Баумана, декан факультета «Фундаментальные науки» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сопредседатель Международного оргкомитета конференции «Физические интерпретации теории относительности». Автор 131 научной работы и двух монографий в области электродинамики движущихся сред. e-mail: [vgladyshev@mail.ru](mailto:vgladyshev@mail.ru)

**Терешин Александр Андреевич** родился в 1991 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2014 г. Аспирант кафедры «Физика» в МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 5 научных работ в области математического моделирования. e-mail: [arikalika@hotmail.com](mailto:arikalika@hotmail.com)

**Яворский Александр Васильевич** родился в 1991 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2014 г. Инженер-программист ОАО «Научно-исследовательский институт точных приборов». Автор 3 научных работ в области математического моделирования. e-mail: [yavorskiy-av@yandex.ru](mailto:yavorskiy-av@yandex.ru)

**Базлева Дарья Дмитриевна** родилась в 1994 г. Студентка 3-го курса факультета «Фундаментальные науки» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: [eleriniarina@gmail.com](mailto:eleriniarina@gmail.com)

## Reflection of the laser radiation by Luneberg lens moving in low Earth orbit

© V.O. Gladyshev<sup>1</sup>, A.A. Tereshin<sup>1</sup>, A.V. Yavorskiy<sup>2</sup>, D.D. Bazleva<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

<sup>2</sup>Open Joint-Stock Company “Research Institute of Precision Instruments”,  
Moscow, 127490, Russia

*The article describes a mathematical model of the laser radiation reflection by a compound Luneberg lens as a part of the reference microsatellite “Blits”. The trajectory of beam propagation inside the lens and angular characteristics of the reflected beams are determined. The magnitude of velocity aberration and additional bending of light beams with respect to the ground receiver was determined by numerical calculations. This factors should be taken into consideration in satellite laser ranging of spacecrafts making up the GLONASS.*

**Keywords:** Luneberg lens, gradient lens, dispersion equation, satellite reflector, laser ranging.

### REFERENCES

- [1] Vasiliev V.P., Gashkin I.S., Belov M.S., Shargorodsky V.D. A New Approach to a Submillimeter SLR Target Design. *Proceedings of the 11th International Workshop on Laser Ranging*, Deggendorf, Germany, 1998. Available at: <http://cddis.gsfc.nasa.gov/lw11/> (accessed 27.03.2015)
- [2] Shargorodsky V.D., Vasiliev V.P., Soyuzova N.M., Burmistrov V.B., Gashkin I.S., Belov M.S., Khorosheva T.I., Nikolaev E.A. Experimental Spherical Retroreflector on board of the METEOR-3M Satellite. *Proceedings of the 12th International Workshop on Laser Ranging*. Matera, Italy, 2000. Available at: [http://cddis.gsfc.nasa.gov/lw12/docs/Shargorodsky\\_et\\_al\\_Spherical%20Retroreflector.pdf](http://cddis.gsfc.nasa.gov/lw12/docs/Shargorodsky_et_al_Spherical%20Retroreflector.pdf) (accessed 27.03.2015)
- [3] Burmistrov V.B., Parkhomenko N.N., Roy Y.A., Shargorodsky V.D., Vasiliev V.P., Degnan J.J., Habib S., Glotov V.D., Sokolov N.L., Spherical Retroreflector with an Extremely Small Target Error: International Experiment in Space. *Proceedings of the 13th International Workshop on Laser Ranging*. Washington DC, USA, 2002. Available at: [http://cddis.gsfc.nasa.gov/lw13/docs/papers/target\\_vasiliev\\_1m.pdf](http://cddis.gsfc.nasa.gov/lw13/docs/papers/target_vasiliev_1m.pdf) (accessed 27.03.2015)
- [4] Burmistrov V.B., Parkhomenko N.N., Shargorodsky V.D., Vasiliev V.P. REFLECTOR, LARETS and METEOR-3M(1) what did we learn from tracking campaign results. *Proceedings of the 14th International Workshop on Laser Ranging*. San Fernando, Spain, 2004. Available at: [http://cddis.gsfc.nasa.gov/lw14/docs/papers/tar3a\\_vbm.pdf](http://cddis.gsfc.nasa.gov/lw14/docs/papers/tar3a_vbm.pdf) (accessed 27.03.2015)
- [5] Shargorodsky V.D., Vasiliev V.P., Belov M.S., Gashkin I.S., Parkhomenko N.N. Spherical Glass Target Microsatellite. *Proceedings of the 15th International Workshop on Laser Ranging*, Camberra, Australia, 2006. pp. 566–570.
- [6] Jain S., Mittra R. *Flat-Base Broadband Multibeam Luneberg Lens for Wide Angle Scan*, arXiv:1305.0964v1, 2013, p. 15.
- [7] Caille G., Julia A., Catarino M., Thiry M., Lopez J.-M. Hemispherical Luneberg antenna motorized for satellite reception from the roof of a vehicle. *Lun'texch: Luneberg Technologies*, 2008, pp. 1–6. URL: [http://www.radar-reflector.com/wp-content/uploads/2008/09/jina\\_gb.pdf](http://www.radar-reflector.com/wp-content/uploads/2008/09/jina_gb.pdf) (дата обращения 23.04.2015)

- [8] Hua Changzhou, Wu Xidong, Yang Nan, Wu Huixian, Li Bo, Wu Wen. A Fan-beam Millimeter-wave Antenna Based on Modified Luneburg Cylindrical Lens. *Progress in Electromagnetics Research Symposium Proceedings*. Suzhou, China, 2011, pp. 12–16.
- [9] Bolotovskiy B.M., Stolyarov S.N. *Uspekhi fizicheskikh nauk – Progress in Physical Science*, 1989, vol. 159, pp. 155–180.

**Gladyshev V.O.** graduated from Bauman Moscow Higher Technical School in 1989. Doctor of Physical-Mathematical Sciences, professor of the Department of Physics at Bauman Moscow State Technical University. Co-chairman of the International organizing committee of the conference “Physical interpretations of the theory of the relativity”. The author of 131 scientific works and two monographs in the field of electrodynamics of the movable media. e-mail: vgladyshev@mail.ru

**Tereshin A.A.**, Ph. D. student at Bauman Moscow State Technical University. Bachelor’s and Master’s degrees in technical physics at Bauman Moscow State Technical University in 2012 and 2014 respectively. The author of 5 scientific works in the field of mathematical modeling. e-mail: arikalika@hotmail.com

**Yavorskiy A.V.**, software engineer at OJSC (open joint-stock company) “Research Institute of Precision Instruments”. Bachelor’s and Master’s degrees in technical physics at Bauman Moscow State Technical University in 2012 and 2014 respectively. The author of 3 scientific works in the field of mathematical modeling. e-mail: yavorskiy-av@yandex.ru

**Bazleva D.D.**, 3rd year student at the Faculty of Fundamental Sciences at Bauman Moscow State Technical University. e-mail: eleriniarina@gmail.com.