

## Воздействие стратифицированного течения на искусственные сооружения в морской среде

© И.Ю. Владимиров<sup>1</sup>, Н.Н. Корчагин<sup>1</sup>, А.С. Савин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва, 117997, Россия

<sup>2</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*Аналитически и численно исследованы связанные с генерацией внутренних волн силовые воздействия резко стратифицированного течения морской среды на элементы различных конструкций. Получены интегральные представления для волнового сопротивления и подъемной силы, влияющих на элементы конструкций как в нижнем, так и в верхнем слое стратифицированного потока. Проведены численные расчеты для реальных морских течений. Выявлены условия, при которых гидродинамические воздействия на элементы конструкций достигают экстремальных значений.*

**Ключевые слова:** *стратифицированный поток, волновое сопротивление, подъемная сила, внутренние волны, подводное препятствие.*

**Введение.** На подводные элементы инженерных конструкций (например, подводные трубопроводы), обтекаемые морским течением, действует горизонтальная сила вязкого сопротивления, пропорциональная квадрату скорости потока воды. Если окружающая среда стратифицирована, обтекаемое потоком препятствие (трубопровод) будет генерировать внутренние волны, вследствие чего на него будет действовать дополнительное волновое сопротивление, которое может стать весьма существенным.

Используемые в настоящей работе подходы к расчету подобных силовых воздействий основаны на результатах работ авторов по исследованию генерации поверхностных возмущений, обусловленных обтеканием глубинных препятствий в стратифицированном потоке [1–3].

**Постановка задачи и ее решение.** Рассматривается двухслойный поток идеальной жидкости, ограниченный горизонтальным дном, стационарно обтекающий трубопровод с круговым поперечным сечением радиусом  $R$ . Далее трубопровод моделируется точечным диполем с моментом

$$m = 2\pi VR^2, \quad (1)$$

где  $V$  — скорость набегающего потока [4]. Обозначим толщину верхнего слоя  $H$ , нижнего —  $H_1$ , а плотности соответственно  $\rho_1$  и  $\rho_2$  ( $\rho_1 < \rho_2$ ). Требуется определить гидродинамическую нагрузку, испытываемую трубопроводом.

Начало координат поместим на невозмущенной границе между слоями жидкости, ось  $x$  направим вдоль этой границы, а ось  $y$  — вертикально вверх (рис. 1). Решение задачи проводим в рамках теории малых возмущений.

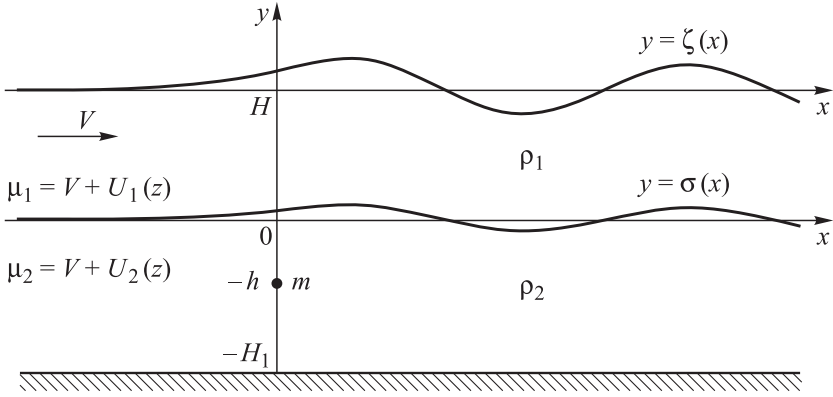


Рис. 1. Обтекание моделирующего трубопровод диполя, локализованного в нижнем слое двухслойного потока

1. Вначале рассмотрим случай, когда *диполь находится под скачком плотности*, т. е. в точке  $(0, -h)$ . Пусть скорость установившегося потока при  $x \rightarrow -\infty$  равна  $V$ . Предполагая течение потенциальным, представим комплексно-сопряженную скорость в каждом из слоев в виде  $\mu_k = V + U_k$ ,  $U_k = u_k - iv_k$ ,  $k = \{1, 2\}$ . Обозначим отклонение свободной поверхности от ее невозмущенного положения  $y = H$  через  $\zeta(x)$ , а возвышение границы раздела слоев потока — через  $\sigma(x)$ . Вдоль линии тока  $y = H + \zeta(x)$  вектор скорости произвольной частицы жидкости коллинеарен ее касательной. Отсюда

$$\zeta'(x) = \frac{v_1}{V + u_1} \Big|_{y=H+\zeta(x)}.$$

Далее, линеаризуя данное условие и перенося его со свободной поверхности на прямую  $y = H$ , имеем кинематическое граничное условие

$$v_1 = V\zeta'(x) \quad \text{при } y = H. \quad (2)$$

Аналогично получаем кинематическое условие вдоль поверхности раздела слоев

$$v_1 = V\sigma'(x), \quad v_2 = V\sigma'(x) \quad \text{при } y = 0. \quad (3)$$

Отсюда имеем одно условие для вертикальных компонент скорости:

$$v_1 = v_2 \quad \text{при } y = 0. \quad (4)$$

Затем из интеграла Бернулли с учетом затухания возмущений от диполя вверх по потоку и постоянства давления вдоль свободной поверхности получаем линеаризованное динамическое условие на границе верхнего слоя

$$\zeta(x) = -\frac{V}{g} u_1 \quad \text{при } y = H. \quad (5)$$

Продифференцируем равенство (5) по  $x$  и из полученного соотношения исключим величину  $\zeta'(x)$  с помощью формулы (2). В результате придем к граничному условию для компонент вектора скорости:

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + v v_1 = 0 \quad \text{при } y = H, \quad v = \frac{g}{V^2}. \quad (6)$$

Продолжая операции с интегралами Бернулли, записанными для линий тока на верхней и нижней сторонах поверхности раздела слоев  $y = \sigma(x)$ , приходим к граничному условию для возмущений скорости на слое скачка плотности:

$$\rho_1 \left( \frac{\partial u_1}{\partial x} + v v_1 \right) = \rho_2 \left( \frac{\partial u_2}{\partial x} + v v_2 \right) \quad \text{при } y = 0. \quad (7)$$

Кроме того, на дне бассейна должно быть выполнено условие непротекания

$$v_2 = 0 \quad \text{при } y = -H_1. \quad (8)$$

Перепишем соотношения (6), (7), (4), (8) соответственно в терминах возмущений комплексно-сопряженной скорости:

$$\text{Im} \left[ i \frac{dU_1}{dz} - v U_1 \right] = 0 \quad \text{при } y = H, \quad (9)$$

$$\delta \text{Im} \left[ i \frac{dU_1}{dz} - v U_1 \right] = \text{Im} \left[ i \frac{dU_2}{dz} - v U_2 \right] \quad \text{при } y = 0, \quad (10)$$

$$\text{Im} U_1 = \text{Im} U_2 \quad \text{при } y = 0, \quad (11)$$

$$\text{Im} U_2 = 0 \quad \text{при } y = -H_1, \quad (12)$$

где  $\delta = \rho_1/\rho_2$ ;  $z = x + iy$ . Таким образом, исходная задача сведена к отысканию функций  $U_1(z)$  и  $U_2(z)$  с граничными условиями (9)–(12), причем функция  $U_1(z)$  регулярна в полосе  $-\infty < x < +\infty$ ,  $0 < y < H$ ,

а  $U_2(z)$  — в полосе  $-\infty < x < +\infty$ ,  $-H_1 < y < 0$  всюду за исключением точки  $z = -ih$ , в которой она имеет полюс второго порядка.

В соответствии с вышесказанным будем искать комплексно-сопряженную скорость  $U_1(z)$  в виде ее разложения в интеграл Фурье по волновым числам, а  $U_2(z)$  — как сумму комплексно-сопряженной скорости, индуцированной диполем в безграничном потоке, и регулярной функции, представленной интегралом Фурье:

$$U_1 = \frac{m}{2\pi} \int_0^{\infty} [A(k)e^{ikz} + B(k)e^{-ikz}] dk, \quad (13)$$

$$U_2 = \frac{m}{2\pi} \left[ -\frac{1}{(z+ih)^2} + \int_0^{\infty} [C(k)e^{ikz} + D(k)e^{-ikz}] dk \right]. \quad (14)$$

Применив равенство

$$-\frac{1}{(z+ih)^2} = \begin{cases} \int_0^{\infty} ke^{-kh} e^{ikz} dk, & \text{если } y > -h; \\ \int_0^{\infty} ke^{kh} e^{-ikz} dk, & \text{если } y < -h, \end{cases}$$

получим из формулы (14) выражение для функции  $U_2(z)$  в областях нижнего слоя, находящихся над и под точкой локализации диполя соответственно:

$$U_2(z) = \begin{cases} \frac{m}{2\pi} \int_0^{\infty} [(ke^{-kh} + C(k))e^{ikz} + D(k)e^{-ikz}] dk, & \text{если } y > -h; \\ \frac{m}{2\pi} \int_0^{\infty} [C(k)e^{ikz} + (ke^{kh} + D(k))e^{-ikz}] dk, & \text{если } y < -h. \end{cases} \quad (15)$$

Подставив формулы (13) и (15) для комплексно-сопряженных скоростей  $U_1(z)$  и  $U_2(z)$  в граничные условия (9)–(12) и проведя соответствующие преобразования, получим неоднородную систему из четырех линейных алгебраических уравнений для определения четырех неизвестных функций. Применив стандартные процедуры решения такой системы, получим выражения для исследуемых далее параметров задачи:

$$\begin{aligned}
 C(k) = & \left\{ k \left[ -(1-\delta)(k^2 - v^2) \operatorname{sh} k(H-h) + [(1+\delta)k^2 + (1-\delta)v^2] \operatorname{sh} k(H+h) - \right. \right. \\
 & \left. \left. - 2kv \operatorname{ch} k(H+h) \right] \right\} \left\{ 2 \operatorname{ch} kH \operatorname{ch} kH_1 e^{kH_1} \times \right. \\
 & \left. \times \left[ k^2 + [\delta k^2 + (1-\delta)v^2] \operatorname{th} kH \operatorname{th} kH_1 - kv(\operatorname{th} kH + \operatorname{th} kH_1) \right] \right\}^{-1}; \quad (16) \\
 D(k) = & \left\{ k \operatorname{ch} k(H_1 - h) \left[ -(1+\delta)k^2 + 2kv + (1-\delta)v^2 \right] e^{-kH} - \right. \\
 & \left. -(1-\delta)(k^2 - v^2) e^{kH} \right\} \left\{ 2 \operatorname{ch} kH \operatorname{ch} kH_1 \times \right. \\
 & \left. \times \left[ k^2 + [\delta k^2 + (1-\delta)v^2] \operatorname{th} kH \operatorname{th} kH_1 - kv(\operatorname{th} kH + \operatorname{th} kH_1) \right] \right\}^{-1}.
 \end{aligned}$$

Перепишем далее равенство (14) следующим образом:

$$U_2(z) = -\frac{m}{2\pi} \frac{1}{(z+ih)^2} + f(z),$$

где

$$f(z) = \frac{m}{2\pi} \left[ \int_0^{\infty} C(k) e^{ikz} dk + \int_0^{\infty} D(k) e^{-ikz} dk \right].$$

Заметим, что для получения физически реализуемого решения (т. е. решения, которое удовлетворяет условию отсутствия возмущений далеко вверх по потоку) контур интегрирования в первом слагаемом выражения для  $f(z)$  следует сместить в нижнюю полуплоскость, а во втором — в верхнюю. Таким образом, всюду в дальнейшем  $f(z)$  понимается как следующий предел:

$$f(z) = \lim_{\varepsilon_1 \rightarrow 0} \frac{m}{2\pi} \left[ \int_{-i\varepsilon_1}^{-i\varepsilon_1+\infty} C(k) e^{ikz} dk + \int_{i\varepsilon_1}^{i\varepsilon_1+\infty} D(k) e^{-ikz} dk \right]. \quad (17)$$

Для вычисления равнодействующей гидродинамических сил, приложенных к диполю (трубопроводу), воспользуемся формулой Чаплыгина, согласно которой

$$R^* = X - iY = \frac{i\rho_2}{2} \int_K \mu_2^2(z) dz.$$

Здесь  $X$  — волновое сопротивление,  $Y$  — подъемная сила, а интегрирование осуществляется по произвольному контуру  $K$ , расположенному в нижнем слое и охватывающему рассматриваемый диполь.

Поскольку

$$\mu_2(z) = V + U_2(z) = V - \frac{m}{2\pi(z+ih)^2} + f(z)$$

и функция  $f(z)$  регулярна в области, заполненной нижней жидкостью, то функция  $\mu_2^2(z)$  имеет в этой области единственную особую точку:  $z = -ih$ . Применяя теорему о вычетах, находим

$$\int_K \mu_2^2(z) dz = -\frac{m}{\pi} \int_K \frac{f(z)}{(z+ih)^2} dz = -2im \operatorname{res}_{z=-ih} \frac{f(z)}{(z+ih)^2}.$$

Вычет подынтегральной функции в точке  $z = -ih$

$$\operatorname{res}_{z=-ih} \frac{f(z)}{(z+ih)^2} = f'(-ih).$$

Следовательно,

$$R^* = \rho_2 m f'(-ih). \quad (18)$$

Для вычисления производной  $f'(-ih)$  продифференцируем соотношение (17) и в полученное равенство подставим  $z = -ih$ . В результате имеем

$$f'(-ih) = \lim_{\varepsilon_1 \rightarrow 0} \frac{im}{2\pi} \left[ \int_{-i\varepsilon_1}^{-i\varepsilon_1 + \infty} kC(k)e^{kh} dk - \int_{i\varepsilon_1}^{i\varepsilon_1 + \infty} kD(k)e^{-kh} dk \right].$$

С помощью интегральной теоремы Коши можно показать, что

$$\begin{aligned} f'(-ih) &= \frac{im}{2\pi} \int_0^\infty k(C(k)e^{kh} - D(k)e^{-kh}) dk - \\ &- \frac{m}{2} \sum_{j=1}^s \operatorname{res}_{k=k_j} \left\{ k(C(k)e^{kh} + D(k)e^{-kh}) \right\}. \end{aligned}$$

Отсюда

$$\begin{aligned} R^* &= \frac{i\rho_2 m^2}{2\pi} \int_0^\infty k(C(k)e^{kh} - D(k)e^{-kh}) dk - \\ &- \frac{\rho_2 m^2}{2} \sum_{j=1}^s \operatorname{res}_{k=k_j} \left\{ k(C(k)e^{kh} + D(k)e^{-kh}) \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь интеграл понимается в смысле главного значения по Коши, а вычеты берутся по всем  $s$  полюсам  $k_j$  функции  $k(C(k)e^{kh} + D(k)e^{-kh})$ ,

расположенным на положительной действительной оси. Из формул (16) видно, что эти полюса являются положительными корнями уравнения

$$k^2 + [\delta k^2 + (1 - \delta)v^2] \operatorname{th} kH \operatorname{th} kH_1 - kv(\operatorname{th} kH + \operatorname{th} kH_1) = 0. \quad (20)$$

Кроме того, очевидно, что точки  $k = k_j$  (и только они) являются особыми для подынтегральной функции в первом слагаемом выражения (19), т. е. полюсами, расположенными на контуре интегрирования.

Проведенный в работе [3] анализ показал, что это уравнение имеет два положительных корня при выполнении условия

$$V < V_{\text{кр}}^{\text{вн}} = \sqrt{\frac{1}{2} gH \left( \beta + 1 - \sqrt{(\beta + 1)^2 - 4\varepsilon\beta} \right)} \quad (21)$$

и один положительный корень, если

$$V < V_{\text{кр}}^{\text{пов}} = \sqrt{\frac{1}{2} gH \left( \beta + 1 + \sqrt{(\beta + 1)^2 - 4\varepsilon\beta} \right)}; \quad (22)$$

при  $V > V_{\text{кр}}^{\text{пов}}$  положительных решений нет. Здесь  $\varepsilon = 1 - \delta = (\rho_2 - \rho_1)/\rho_2$  — относительный перепад плотности между слоями,  $\beta = H_1/H$ . С физической точки зрения критические скорости  $V_{\text{кр}}^{\text{вн}}$  и  $V_{\text{кр}}^{\text{пов}}$  означают максимальную скорость, при которой в потоке за обтекаемым трубопроводом образуются волны, обусловленные наличием слоя скачка плотности и свободной поверхности (т. е. внутренние и поверхностные волны).

Выделяя в выражении (19) вещественную и мнимую части, с учетом соотношения (1), связывающего момент диполя с радиусом моделируемого им трубопровода, окончательно получаем следующие выражения для волнового сопротивления и подъемной силы:

$$X = -2\pi^2 \rho_2 V^2 R^4 \sum_{j=1}^s \operatorname{res}_{k=k_j} \left\{ k(C(k)e^{kh} + D(k)e^{-kh}) \right\},$$

$$Y = -2\pi \rho_2 V^2 R^4 \int_0^{\infty} k(C(k)e^{kh} - D(k)e^{-kh}) dk.$$

Необходимо отметить, что в выражение для вычисления подъемной силы не включена действующая на трубопровод сила Архимеда.

Вычеты рассчитывают по формуле

$$\operatorname{res}_{k=k_j} \left\{ k(C(k)e^{kh} + D(k)e^{-kh}) \right\} = \left. \frac{k(g_1(k)e^{kh} + g_2(k)e^{-kh})}{dg_3(k)/dk} \right|_{k=k_j},$$

где

$$g_1(k) = \left\{ k \left[ -(1-\delta)(k^2 - v^2) \operatorname{sh} k(H-h) + [(1+\delta)k^2 + (1-\delta)v^2] \operatorname{sh} k(H+h) - 2kv \operatorname{ch} k(H+h) \right] \right\} \left\{ 2e^{kH_1} \operatorname{ch} kH \operatorname{ch} kH_1 \right\}^{-1};$$

$$g_2(k) = \left\{ k \operatorname{ch} k(H_1 - h) \left[ -(1+\delta)k^2 + 2kv + (1-\delta)v^2 \right] e^{-kH} - (1-\delta)(k^2 - v^2) e^{kH} \right\} \left\{ 2 \operatorname{ch} kH \operatorname{ch} kH_1 \right\}^{-1};$$

$$g_3(k) = k^2 + [\delta k^2 + (1-\delta)v^2] \operatorname{th} kH \operatorname{th} kH_1 - kv(\operatorname{th} kH + \operatorname{th} kH_1).$$

2. Далее в той же постановке исследуем задачу об определении гидродинамической нагрузки, испытываемой трубопроводом, который моделируется *точечным диполем с моментом  $m$ , расположенным в верхнем слое двухслойного потока несжимаемой жидкости*. Все обозначения сохраним такими же, как и в предыдущем случае. Поместим диполь в точку  $z = ih$  ( $0 < h < H$ ), а комплексно-сопряженную скорость в  $k$  слое  $\mu_k$  ( $k \in \{1, 2\}$ ), как и ранее, представим в виде  $\mu_k = V + U_k$ . Математическая формулировка исходной задачи выглядит следующим образом: найти аналитические функции  $U_1(z)$  и  $U_2(z)$ , удовлетворяющие граничным условиям (9)–(12), при этом  $U_1(z)$  должна быть регулярна в полосе  $0 < \operatorname{Im} z < H$  за исключением полюса второго порядка в точке  $z = ih$ :

$$U_1 = \frac{m}{2\pi} \left[ -\frac{1}{(z+ih)^2} + \int_0^\infty [A(k)e^{ikz} + B(k)e^{-ikz}] dk \right],$$

а функция  $U_2(z)$  — регулярна в полосе  $-H_1 < \operatorname{Im} z < 0$ :

$$U_2 = \frac{m}{2\pi} \int_0^\infty [C(k)e^{ikz} + D(k)e^{-ikz}] dk,$$

где функции  $A(k)$ ,  $B(k)$ ,  $C(k)$  и  $D(k)$  подлежат определению. Решая данную задачу тем же способом, что и задачу, рассмотренную в п. 1, получаем в итоге следующие выражения для  $A(k)$  и  $B(k)$ :

$$A(k) = \frac{k [(\delta k + (1-\delta)v) \operatorname{th} kH_1 - k] [\operatorname{vch} k(H-h) - k \operatorname{sh} k(H-h)]}{\operatorname{ch} kH \left\{ k^2 + [\delta k^2 + (1-\delta)v^2] \operatorname{th} kH \operatorname{th} kH_1 - kv(\operatorname{th} kH + \operatorname{th} kH_1) \right\}},$$

$$B(k) = \frac{k(k+v)e^{-kH} \{ [(1-\delta)v \operatorname{ch} kh - \delta k \operatorname{sh} kh] \operatorname{th} kH_1 - k \operatorname{ch} kh \}}{\operatorname{ch} kH \left\{ k^2 + [\delta k^2 + (1-\delta)v^2] \operatorname{th} kH \operatorname{th} kH_1 - kv(\operatorname{th} kH + \operatorname{th} kH_1) \right\}}$$



и для комплексно-сопряженной реакции трубопровода  $R^*$ :

$$R^* = \frac{i\rho_1 m^2}{2\pi} \int_0^\infty k(A(k)e^{-kh} - B(k)e^{kh}) dk - \frac{\rho_1 m^2}{2} \sum_{j=1}^s \operatorname{res}_{k=k_j} \left\{ k(A(k)e^{-kh} + B(k)e^{kh}) \right\}. \quad (23)$$

Здесь, как и ранее, интеграл понимается в смысле главного значения по Коши,  $k_j$  — полюса функций  $k(A(k)e^{-kh} - B(k)e^{kh})$  и  $k(A(k)e^{-kh} + B(k)e^{kh})$ , находящиеся на положительной действительной оси, а  $s$  — их количество. Очевидно, что эти полюса являются решениями уравнения (20), поэтому для данного случая критерии существования двух и одного полюса (см. выражения (21), (22)) останутся неизменными, равно как и значения критических скоростей  $V_{кр}^{ВН}$  и  $V_{кр}^{ПОВ}$ .

Из формулы (23) имеем выражения для волнового сопротивления и подъемной силы:

$$X = -2\pi^2 \rho_1 V^2 R^4 \sum_{j=1}^s \operatorname{res}_{k=k_j} \left\{ k(A(k)e^{-kh} + B(k)e^{kh}) \right\},$$

$$Y = -2\pi \rho_1 V^2 R^4 \int_0^\infty k(A(k)e^{-kh} - B(k)e^{kh}) dk.$$

Вычеты рассчитывают по формуле

$$\operatorname{res}_{k=k_j} \left\{ k(A(k)e^{-kh} + B(k)e^{kh}) \right\} = \left. \frac{k(g_1(k)e^{kh} + g_2(k)e^{-kh})}{dg_3(k)/dk} \right|_{k=k_j},$$

где

$$g_1(k) = \frac{k[(\delta k + (1-\delta)v) \operatorname{th} kH_1 - k][v \operatorname{ch} k(H-h) - k \operatorname{sh} k(H-h)]}{\operatorname{ch} kH},$$

$$g_2(k) = \frac{k(k+v)e^{-kH} \{[(1-\delta)v \operatorname{ch} kh - \delta k \operatorname{sh} kh] \operatorname{th} kH_1 - k \operatorname{ch} kh\}}{\operatorname{ch} kH},$$

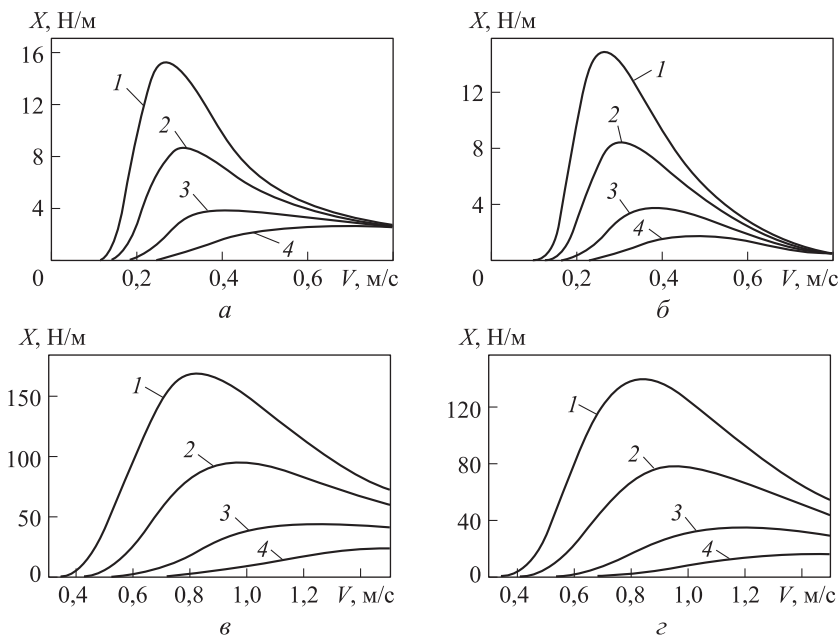
$$g_3(k) = k^2 + [\delta k^2 + (1-\delta)v^2] \operatorname{th} kH \operatorname{th} kH_1 - kv(\operatorname{th} kH + \operatorname{th} kH_1).$$

### Численные расчеты и их анализ для реальных условий моря.

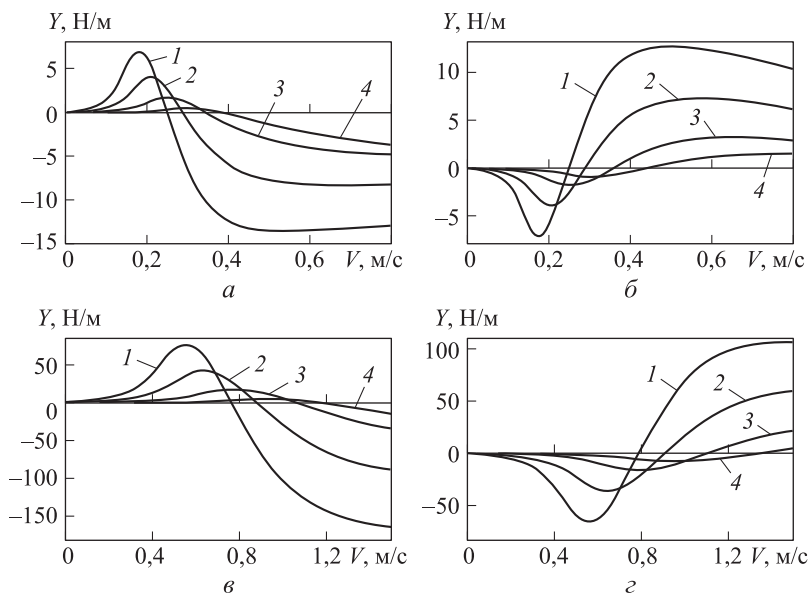
Расчеты гидродинамических воздействий велись при значениях характеристик среды, соответствующих реальным условиям моря. Так, плотность верхнего слоя  $\rho_1$  была принята равной  $1024 \text{ кг/м}^3$  и были исследованы два значения перепада плотности между верхним и нижним слоями:  $\rho_2/\rho_1 = \{1,01; 1,10\}$ . Радиус  $R$  трубопровода был выбран равным  $0,71 \text{ м}$ .

Что касается значений толщины верхнего и нижнего слоев, то был рассмотрен случай, когда общая глубина потока  $H_0 = H + H_1 = 50$  м, а толщина верхнего слоя  $H = 40$  м. С целью исследования влияния скачка плотности на параметры обтекаемого потока локализацию центра поперечного сечения трубопровода (т. е. моделирующего трубопровод диполя) в модельных расчетах ограничили четырьмя горизонтами:  $h_i = \{1, 5; 2; 3; 4, 5\}$ , м.

Результаты вычисления волнового сопротивления  $X$  и подъемной силы  $Y$  (в расчете на 1 м погонной длины трубопровода) в зависимости от скорости набегающего потока  $V$  приведены на рис. 2 и 3. На каждом графике представлены четыре кривые, соответствующие разным расстояниям  $h_i$  от диполя до слоя скачка плотности. На всех рисунках уменьшение максимума сопротивления (см. рис. 2) и подъемной силы (см. рис. 3) соответствует увеличению расстояния  $h_i$  от поверхности раздела слоев до трубопровода, причем изменения значения максимума волнового сопротивления и подъемной силы практически прямо пропорциональны перепаду плотности  $\varepsilon$ , а скорость потока, при которой достигается этот максимум, увеличивается при удалении трубопровода от слоя скачка. В то же время модельные расчеты показали, что значения величин  $X$  и  $Y$  практически не зависят от толщины слоев потока  $H_i$ .



**Рис. 2.** Зависимости волнового сопротивления от скорости потока при  $\rho_2/\rho_1 = 1,01$  (а, б) и  $\rho_2/\rho_1 = 1,10$  (в, г); трубопровод находится под скачком плотности (а, в) и над скачком (б, г):  
 1 —  $h = 1,5$  м; 2 —  $h = 2$  м; 3 —  $h = 3$  м; 4 —  $h = 4,5$  м



**Рис. 3.** Зависимости подъемной силы от скорости потока при  $\rho_2/\rho_1 = 1,01$  (а, б) и  $\rho_2/\rho_1 = 1,10$  (в, г); трубопровод находится под скачком плотности (а, в) и над скачком (б, г):  
 1 —  $h = 1,5$  м; 2 —  $h = 2$  м; 3 —  $h = 3$  м; 4 —  $h = 4,5$  м

При скоростях обтекания, больших критической скорости генерации внутренних волн  $V_{кр}^{вн}$ , волновое сопротивление испытывает разрыв первого рода, уменьшаясь до нуля. Далее оно вновь достигает больших значений лишь при  $V > 4$  м/с, т. е. при скоростях течения, не свойственных реальным условиям открытого моря. В то же время критическая скорость возрастает при увеличении перепада плотности  $\varepsilon$ , что соответствует расширению диапазона скоростей, внутри которого трубопровод испытывает ненулевое (значимое) волновое сопротивление. В этом случае графики  $X(V)$  (см. рис. 2) в целом сдвигаются в сторону больших значений  $V$ .

**Выводы.** Сравнение графиков, построенных для двух различных значений  $\varepsilon$ , показывает, что скачки плотности дают дополнительную весьма существенную гидродинамическую нагрузку на трубопровод.

При возрастании плотности нижнего слоя течения волновое сопротивление трубопровода также возрастает (причем существенно, практически на порядок и более), т. е. значение величины  $X$ , как и значение подъемной силы  $Y$ , почти прямо пропорционально  $\varepsilon$ .

Обращает на себя внимание важная особенность изменчивости подъемной силы. В относительно узком диапазоне изменений скорости потока подъемная сила резко меняет свое направление на противоположное (см. рис. 3). Подобный факт указывает на то, что из-за

существующей в реальных морских условиях неоднородностей в структуре горизонтального потока, обтекающего трубопровод, вертикальные силовые воздействия на него могут быть неоднородными и даже противоположными по направлению. В результате такие знакопеременные воздействия могут приводить к изгибам трубопроводов и последующему их разрушению, что необходимо учитывать при проектировании и прокладке по морскому дну трубопроводных систем и конструкций.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (№ 13-08-00538).*

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Корчагин Н.Н., Савин А.С., Савина Е.О. Волны на поверхности моря, обусловленные обтеканием подводного препятствия. *Океанология*, 2009, т. 49, № 3, с. 348–354.
- [2] Владимиров И.Ю., Корчагин Н.Н., Савин А.С. Поверхностные эффекты при обтекании препятствий в неоднородно-стратифицированной среде. *Докл. РАН*, 2011, т. 440, № 6, с. 826–829.
- [3] Владимиров И.Ю., Корчагин Н.Н., Савин А.С. Поверхностные возмущения при обтекании препятствий стратифицированным потоком конечной глубины. *Океанология*, 2012, т. 52, № 6, с. 825–835.
- [4] Лойцянский Л.Г. *Механика жидкости и газа*. 5-е изд. Москва, Наука, 1978, 736 с.

Статья поступила в редакцию 10.12.2014

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Владимиров И.Ю., Корчагин Н.Н., Савин А.С. Воздействие стратифицированного течения на искусственные сооружения в морской среде. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 2. URL: <http://engjournal.ru/catalog/mech/mlgp/1375.html>

**Владимиров Игорь Юрьевич** родился в 1983 г., окончил МГУ им. М.В. Ломоносова в 2004 г. Канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН. Автор 10 печатных работ. Область научных интересов: океанология, теоретическая и прикладная гидромеханика. e-mail: iyuvladimirov@rambler.ru

**Корчагин Николай Николаевич** родился в 1945 г., окончил МФТИ в 1969 г. Д-р физ.-мат. наук, профессор, главный научный сотрудник Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН. Автор более 160 печатных работ. Область научных интересов: океанология, теоретическая и прикладная гидромеханика. e-mail: e-niknik@mail.ru

**Савин Александр Сергеевич** родился в 1958 г., окончил МГУ им. М.В. Ломоносова в 1981 г. Д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры высшей математики МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор около 100 печатных работ. Область научных интересов: теоретическая и прикладная гидромеханика. e-mail: assavin@list.ru

## The effect of stratified current forces on the exposed man-made structures in marine environment

© I.Yu. Vladimirov<sup>1</sup>, N.N. Korchagin<sup>1</sup>, A.S. Savin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>P.P. Shirshov Institute of Oceanology of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 117997, Russia

<sup>2</sup>Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

*We have studied the effect of strongly stratified flow forces generating internal waves on elements of different structures in marine environment using both analytical and numerical approaches. We obtained integral representations for wave resistance and lifting force affecting elements of the structures both in upper and bottom layers of stratified flow. We carried out numerical calculations for real sea flows. We revealed conditions for hydrodynamic reactions to elements of structures to achieve extreme values.*

**Keywords:** *stratified flow, wave resistance, lifting force, internal waves, underwater obstacle.*

### REFERENCES

- [1] Korchagin N.N., Savin A.S., Savina E.O. *Okeanologiya — Oceanology*, 2009, vol. 49, no. 3, pp. 348–354.
- [2] Vladimirov I.Yu., Korchagin N.N., Savin A.S. *Doklady RAN — Reports of the Russian Academy of Sciences*, 2011, vol. 440, no. 6, pp. 826–829.
- [3] Vladimirov I.Yu., Korchagin N.N., Savin A.S. *Okeanologiya — Oceanology*, 2012, vol. 52, no. 6, pp. 825–835.
- [4] Loitsyanskiy L.G. *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Mechanics of liquid and gas]. 5th ed. Moscow, Nauka, 1978.

**Vladimirov I.Yu.** (b.1983) graduated from M.V. Lomonosov Moscow State University (Faculty of Mechanics and Mathematics) in 2004. Ph.D. (Phys.&Math.), Senior staff scientist of P.P. Shirshov Institute of Oceanology of the Russian Academy of Sciences, Moscow. Author of 10 publications. Research interests: theoretical and applied hydromechanics. e-mail: iyuvladimirov@rambler.ru

**Korchagin N.N.** (b.1945) graduated from Moscow Institute of Physics and Technology (Faculty of Aerophysics and Applied Mathematics) in 1969. Dr. Sci. (Phys.&Math.), Professor, Chief Researcher of P.P. Shirshov Institute of Oceanology of the Russian Academy of Sciences. Author of over 160 publications. Research interests: of oceanology and theoretical and applied hydrodynamics. e-mail: e-niknik@mail.ru

**Savin A.S.** (b. 1958) graduated from M.V. Lomonosov Moscow State University (Faculty of Physics). Dr. Sci. (Phys.&Math.), Professor of the Higher Mathematics Department of Bauman Moscow State Technical University. Author of about 100 publications. Research interests: of theoretical and applied hydrodynamics. e-mail: assavin@list.ru