

## Способ определения интервальных оценок пеленгов и координат источника радиоизлучения

© А.А. Грешилов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*Рассмотрен способ определения пеленгов и координат источника радиоизлучения при приеме радиосигналов с использованием антенных систем (АС) произвольной формы, состоящих из слабонаправленных и направленных элементов (вибраторов). В настоящее время используют многопозиционные системы регистрации, размещенные как на земле, так и на летательных аппаратах. Повышения точности и скорости определения пеленгов и координат источника радиоизлучения в описываемом способе достигают за счет использования при определении пеленгов особенностей АС, позволяющих учесть влияние помех на значения пеленгов, и путем сведения алгоритма определения параметров сигнала к прямому расчету по элементарным формулам. Определяют точечные оценки координат источника радиоизлучения по имеющемуся набору измерений пеленгов различными методами с учетом погрешностей всех измерений и получают эллипсоид рассеяния координат. Достигаемый технический результат — существенное повышение скорости и точности определения азимутальных и угломестных пеленгов и амплитуды сигналов при приеме радиосигналов источника радиоизлучения. Повышение точности определения координат источника получают также за счет использования методов конфлюэнтного анализа, которые учитывают погрешности всех исходных данных, участвующих в расчете параметров сигнала.*

**Ключевые слова:** воздушная радионавигация, пеленгация, источники радиоизлучения, антенные системы, аэронавигация.

**Введение.** В процессе мониторинга радиоэлектронной обстановки проводят пеленгацию источников радиоизлучения (ИРИ). При этом необходимо определять азимутальные и угломестные пеленги ИРИ, по которым определяют координаты источника радиоизлучения. Пеленгатор регистрирует излучение путем записи сигналов на элементах антенной системы (АС) на вибраторах. Выполняя различные действия над сигналами с вибраторов, определяют параметры излучения, а затем координаты источника радиоизлучения. Проблема состоит в том, какие действия над сигналами окажутся более эффективными: какова будет погрешность определения пеленгов и координат источника излучения, сколько времени необходимо для расчета пеленгов и координат источника излучения. Для этого потребуются алгоритмы, позволяющие учитывать погрешности всех величин, участвующих в процедурах определения пеленгов и координат источников излучения.

Применяют различные виды пеленгаторов [1–4]: пеленги сигналов определяются путем сравнения фаз, используются корреляционные интерферометры. Определение координат ИРИ может проводиться с летно-подъемных средств (ЛПС), реализующих угломерно-дальномерный способ местонахождения с использованием глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) [1]. Желательно иметь универсальный алгоритм обработки сигналов при различных формах АС-пеленгаторов.

В настоящее время обработка зарегистрированных сигналов в основном базируется на определении диаграммы направленности (ДН) и использовании корреляционной матрицы исходных данных и функции комплексной огибающей зарегистрированных антенной системой сигналов [5–9]. Чтобы определить азимутальные  $\theta$  и угломестные  $\beta$  пеленги ИРИ, используется двумерная сетка по  $\theta$  и  $\beta$ , применяются элементы АС, расположенные ортогонально друг другу. Начальная фаза сигнала  $\varphi_0$ , как правило, исключается.

Названные методы не позволяют улучшить точность оценки пеленгов в силу больших интервальных оценок коэффициентов корреляции (моментов второго порядка). Нет четкого алгоритма определения погрешностей как пеленгов, так и координат источника излучения. Поэтому рассмотрим универсальный подход определения пеленгов ИРИ антенной системой произвольной формы, основанный на прямых методах определения оценок параметров функций (амплитуды, азимутальных и угломестных пеленгов начальной фазы сигналов), описывающих комплексную огибающую зарегистрированных АС сигналов [7]. Эти функции *содержат все необходимые* параметры для определения пеленгов сигналов, т. е. задача состоит в определении параметров функции известного вида.

Предположим, что функции, описывающие комплексную огибающую зарегистрированных АС сигналов, детерминированные, подверженные аддитивным и неаддитивным помехам разной природы. Такой подход позволяет значительно сократить время обработки сигналов, увеличить точность определения пеленгов в несколько раз и тем самым увеличить дальность обнаружения и эффективность определения координат источника излучений. Во всех случаях определяются не только точечные, но и интервальные оценки параметров.

**Определение азимутальных и угломестных пеленгов.** Процедура определения координат источника излучения базируется на определении азимутальных и угломестных пеленгов источника, на основании которых определяются уравнения линий на плоскости и в пространстве, связывающих точки расположения пеленгаторов и источников излучения в выбранной системе координат. Точка пересечения этих линий определяет координаты источника излучений. Ре-

зультаты, полученные в одной системе координат, легко пересчитываются в другие системы. В статье выбрана декартова прямоугольная система координат.

Естественно желание определить пеленг ИРИ с максимально возможной точностью, но имеются пеленгаторы, которые не определяют угол места. Считается, что его влиянием можно пренебречь. Это заблуждение, особенно при определении пеленгов в горной местности и в тех случаях, когда ИРИ находится на летательном аппарате. Примем отношение положения ИРИ по вертикали к его удаленности равным 0,1, что эквивалентно  $5,6^\circ$ . Пеленг определяется произведением  $\cos \theta \cos \beta$ ;  $\cos 5,6^\circ = 0,9952$ . При  $\theta = 0^\circ$   $\cos \theta \cos \beta = \cos \beta$ ; пеленг равен  $5,6^\circ$ . При  $\theta = 5^\circ$   $\cos \theta \cos \beta = 0,9914$ ; пеленг равен  $7^\circ$ . При  $\theta = 10^\circ$  пеленг равен  $11,5^\circ$ . При  $\theta = 60^\circ$  пеленг равен  $60,2^\circ$ . Пренебрегать определением значения угломестного пеленга нельзя.

Рассматриваемый метод определения пеленгов на АС любой конфигурации заключается в том, что такую систему можно свести к часто применяемым АС: линейной, системе круговых АС с общим фазовым центром и т. п. Таким образом, можно получить функцию, описывающую комплексную огибающую сигнала ИРИ на выходе элементов любой АС.

Для примера приведем линейную функцию, описывающую комплексную огибающую сигнала ИРИ на выходе элементов кольцевой (круговой) АС. Расчет сигнала в каждом антенном элементе (АЭ) с учетом нормировки относительно первого АЭ,  $y_1(\theta, \beta, t) = 1 + j \cdot 0$ , имеет вид [2]:

$$y_m(\theta, \beta, t) = u \exp \left\{ j \left( \frac{2\pi}{c} d_{1,m} f \cos(\gamma_{1,m} - \theta) \cos \beta + \varphi_0 \right) \right\},$$

где  $m$  — номер АЭ;  $\theta$  — азимут;  $\beta$  — угол места;  $u$  — амплитуда сигнала;  $d_{1,m}$  — расстояние между опорным (первым) АЭ и  $m$ -м АЭ;  $f$  — частота сигнала ( $10^6$  Гц);  $\gamma_{1,m}$  — угол поворота антенной пары относительно опорного направления (севера);  $\varphi_0$  — начальная фаза сигнала.

Предложена следующая процедура определения пеленгов. Функция, описывающая комплексную огибающую сигнала ИРИ на выходе элементов АС, и соответствующие комплексные числа, считанные с записи на элементах АС, логарифмируются (натуральный логарифм). Приравниваются соответствующие действительные и мнимые части зарегистрированных сигналов и соответствующих выражений комплексной функции огибающей зарегистрированных сигналов. Из равенства действительных частей определяется амплитуда сигнала, а из

равенства мнимых — фазы. Записывая равенства мнимых частей для всех элементов АС, получаем систему алгебраических уравнений, из которой определяем азимутальный и угломестный пеленги, а также начальную фазу сигнала. Для предлагаемого способа необходимо иметь не менее двух элементов АС, отстоящих на разные углы от направления отсчета.

Предполагается, что необходимые действия по уменьшению влияния помехи проведены. Если кроме точечных оценок искомым величин вычисляются и интервальные оценки этих величин, то можно сразу выявить влияние помехи. Определять интервальные оценки пеленгов необходимо.

Предлагаемый алгоритм поясним на примере круговой АС.

1. В круговой АС каждый элемент смещен относительно другого на некоторый угол  $\gamma_m$ , т. е. круговая АС автоматически разделена на число областей, равное числу вибраторов. Восстанавливается вектор комплексных амплитуд сигналов  $y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_M]^T$ , полученных с выхода каждого элемента АС.

2. Запишем нелинейную систему уравнений, правая часть которых является аналитическим выражением комплексной амплитуды сигнала на  $m$ -м элементе АС:

$$y_m(\theta, \beta, t) = u \exp \left\{ j \left[ 2\pi f_0 t + \varphi_0 + (2\pi/\lambda) R \cos(\theta - \gamma_m) \cos \beta \right] \right\}, \quad (1)$$

где  $m = 1, \dots, n$ ;  $y_m(\theta, \beta, t)$  — комплексное число, считанное с  $m$ -го элемента АС в момент времени  $t$ ;  $j$  — мнимая единица,  $j = \sqrt{-1}$ ;  $\theta$  — азимутальный пеленг;  $\beta$  — угломестный пеленг;  $u$  — амплитуда сигнала;  $f_0$  — частота сигналов, излучаемых пеленгуемыми ИРИ;  $\varphi_0$  — начальная фаза сигнала;  $\lambda$  — длина волны сигналов ИРИ;  $R$  — радиус антенной системы;  $\gamma_m$  — угол между  $m$ -м вибратором и направлением отсчета.

3. Логарифмируем выражение (1), получим

$$\ln |y_m| + j \arg y_m = \ln u + j \left( 2\pi \frac{R}{\lambda} \cos(\theta - \gamma_m) \cos \beta + \varphi_0 \right).$$

Обозначим  $\arg y_m = P_m$  и приравняем соответственно действительные и мнимые части:  $u = |y_m|$ . Таким образом, амплитуда  $u$  определена.

Приравняем мнимые части:

$$P_m = 2\pi \frac{R}{\lambda} \cos(\theta - \gamma_m) \cos \beta + \varphi_0 \quad \text{или} \quad p_m = \cos(\theta - \gamma_m) \cos \beta + \hat{\varphi}_0,$$



Компьютеру задаются матрицы и формула (3), после вычислений он выдает два значения со среднеквадратическими отклонениями:

$$\operatorname{tg} \theta (P_1 - \hat{\varphi}_0) = a_1 \text{ и } \varphi_0 = a_2. \text{ Тогда } \operatorname{tg} \theta = \frac{a_1}{P_1 - \hat{\varphi}_0} \text{ и } \varphi_0 = a_2; \cos \beta = \frac{P_1 - \hat{\varphi}_0}{\cos \theta}.$$

*Пример 1.* На круговой АС радиусом 50 м на частоте 1 МГц при соотношении сигнал/шум, равном 10, зарегистрирован сигнал. На первых трех вибраторах зарегистрированы следующие фазы:  $P_1 = 35^\circ$ ;  $P_2 = P_3 = 45,98^\circ$ . Угол между элементами АС  $\gamma_m = 30^\circ$ . Определим значения азимутального пеленга  $\theta$  и угломестного пеленга  $\beta$  предложенным способом, используя три элемента АС (первые три уравнения).

Подставим исходные данные в систему (2). По формулам (3) имеем:  $\theta = 45^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ$ ,  $\varphi_0 = 5^\circ$ .

Приступим к определению погрешностей параметров.

Дисперсии полученных искоемых параметров записывают в матричном виде [4]:

$$D(\vec{\theta}) = [A^T D^{-1}(y) A]^{-1},$$

где  $D(y)$  — ковариационная матрица исходных данных (погрешности результатов измерений).

$$\text{Если } D(y) = \sigma^2 N, \text{ то } D^{-1}(y) = \frac{1}{\sigma^2} N^{-1} = \frac{W}{\sigma^2} \text{ и } D(\theta) = \sigma^2 [A^T W A]^{-1},$$

где оценка  $\sigma^2$  имеет вид  $\hat{\sigma}^2 = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}^T W \boldsymbol{\varepsilon}}{n - p}$ . Здесь  $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{y} - \mathbf{A}\boldsymbol{\theta}$ ,  $n$  — число наблюдений,  $p$  — число оцениваемых параметров. При  $N = 1$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon}}{n - p} \quad [7].$$

Поскольку при данном подходе получены аналитические формулы для вычисления начальной фазы сигнала  $\varphi_0$ , азимутального пеленга  $\theta$  и угломестного пеленга  $\beta$ , то для них достаточно просто вычислить дисперсии, как для функции случайного аргумента [7].

При независимых переменных дисперсию функции  $f(x)$  вычисляем по следующей формуле:

$$\mathbf{D}[f(x)] = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \mathbf{D}(x_i).$$

В данном случае в качестве  $f(x)$  выступают формулы для  $\cos \beta$ ,  $\operatorname{tg} \theta$ ,  $\varphi_0$ . В качестве  $x_i$  выступают все другие переменные, входящие

в формулу. Например,  $\cos \beta = \frac{p_1 - \hat{\varphi}_0}{\cos \theta}$ , тогда  $f(x) = \cos \beta$ ;  $p_1 \equiv x_1$ ;

$$\varphi_0 \equiv x_2; \cos \theta \equiv x_3 \text{ и } \mathbf{D}(\cos \beta) = \sum_{i=1}^3 \left( \frac{\partial \cos \beta}{\partial x_i} \right)^2 \mathbf{D}(x_i) = \left( \frac{\partial \left( \frac{p_1 - \hat{\varphi}_0}{\cos \theta} \right)}{\partial p_1} \right)^2 D(p_1) + \left( \frac{\partial \left( \frac{p_1 - \hat{\varphi}_0}{\cos \theta} \right)}{\partial \hat{\varphi}_0} \right)^2 D(\hat{\varphi}_0) + \left( \frac{\partial \left( \frac{p_1 - \hat{\varphi}_0}{\cos \theta} \right)}{\partial \cos \theta} \right)^2 D(\cos \theta).$$

В рассматриваемом примере примем:  $p_1 = 0,583$ ;  $\hat{\varphi}_0 = 0,116$ ;  $\cos \theta = 0,707$ ; дисперсии всех величин положим равными  $0,0001$ . Тогда дисперсия  $D(\cos \beta) = 1 \cdot 10^{-4}$ . Среднеквадратическое отклонение  $\beta = 0,8^\circ$ .

Данные результаты получены по одной синхронной выборке на трех АЭ. Обычно число АЭ больше (например, 12), и число синхронных выборок на АЭ также бывает значительным, что позволяет уменьшить погрешность определений пеленгов.

Если записать равенство  $\cos \beta = \frac{p_1 - \hat{\varphi}_0}{\cos \theta}$  и вставить в него формулы  $p_m = \frac{P_m \lambda}{2\pi R}$  и  $\hat{\varphi}_0 = \frac{\varphi_0 \lambda}{2\pi R}$ , то таким же образом можно найти дисперсию  $\cos \beta$  с учетом всех включенных величин.

Операции, проведенные в формулах (2) и (3), не представляют большой вычислительной сложности и, соответственно, требуют малых временных затрат.

Если сравнивать предложенный способ с другими, то здесь вычисляется логарифм функции, описывающей комплексную амплитуду сигнала на  $m$ -м элементе, и аналитически получаются формулы для непосредственного вычисления искомых величин, что также серьезно снижает вычислительную сложность, уменьшает время обработки сигнала и уменьшает ошибку в определении пеленгов. Представленный способ может применяться в совокупности с любым способом пеленгации при регистрации одного сигнала для уменьшения вычислительных (а соответственно, и временных) затрат на определение значений азимутальных и угломестных пеленгов ИРИ, так как вычисление произведения косинусов азимутального и угломестного пеленгов — гораздо менее сложная операция, чем вычисление упо-



В скобках стоят известные величины. Обозначим  $\left( \cos \gamma_2 - 1 - \frac{p_2 - p_1}{p_3 - p_1} \cos \gamma_3 + \frac{p_2 - p_1}{p_3 - p_1} \right) = B_1$ ,  $\left( \sin \gamma_2 - \frac{p_2 - p_1}{p_3 - p_1} \sin \gamma_3 \right) = B_2$ , где  $B_1$  и  $B_2$  — известные константы, т. е. получаем

$$B_1 \cos \theta + B_2 \sin \theta = 0, \text{ или } \operatorname{tg} \theta = -\frac{B_1}{B_2}. \quad (5)$$

Из первого уравнения системы (4)

$$\cos(\theta - \gamma_2) \cos \beta - \cos \theta \cos \beta = p_2 - p_1 \quad (6)$$

при известном  $\theta$  находим значение  $\cos \beta = \frac{p_2 - p_1}{\cos(\theta - \gamma_2) - \cos \theta}$ .

В случае применения данного способа пеленги  $\theta$  и  $\beta$  определяем по каждому элементу АС. Из полученного ряда значений находим среднее значение пеленгов, их дисперсии и коэффициенты корреляции.

*Пример 3.* По формулам (5) и (6) и приведенным данным определим  $B_1 = \cos 30^\circ - \cos 60^\circ$ ;  $B_2 = \sin 30^\circ - \sin 60^\circ$ ;  $\operatorname{tg} \theta = 1$ ;  $\theta = 45^\circ$ ;  $\cos \beta = 0,1833 / (\cos 15^\circ - \cos 45^\circ) = 0,708$ ;  $\beta = 44,9^\circ$ .

Следует отметить, что вычисления по формулам (5) и (6) также не представляют большой сложности и, соответственно, требуют малых временных затрат и уменьшают ошибку при определении пеленгов, поскольку предлагаемый алгоритм учитывает или исключает начальную фазу сигнала  $\varphi_0$ , влияющую на значения пеленгов.

Приведенный способ можно применять в совокупности с любым способом пеленгации (при любой конфигурации АС) при регистрации одного сигнала на выделенной частоте для определения значений азимутальных и угломестных пеленгов ИРИ.

Для решения системы (2) можно также применить *метод наименьших квадратов* [3, 4]. Функционал метода наименьших квадратов (МНК) для системы (2) имеет вид (минимизируем по  $\operatorname{tg} \theta$  и  $\varphi_0$ ):

$$F = \sum_{i=2}^n \left( \sin \gamma_i \operatorname{tg} \theta (P_i - \varphi_0) + (1 - \cos \gamma_i) \varphi_0 - P_i + P_i \cos \gamma_i \right)^2.$$

Значение  $\operatorname{tg} \theta$  находим из условия  $\frac{\partial F}{\partial \operatorname{tg} \theta} = 0$ ;  $\varphi_0$  — из условия

$$\frac{\partial F}{\partial \varphi_0} = 0; \text{ при известных } \operatorname{tg} \theta \text{ и } \varphi_0 \text{ находим значение } \cos \beta = \frac{p_1 - \hat{\varphi}_0}{\cos \theta}$$

(следует обратить внимание на размерность входящих величин). Пеленги и начальные фазы сигналов и их погрешности рассчитываем по явным формулам, приведенным в задаче 1, что не требует много времени.

**Определение координат источника излучения путем объединения всей информации по пеленгам.** Итак, известен набор пеленгов и их погрешностей от разных источников, а также координаты положения регистраторов сигналов и погрешности этих координат. Азимутальный и угломестный пеленги определяют координаты направляющего вектора прямой в пространстве, проходящей через точку с известными координатами  $M_1(x_0, y_0, z_0)$  (регистратор сигналов) и через точку с неизвестными координатами  $x, y$  и  $z$  (источник излучения). Каноническое уравнение прямой в пространстве, проходящей через точку  $M_1(x_0, y_0, z_0)$  параллельно вектору  $\mathbf{S} = l\mathbf{i} + m\mathbf{j} + n\mathbf{k}$ , имеет вид

$$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}.$$

Координаты  $l, m$  и  $n$  определяются по известным пеленгам.

Уравнение этой же прямой может быть записано как система двух уравнений пересекающихся плоскостей:

$$\begin{cases} \frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m}, \\ \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}. \end{cases}$$

Уравнение прямой на плоскости (например, на плоскости  $XU$ ) имеет вид

$$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m}.$$

Для прямой на плоскости введем:  $l = \cos \alpha, m = \sin \alpha$ . Тогда  $x \sin \alpha - y \cos \alpha = x_0 \sin \alpha - y_0 \cos \alpha$ , или  $x \operatorname{tg} \alpha - y = b$ , где  $b = x_0 \operatorname{tg} \alpha - y_0$ .

В данном уравнении прямой две случайные величины:  $\operatorname{tg} \alpha$  и  $b$ . При известных дисперсиях  $\sigma^2(x_0), \sigma^2(y_0), \sigma^2(\alpha)$  получим дисперсию

$$\begin{aligned} D(b) &= D(x_0 \operatorname{tg} \alpha - y_0) = (x_0 / \cos^2 \alpha)^2 \sigma^2(\alpha) + \operatorname{tg}^2 \alpha \sigma^2(x_0) + \sigma^2(y_0); \\ D(\operatorname{tg} \alpha) &= (1 / \cos^4 \alpha) \sigma^2(\alpha). \end{aligned}$$

Собрав данные о пеленгах с  $N$  разных источников, получим систему уравнений

$$x \operatorname{tg} \alpha_i - y = b_i, \quad i = 1, \dots, N, \quad (7)$$

в которой надо определить координаты  $x, y$  источника излучений. Метод наименьших квадратов использовать нельзя, так как он применим только тогда, когда в левой части уравнения нет случайных

величин. Если запишем одно уравнение дважды с разными правыми частями  $b_i$  и  $\operatorname{tg} \alpha_i$ , то получим две прямые — разные линии регрессии:  $X$  на  $Y$  и  $Y$  на  $X$ , каждая из которых приведет к смещенным оценкам координат источника излучения.

Рассмотрим пример, демонстрирующий поведение линии регрессии. Расчет проведен на основе программ, представленных на диске к работе [3].

Исходные данные:

$X$ : 2; 2.02; 1.98; 2.01; 1.95

$\sigma(x)$ : 0.01; 0.015; 0.012; 0.005; 0.007

$Y$ : 1.95; 2.01; 1.98; 2.02; 2

$\sigma(y)$ : 0.007; 0.005; 0.012; 0.015; 0.01

Параметры ортогональной регрессии:

$a = 1$

$b = 5,474E-0006$

$D[a] = 0,2821$

$D[b] = 1,102$

$\rho[a, b] = -0,5577$

$\rho$  — коэффициент корреляции  $a$  и  $b$ .

Параметры регрессии  $Y$  на  $X$ :

$a = 0,3055$

$b = 1,38$

$D[a] = 0,02288$

$D[b] = 0,09176$

$\rho[a, b] = -0,04582$

Здесь  $Y$  — функция,  $X$  — аргумент.

Параметры регрессии  $X$  на  $Y$ :

$a = 0,3055$

$b = 1,38$

$D[a] = 0,02288$

$D[b] = 0,09176$

$\rho[a, b] = -0,04582$

Здесь  $X$  — функция,  $Y$  — аргумент.

На рис. 1 приведены три линии регрессии:  $X$  на  $Y$  (поз. 1);  $Y$  на  $X$  (2) и ортогональная (3). Линии регрессии  $X$  на  $Y$  и  $Y$  на  $X$  показывают направления пеленгов, если применить МНК, не учитывая все случайные величины в уравнении линии. В этом случае при значительных удалениях пеленгаторов от ИРИ погрешности в определении координат ИРИ будут неприемлемо большими.

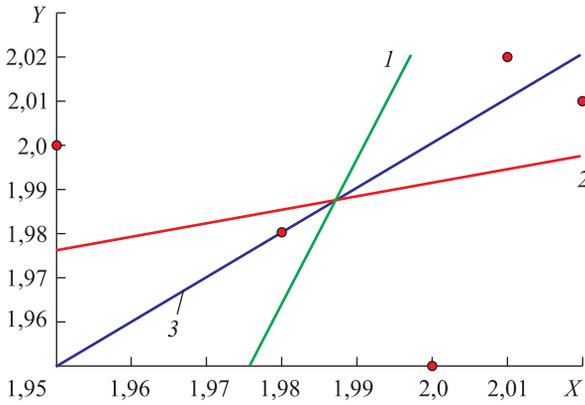


Рис. 1. Линии регрессии

Пусть среднеквадратическое отклонение значений пеленгов равно  $K^0$ . При малых значениях  $K$  уклонение от ИРИ, удаленного на расстояние  $L$ , можно оценить по формуле  $K \cdot 3,14 / 180L$ . Примем  $L = 10$  км, тогда уклонение будет  $170K$  м.

При учете всех случайных величин (конфлюэнтный анализ) получаем линию ортогональной регрессии (рис. 2), которая указывает правильное направление. Алгоритм и программы построения линий ортогональной регрессии приведены в работе [3] (с. 366–371 и на прилагаемом диске). При учете всех погрешностей в системе линейных алгебраических уравнений нахождение решения системы сводится к нелинейным уравнениям.

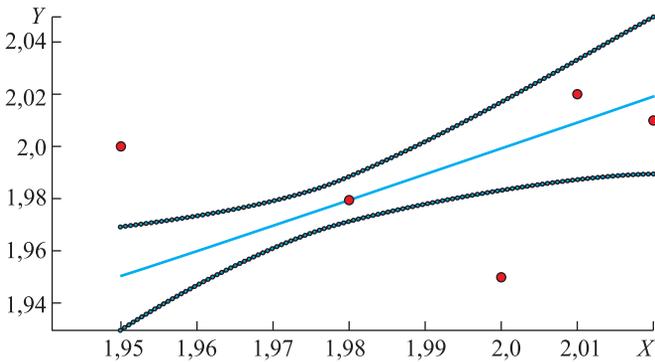


Рис. 2. Интервальная оценка линии ортогональной регрессии при доверительной вероятности 0,95

Для определения координат ИРИ необходимо найти точку пересечения линий ортогональной регрессии от каждого пеленгатора, т. е. решить систему уравнений (7). С этой целью найдем точку минимума функционала

$$F = \sum_{i=1}^N (b_i - x \operatorname{tg} \alpha_i + y)^2 / (D(b_i) + x^2 D(\operatorname{tg} \alpha_i))^2, \quad (8)$$

которая определяет точечные оценки координат источника излучения. Чтобы определить координаты ИРИ, надо решить систему двух нелинейных уравнений с двумя неизвестными  $x$  и  $y$ :

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial F}{\partial y} = 0. \quad (9)$$

Ковариационная матрица полученных точечных оценок  $x$  и  $y$  вычисляется при найденных точечных оценках:

$$M = \begin{pmatrix} -\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} & -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \\ -\frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x} & -\frac{\partial^2 F}{\partial^2 y} \end{pmatrix}^{-1}. \quad (10)$$

Уравнение прямой в пространстве

$$\begin{cases} \frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m}; \\ \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n} \end{cases}$$

эквивалентно системе уравнений плоскостей

$$\begin{cases} m(x - x_0) - l(y - y_0) + 0 \cdot z = 0; \\ 0 \cdot x + n(y - y_0) - m(z - z_0) = 0. \end{cases}$$

Система уравнений для определения координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$  источника излучения в данном случае имеет  $2N$  уравнений с тремя неизвестными  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и содержит четыре случайные величины:  $\sigma^2(b_{1i})$ ,  $\sigma^2(b_{2i})$ ,  $(m^i/l^i)$ ,  $(n^i/m^i)$ , где  $b_{1i} = (m_i/l_i)x_{0i} - y_{0i}$ ,  $b_{2i} = (n_i/m_i)y_{0i} - z_{0i}$ .

Очевидно, что эта система распадается на две системы уравнений: на плоскости  $XY$  и на плоскости  $YZ$ .

Функционал конфлюэнтного анализа в данном случае имеет следующий вид [3, 4]:

$$F = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{(b_{1i} - (m_i/l_i)x + y)^2}{\sigma^2(b_{1i}) + x^2\sigma^2(m_i/l_i)} + \frac{(b_{2i} - (n_i/m_i)y - z)^2}{\sigma^2(b_{2i}) + y^2\sigma^2(n_i/m_i)} \right]. \quad (11)$$

Точечные оценки координат ИРИ вычисляются из системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial x} = 0; \\ \frac{\partial F}{\partial y} = 0; \\ \frac{\partial F}{\partial z} = 0. \end{cases}$$

Ковариационная матрица точечных оценок  $x$ ,  $y$  и  $z$

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} & -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} & -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial z} \\ -\frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x} & -\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} & -\frac{\partial^2 F}{\partial y \partial z} \\ -\frac{\partial^2 F}{\partial z \partial x} & -\frac{\partial^2 F}{\partial z \partial y} & -\frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \end{pmatrix}^{-1}.$$

По элементам ковариационных матриц на плоскости строится эллипс рассеяния, а в пространстве — эллипсоид рассеяния значений координат ИРИ.

*Пример 4.* Пеленгаторы, расположенные в точках с координатами (8,5; 12,5); (1,5; 6,5); (6; 0), зафиксировали ИРИ по соответствующим азимутальным пеленгам  $\alpha_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Определить координаты ИРИ.

Согласно (7) будем иметь:

$$0,7778x + y = 19,111;$$

$$0,0625x + y = 6,594;$$

$$0,4783x - y = 2,868.$$

Вставим уравнения в функционал (11), среднеквадратические отклонения всех переменных положим равными единице, продифференцируем функционал по  $x$  и  $y$ , получим систему (9), из которой найдем решение (точечные оценки):  $x = 17,5$ ;  $y = 5,5$ .

Вычислим интервальные оценки с помощью матрицы  $\mathbf{M}$  (10). Для этого определим при найденных точечных оценках  $x$  и  $y$  элементы матрицы  $\mathbf{M}$ :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} -0,85 & -0,36 \\ -0,36 & -3 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1,24 & 0,149 \\ 0,149 & 1,05 \end{pmatrix}.$$

Найдем дисперсию оценок  $x$  и  $y$ :

$$D(X, Y) = \hat{\sigma}^2 M, \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon}}{n - p} = 0,03,$$

где невязка (разность заданных значений правой части системы и тех же значений, которые получаются при подстановке в систему найденных решений)  $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{y} - \mathbf{A}\theta$ . Получим  $D(x) = 1,24$ ;  $D(y) = 1,05$ ;  $\hat{\sigma}(x) = 0,193$ ;  $\hat{\sigma}(y) = 0,178$ ;  $\hat{\rho} = 0,13$ .

Теперь можно построить эллипс рассеяния. Центр эллипса — точка  $(17,5; 5,5)$ . При доверительной вероятности  $0,95$  от  $x = 17,5$  откладываем в обе стороны по  $0,386$ ; от  $y = 5,5$  — по  $0,356$ . В полученный прямоугольник вписываем эллипс, повернув его на  $7,4^\circ$ .

Если в пеленге присутствует угломестная составляющая, то переходим в трехмерное пространство и аналогично изложенному определяем координаты ИРИ.

*Пример 5.* При двух измерениях пеленгов от одного ИРИ получены уравнения двух прямых в пространстве:  $(10 - x)/-5 = (1 - y)/4 = (-3 - z)/8$  и  $(1 - x)/4 = (6 - y)/-1 = (15 - z)/-10$ . Соответствующие уравнения как результат пересекающихся плоскостей имеют вид:  $40 - 4x = -5 + 5y$ ;  $2 - 2y = -3 - z$  и  $-1 + x = 24 - 4y$ ;  $60 - 10y = 15 - z$ .

Нетрудно проверить, что прямые пересекаются в точке  $(5; 5; 5)$ .

**Выводы.** Рассмотренный в статье метод обеспечивает определение пеленгов и координат ИРИ с учетом всех погрешностей исходных данных и получение интервальных оценок координат источников излучения, что важно в военных приложениях, при управлении движением в авиации и морском флоте, при определении положения космических объектов и небесных тел и т. п.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Брызгалов А.П., Бландов С.С., Хныкин А.В., Фальков Э.Я. *Способ определения координат источника радиоизлучения. Патент РФ №2339966, G01S5/00.* Оpubл. 27.11.2008. Бюл. № 33.
- [2] Иванов Ю.В., Наумов А.С., Саяпин В.Н., Смирнов П.Л., Соломатин А.И., Терентьев А.В., Царик О.В., Шепилов А.М. *Способ и устройство определения координат источника радиоизлучения. Патент РФ № 2419106, G01S13/46.* Оpubл. 20.05.2011. Бюл. № 14.
- [3] Грешилов А.А. *Математические методы принятия решений.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014, 645 с. + CD.
- [4] Грешилов А.А. *Некорректные задачи цифровой обработки информации и сигналов.* Москва, Логос, 2009, 360 с.

- [5] Радзиевский В.Г., Уфаев В.Ф. Алгоритмы обнаружения и пеленгования совокупности частотно неразделимых радиосигналов. *Радиотехника*, 2005, № 9, с. 56–69.
- [6] Уфаев В.А., Виноградов А.Д., Маевский Ю.И., Уфаев Д.В. *Способ пеленгования источника радиосигнала. Патент РФ № 2263926*. Оpubл. 10.11.2005. Бюл. № 31.
- [7] Грешилов А.А. *Способ определения с повышенным быстродействием азимутального и угломестного пеленгов источника радиоизлучения и начальной фазы его сигнала. Патент РФ № 2539649, МПК G01S 5/04 (2006.01)*. Оpubл. 20.01.2015. Бюл. № 2.
- [8] Денисов В.П., Дубинин Д.В. *Фазовые радиопеленгаторы*. Томск, ТГУ систем управления и радиоэлектроники, 2002, 251 с.
- [9] Рембовский А.М., Ашихмин А.В., Козьмин В.А. *Радиомониторинг: задачи, методы, средства*. Рембовский А.М., ред. Москва, Горячая линия — Телеком, 2006, 492 с.

Статья поступила в редакцию 31.03.2015

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Грешилов А.А. Способ определения интервальных оценок пеленгов и координат источника радиоизлучения. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2015, вып. 2. URL: <http://engjournal.ru/catalog/arise/itae/1372.html>

**Грешилов Анатолий Антонович** родился в 1939 г., окончил Московский инженерно-физический институт в 1964 г. Д-р техн. наук, профессор кафедры «Вышая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 200 научных работ, в том числе более 30 монографий, 30 авторских свидетельств и патентов в области разработки математических методов учета неопределенности исходной информации в задачах математической физики, распознавания образов, прогнозирования и в других технических приложениях. e-mail: [agresh@mail.ru](mailto:agresh@mail.ru)

## A method for determining interval estimations of bearings and coordinates of the radio source

© A.A. Greshilov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

*Radiogoniometry (direction radio) is widely used in aviation and in the Navy as a means of air and sea navigation, in military affairs, in determining the provisions of satellites, spacecraft, etc. The article describes a method for determining coordinates of the radio source and bearings when receiving a radio radiation source (SRE) using a nonlinear (including annular) antenna system (AS), an arbitrary shape consisting of poorly directed and directional elements (vibrators), and other methods of determining direction, for example based on the Doppler effect, radio imaging, and others. Multistage registration system, as featured on the ground, on aircraft is used. Improvement of the accuracy and reduction of the time to determine the origin of the radio source is achieved by using in determining the bearing of radio sources (SRE), a universal formula describing the complex envelope outputs of the AU, which allows us to obtain explicit expressions to calculate the amplitude and initial phase of the bearing signals. The collected values of bearings from different devices detect the signal of SRE using the methods of confluent analysis obtained equations of the lines in the plane and in space, the intersection of which determines the coordinates of the point estimates of the radiation source. For estimates of bearings and coordinates of the radiation source we obtained covariance matrix scattering estimates obtained from an ellipse or ellipsoid scattering unknown quantities.*

**Keywords:** bearing, antenna systems, source of radio emission, iterative process, the inverse matrix.

### REFERENCES

- [1] Bryzgalov A.P., Blandov S.S., Khnykin A.V., Fal'kov E.Ja. *Method of determining coordinates of radio-frequency source. Patent RU2339966, G01S5/00*. Published 27.11.2008. Bull. no. 33.
- [2] Ivanov Ju.V., Naumov A.S., Sajapin V.N., Smirnov P.L., Solomatin A.I., Terent'ev A.V., Tsarik O.V., Shepilov A.M. *Method and device for determining coordinates of radio-frequency radiation source. Patent RU2419106, G01S13/46*. Published 20.05.2011. Bull. no. 14.
- [3] Greshilov A.A. *Matematicheskie metody prinyatiya resheniy* [Mathematical methods of decision-making]. Moscow, BMSTU Publ., 2014, 645 p.
- [4] Greshilov A.A. *Nekorrektnye zadachi tsifrovoi obrabotki informatsii i signalov* [Ill-posed problems of information and signals digital processing]. Moscow, Logos, 2009, 360 p.
- [5] Radzievsky V.G., Ufaev V.F. *Radiotekhnika — Radioengineering*, 2005, no. 9, pp. 56–69.
- [6] Ufaev V.A., Vinogradov A.D., Maevskij Ju.I., Ufaev D.V. *Method of direction finding of radiosignal source. Patent RU2263926*. Published 10.11.2005. Bull. no. 31.
- [7] Greshilov A.A. *Method for high-speed determination of azimuth and elevation bearings of radio-frequency source and initial phase of signal thereof. Invention Patent RU2539649, MPK G01S 5/04 (2006.01)*. Published 20.01.2015. Bull. no. 2.

- [8] Denisov V.P., Dubinin D.V. *Fazovye radiopelengatory* [Phase radio direction finders]. Tomsk, TSU sistem upravleniya i radioelektroniki Publ., 2002, 251 p.
- [9] Rembovsky A.M., Ashikhmin A.V., Kozmin V.A. *Radiomonitoring: zadachi, metody, sredstva* [Radio monitoring: objectives, methods, tools]. Moscow, Goryachaya liniya – Telecom Publ., 2006, 492 p.

**Greshilov A.A.** (b. 1939) graduated from Moscow Engineering Physics Institute, Department of Experimental and Theoretical Physics in 1964. Dr. Sci. (Eng.), Professor. In 1964–1977 he took part in nuclear tests at Semipalatinsk and Novaya Zemlya proving grounds. In 1967–1968 he proposed and substantiated the method of measuring nuclear charges by gaseous fission products — isotopes of krypton and xenon. This method is in demand in our time for detection of illicit nuclear explosions. Greshilov A.A. is the winner of an international competition announced by the U.S. government in developing methods for detection of nuclear explosions conducted in secret. In 1968 he proposed an original method for measuring the activity of the isotope xenon-133 in natural mixtures by its characteristic X-ray radiation. In 1980s under his leadership there was developed a methodology of forecasting and calculating the five-year plan for the industry “communication”. He suggested methods of accounting errors of all input data (confluent analysis) when processing the results of observations and a number of methods for solving ill-posed problems. He is also the author of methods for determining bearings of radio emission in the passive direction finding, which reduced time response while simultaneously improving the accuracy of determining bearing. In recent years Greshilov A.A. pays great attention to writing books on mathematics with attached multimedia disks that can help students to solve problems outlined in his books. He is the author of over 200 scientific papers, including more than 30 monographs, 30 patents on developing mathematical methods of considering uncertainty of the initial information in mathematical physics, pattern recognition, forecasting, and other technical applications. e-mail: [agresh@mail.ru](mailto:agresh@mail.ru)