УДК 378.046.2

Е. А. Власова, С. И. Шишкина

АНАЛИЗ КОНТРОЛЬНО-ДИАГНОСТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ "ШАГ В БУДУЩЕЕ" ПО МАТЕМАТИКЕ В МГТУ ИМ. Н.Э. БАУМАНА

В статье представлена структура и содержание заданий по математике для школьников выпускных классов, предлагавшихся на Олимпиаде "Шаг в будущее" в МГТУ им. Н.Э. Баумана. Описаны критерии оценивания, приведена статистика результатов выполнения олимпиадных заданий участниками в последние годы.

E-mail: skupova189@yandex.ru, shish-bmstu@mail.ru

Ключевые слова: *олимпиада "Шаг в будущее", инженерное образование, критерии оценивания.*

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана проводит целенаправленную работу по набору абитуриентов из числа учащихся, нацеленных на получение образования по инженерно-техническому направлению, проявляющих интерес к научно-исследовательской деятельности и наиболее подготовленных и способных к освоению учебных программ ВУЗа. Задача формирования состава студентов первого курса, способных осваивать непростые образовательные программы, решается путем конкурсного отбора по результатам ЕГЭ, вступительных испытаний, проводимых МГТУ самостоятельно, а также по результатам участия школьников в системе предметных олимпиад по физике и математике разного уровня, олимпиады школьников "Шаг в будущее", проводимых МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Анализ успеваемости студентов, зачисленных по результатам олимпиад, беседы с победителями свидетельствуют о том, что участие школьников в интеллектуальных соревнованиях разного формата, олимпиадах и других контрольно-диагностических мероприятиях, поэтапно проводимых университетом в рамках функционирования системы "ВУЗ–средняя школа", играет важную образовательно-воспитательную роль в развитии школьников.

Олимпиада, как интеллектуальное соревнование школьников, мотивированных на деятельность в определенной предметной области, проводимая в ограниченных временных рамках, является как раз тем мероприятием, когда есть возможность оценить общий уровень готовности абитуриента к обучению в университете. Средством же или инструментом, который позволяет дифференцировать абитуриентов по степени подготовленности их к обучению в университете является олимпиадное задание. Содержание задания, его объем и состав задач, структурированы таким образом, чтобы по результатам выполнения такого задания можно было с приемлемой достоверностью судить о степени подготовки абитуриента и его умении творчески применять имеющиеся знания и навыки в жестких соревновательных и временных условиях.

Структура и содержание олимпиадных заданий по математике. Опыт проведения в МГТУ им. Н.Э. Баумана различных четырехчасовых контрольно-диагностических мероприятий — вступительных экзаменов, тестирований, олимпиад — показал, что десять разных и по трудности, и по тематике, и по назначению задач — объем задания, достаточный, чтобы уверенно судить о “профессиональном” портрете конкурсанта и установить его рейтинг.

В процессе подготовки олимпиад задачи разрабатываются и подбираются методической комиссией, а ее ответственные сотрудники формируют задания и комплекты заданий, содержание каждого из которых соответствует профилю олимпиады. Комплект формируется из шести параллельных вариантов заданий, что минимизирует возможность контактов участников олимпиады с одинаковыми номерами вариантов заданий в ходе проведения олимпиады. Варианты заданий каждого комплекта по своей структуре и сложности содержат одинаковое количество задач одинаковой сложности. Формирование вариантов заданий осуществляется на основе разработанной в университете модели оценивания трудности задач и вариантов заданий, а так же опыта специалистов-предметников. Демонстрационные (типовые) варианты обсуждаются методической комиссией и утверждаются ректором — председателем оргкомитета олимпиады.

В соответствии с целями олимпиады каждый вариант задания делится на три части по уровню сложности задач (например: с соотношением сложности 1,0; 1,25; 1,5). Задачам каждой из частей назначается определенный максимальный балл (например: 8, 10, 12) таким образом, чтобы сумма баллов, за полностью безупречно выполненное задание составляла 100. Такое деление предполагает наличие задач, одни из которых нацелены на выявление базовых теоретических знаний, навыков владения терминологией, понятийным аппаратом и стандартными алгоритмами; другие — на выявление комплексных предметных интеллектуальных умений применять для решения конкретных задач знания нескольких разделов школьной программы, а третий — на выявление общей эрудиции, степени ориентированности в теоретическом материале, логики мышления, способности анализировать ситуацию и находить подходы и верный путь решения в нестандартных случаях.

Каждый вариант олимпиадной работы по математике состоит из 10 заданий: четырех заданий первого уровня сложности, двух заданий второго и четырех задач третьего уровней сложности.

Все задания требуют от участников развернутого ответа, т.е. должно быть записано полное обоснованное решение задачи. Возможны различные способы решения и записи развернутого ответа. Главное требование – решение должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждений автора работы. В остальном (метод, форма записи) решение может быть произвольным. Полнота и обоснованность рассуждений оцениваются независимо от выбранного метода решения.

При решении задачи можно использовать без доказательств и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, допущенных или рекомендованных Министерством образования и науки РФ.

Задачи одного билета охватывают все основные разделы школьного курса математики.

Задачи первого уровня сложности требуют знания алгоритмов решения задач из одного или двух разделов математики. Для их решения требуются простые математические преобразования и вычисления. Это могут быть текстовые задачи: на движение, производительность, на пропорции и процентные отношения, на прогрессии; тригонометрические уравнения или системы уравнений, примеры на тождественные преобразования тригонометрических выражений; рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические уравнения, и их системы; задачи, связанные со свойствами геометрических фигур, в том числе, задачи по планиметрии и простейшие стереометрические задачи.

Задачи второго уровня сложности содержат рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические неравенства, смешанные неравенства и их системы; задачи, связанные с исследованием функций, проверяющие умение выполнять действия с функциями, строить их графики, использовать основные свойства элементарных функций, а именно, находить области определения и множества значений, учитывать непрерывность, монотонность.

Задачи третьего уровня сложности включают планиметрическую задачу на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей), проверяющую знания основных свойств и соотношений в треугольниках, четырехугольниках, многоугольниках, свойств окружностей и их касательных, умение выполнять геометрические построения. Здесь же предлагается задача на использование производной, которая проверяет умение выполнять действия с функциями, вычислять производные, использовать геометрический смысл производной, составлять уравнения касательных к графикам функций, находить экстремумы функций, наибольшие и наименьшие значения на отрезке и владеть основами аналитической геометрии (выполнять действия с координатами и векторами на плоскости). К этой группе относится и задача, которая требует умения решать алгебраические уравнения, неравенства или системы уравнений с параметрами при наличии ограничений на неизвестные. Решение этой задачи показывает уровень логического мышления участника, его способность находить выход из нестандартной ситуации. Последней задачей является задача по стереометрии. Для ее решения необходимо владеть методикой построения стереометрических чертежей и навыками применения теорем планиметрии и стереометрии для вычисления требуемых элементов. Успешное решение последней задачи показывает уровень пространственного воображения участника, необходимого будущему инженеру.

Ниже предлагается структура типового варианта по математике для 1 и 2 туров.

Задачи первого уровня сложности.

1. Текстовая задача одного из типов: на движение, на работу, на проценты (8 баллов).

2. Задача, связанная со свойствами арифметической или геометрической прогрессии (8 баллов).

3. Показательное или логарифмическое уравнение (8 баллов).

4. Тригонометрическое уравнение с ограничениями на корни (выбор корней из отрезка, уравнение, содержащее радикалы, модули...) (8 баллов).

Задачи второго уровня сложности.

5. Рациональное или иррациональное неравенство (10 баллов).

6. Неравенство (рациональное, иррациональное, показательное, логарифмическое, смешанного типа), система неравенств или неравенства, возникающие при нахождении области определения или множества значений функции (10 баллов)

Задачи третьего уровня сложности.

7. Задача по планиметрии (12 баллов).

8. Задача, связанные с исследованием функций: нахождение области определения, множества значений функции, экстремумов функций, наибольших и наименьших значений на отрезке, составление уравнений касательных к графику функции, использование метода координат (12 баллов).

9. Уравнение, неравенство или система уравнений, неравенств с параметрами (12 баллов).

10. Стереометрическая задача (12 баллов).

Каждое конкурсное испытание проводится в два тура. Первый этап академического соревнования организуется в очной и заочной форме и (или) с применением дистанционных образовательных технологий в период с 1 сентября по 31 января. По результатам первого тура академического соревнования базовые организации Олимпиады рекомендуют участников, показавших высокие результаты, к участию во втором туре академического соревнования.

Второй (заключительный этап) академического соревнования организуется только в очной форме в виде выполнения заданий по общеобразовательным предметам физике и математике и/или комплексам предметов с 1 февраля по 31 марта в городе Москве, а также в других городах Российской Федерации с участием базовых организаций и ВУЗов-партнеров Олимпиады.

На выполнение работы отводится 4 часа (240 минут).

Описание заданий и критерии их оценки. Первая задача в контрольно-диагностических материалах (КДМ) является текстовой задачей. Эта задача проверяет умение строить и исследовать простейшие математические модели, решать уравнения или системы уравнений, выполнять вычисления без использования калькулятора. Умение решать текстовые задачи, т.е. умение применять полученные математические знания при решении практических задач прикладного характера является очень важным критерием при отборе выпускников на инженерные специальности.

Максимальный балл за решение задачи № 1 равен 8 баллам, возможные баллы: 0, 2, 4, 6, 8. На рис. 1 представлена гистограмма распределения баллов за задачу № 1 на заключительных турах олимпиад по математике в 2010 и 2011 гг. Как видно, результаты почти одинаковы.

Вторая задача в КДМ является задачей на арифметическую или геометрическую прогрессию. Эта задача проверяет знание свойств арифметической или геометрической прогрессии, формул для вычисления общего члена прогрессии, суммы n первых членов прогрессии,

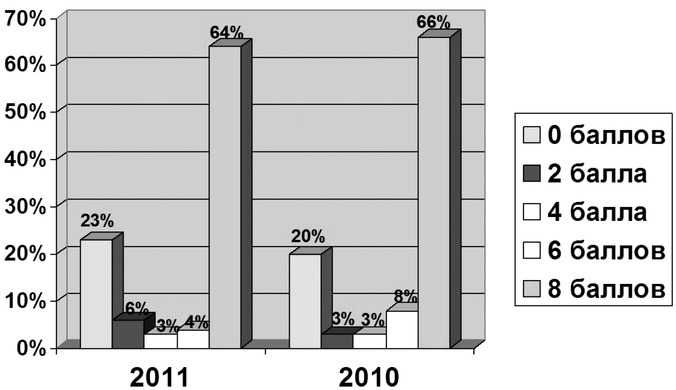

Рис. 1. Гистограмма распределения баллов за задачу № 1 (текстовая задача)

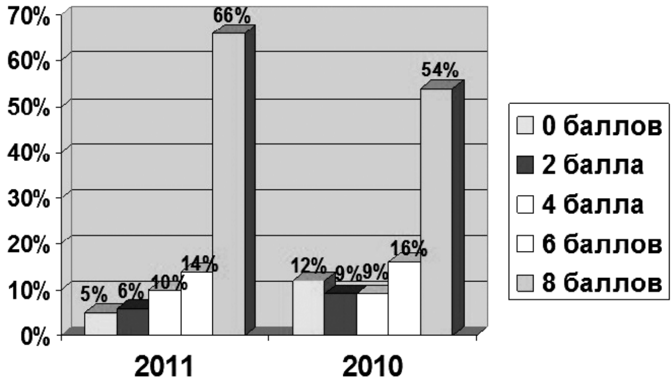

Рис. 2. Гистограмма распределения баллов за задачу № 2 (прогрессия)

умение составить и решить систему уравнений, позволяющую найти параметры, определяющие арифметическую или геометрическую прогрессию, выполнять вычисления без использования калькулятора. Арифметическая и геометрическая прогрессии является частными случаями числовой последовательности, с изучения которой начинается освоение дисциплины “Математический анализ” в 1 семестре на всех факультетах университета. Поэтому важно, чтобы будущие студенты нашего вуза без труда справлялись с задачами такого типа.

Максимальный балл за решение задачи № 2 равен 8 баллам, возможные баллы: 0, 2, 4, 6, 8. На рис. 2 представлена гистограмма распределения баллов за задачу № 2 на заключительных турах олимпиад по математике в 2010 и 2011 гг. Количество абитуриентов, получивших за эту задачу “0”, уменьшилось более, чем в два раза, и более, чем на 10 % увеличилось число участников олимпиады, решивших эту задачу абсолютно правильно.

Третья задача проверяет умение решать показательные и логарифмические уравнения, знание свойств показательных и логарифмических функций, выполнять алгебраические преобразования, выполнять вычисления без использования калькулятора. Необходимо знать свойства степеней и логарифмов, выполнять преобразования со степенями и логарифмами, учитывать области определения и значений рассматриваемых функций. Такие знания являются базовыми, без них успешная учеба на первом курсе технического университета не возможна.

Максимальный балл за решение задачи № 3 равен 8 баллам, возможные баллы: 0, 2, 4, 6, 8. На рис. 3 представлена гистограмма распределения баллов за задачу № 3 на заключительных турах олимпиад по математике в 2010 и 2011 гг. Опять же наблюдается тенденция в сторону улучшение качества знаний участников. Количество абитуриентов, получивших за эту задачу “0”, уменьшилось более, чем в два раза, и на 24 % увеличилось число участников олимпиады, решивших эту задачу абсолютно правильно.

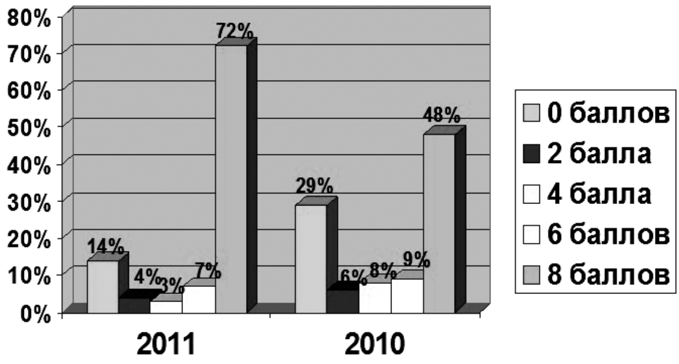

Рис. 3. Гистограмма распределения баллов за задачу № 3 (показательные, логарифмические уравнения)

Четвертая задача в КДМ является задачей на решение тригонометрического уравнения с ограничениями на решения, которые возникают в процессе избавления от иррациональности. Эта задача проверяет знание свойств тригонометрических функций, формул тригонометрических преобразований, специфику нахождения корней тригонометрических уравнений и умение работать с иррациональными выражениями. Задача проверяет учебный материал курсов алгебры 9 класса и алгебры начала анализа 10 класса. Поскольку в инженерных расчетах часто используются тригонометрические выражения, то умение правильно решать такого рода задачи становится особенно важным для выпускников, которые хотят учиться в технических вузах.

Максимальный балл за решение задачи № 4 равен 8 баллам, возможные баллы: 0, 2, 4, 6, 8. На рис. 4 представлена гистограмма распределения баллов за задачу № 4 на заключительных турах олимпиад по математике в 2010 и 2011 гг. Здесь, на первый взгляд, видна обратная картина. Однако это объясняется объективными причинами. В 2011 г. участникам олимпиады была предложена более сложная задача. Некоторые особенности решения не были учтены абитуриентами, что не дало им возможности получить максимальный балл. Число участников, получивших “6” и “8” баллов за задачу № 4, в 2010 и 2011 гг. оказалось одинаковым — 60 %. Число участников, получивших “0” и “2” балла, в 2011 г. сократилось на 5 %.

Пятая задача в КДМ является задачей на решение неравенств. Эта задача проверяет умение решать смешанные неравенства, рациональные и иррациональные, включающие показательные, логарифмические, тригонометрические функции, учитывать область определения и множество значений этих функций. Эта задача более высокого уровня сложности по сравнению с предыдущими задачами.

Максимальный балл за решение задачи № 5 равен 10 баллам, возможные баллы: 0, 2, 5, 8, 10. На рис. 5 представлена гистограмма

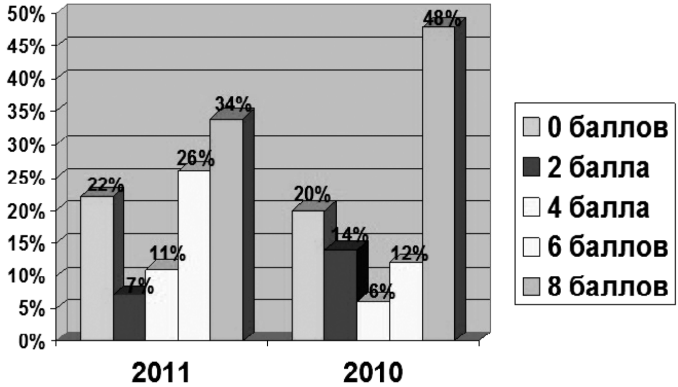

Рис. 4. Гистограмма распределения баллов за задачу № 4 (тригонометрия)

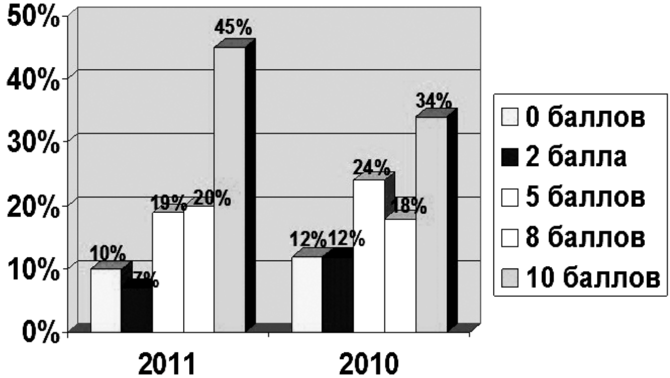

Рис. 5. Гистограмма распределения баллов за задачу № 5 (неравенство)

распределения баллов за задачу № 5 на заключительных турах олимпиад по математике в 2010 и 2011 гг. Более чем на 10 % увеличилось в 2011 г. число участников, получивших максимальный балл за эту задачу. Необходимо отметить, что для выпускника средней школы задачи, связанные с неравенствами, всегда вызывали определенные трудности. Наличие такой задачи в группе “С” ЕГЭ по математике (задача С3) заставляет и учителей средней школы уделять больше внимания неравенствам при подготовке учащихся к выпускным экзаменам.

Шестая задача в КДМ является задачей на знание свойств основных элементарных функций. Эта задача проверяет умение выполнять действия с функциями, строить их графики, использовать основные свойства элементарных функций, а именно, области определения и множества значений, непрерывности, монотонности. Именно эти знания позволят будущему студенту взять хороший старт в учебе на 1 курсе.

Максимальный балл за решение задачи № 6 равен 10 баллам, возможные баллы: 0, 2, 5, 8, 10. На рис. 6 представлена гистограмма распределения баллов за задачу № 6 на заключительных турах олим-

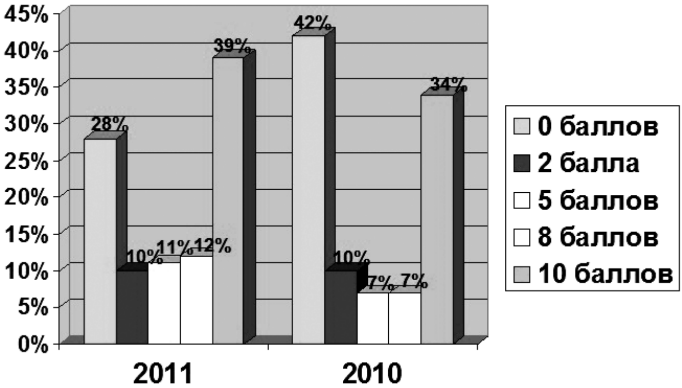

Рис. 6. Гистограмма распределения баллов за задачу № 6 (свойства функций)

пиад по математике в 2010 и 2011 гг. Здесь тоже необходимо отметить некоторое улучшение ситуации. Это связано еще и с тем, что профильные школы при МГТУ им. Н.Э. Баумана стали активно включать в программы подготовки выпускников задачи такого типа.

Седьмая задача в КДМ является планиметрической задачей на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей). Эта задача проверяет умение выполнять действия с геометрическими фигурами. Решение этой задачи проверяет знания основных свойств и соотношений в треугольниках, четырехугольниках, многоугольниках, свойств окружностей и их касательных, умение выполнять геометрические построения. Задание № 7 связано со свойствами окружности, решением прямоугольных треугольников, трапеций, соотношением геометрических фигур. Задача имеет высокий уровень сложности. Прикладная направленность геометрии, ее широкое использование в практической и научной деятельности инженера обязывают включать геометрические задания в КДМ олимпиад технических вузов.

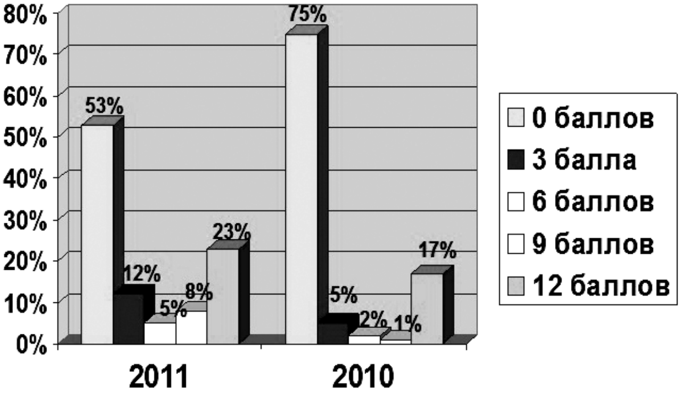

Рис. 7. Гистограмма распределения баллов за задачу № 7 (планиметрия)

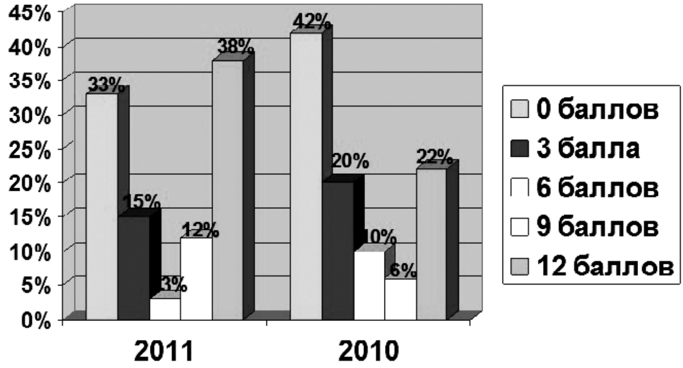

Рис. 8. Гистограмма распределения баллов за задачу № 8 (производная)

Максимальный балл за решение задачи № 7 равен 12 баллам, возможные баллы: 0, 3, 6, 9, 12. На рис. 7 представлена гистограмма распределения баллов за задачу № 7 на заключительных турах олимпиад по математике в 2010 и 2011 гг. Хотя благоприятная тенденция и сохраняется, общая ситуация со знаниями планиметрии в средней школе остается весьма плачевной. Расширение представительства геометрических задач в ГИА и ЕГЭ возможно немного исправит данное положение дел.

Восьмая задача в КДМ является задачей на использование производной. Эта задача проверяет умение выполнять действия с функциями, вычислять производные, использовать геометрический смысл производной, решать задачи на экстремум и владеть основами аналитической геометрии. Задача имеет высокий уровень сложности. Подготовка учащихся к решению задач данной тематики позволит успешно изучать на первом курсе не только упомянутую ранее дисциплину “Математический анализ”, но и “Аналитическую геометрию”.

Максимальный балл за решение задачи № 8 равен 12 баллам, возможные баллы: 0, 3, 6, 9, 12. На рис. 8 представлена гистограмма распределения баллов за задачу № 8 на заключительных турах олимпиад по математике в 2010 и 2011 гг. Здесь наблюдается та же самая положительная тенденция.

Девятая задача в КДМ является задачей на решение уравнений с параметрами и их систем. Эта задача проверяет умение логически и системно мыслить, носит творческий характер, проверяет способность найти верный ход решения в нестандартной ситуации. Задача имеет высокий уровень сложности, ее решение требует свободного владения материалами курсов алгебры и геометрии 7–9 классов и начала анализа 10–11 классов.

Максимальный балл за решение задачи № 9 равен 12 баллам, возможные баллы: 0, 3, 6, 9, 12. На рис. 9 представлена гистограмма распределения баллов за задачу № 9 на заключительных турах олимпиад

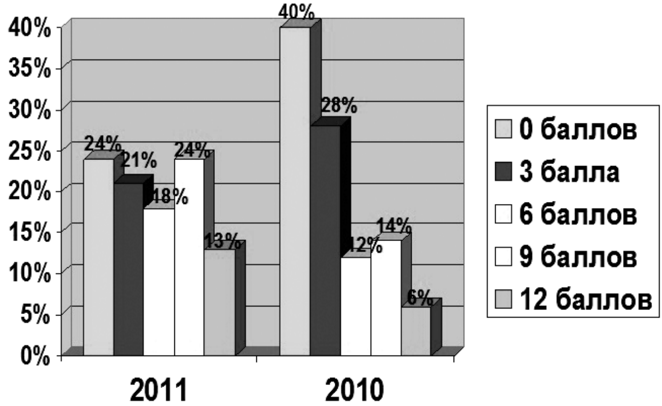

Рис. 9. Гистограмма распределения баллов за задачу № 9 (уравнения с параметрами)

по математике в 2010 и 2011 гг. Более чем в два раза увеличилось число участников, получивших максимальный балл, и почти во столько же уменьшилось число участников, получивших минимальный балл.

Десятая задача в КДМ является стереометрической задачей на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей). Решение этой задачи проверяет знания основных свойств и соотношений пространственных тел, многогранников, плоских фигур: треугольников, четырехугольников, умение выполнять геометрические построения Задача имеет высокий уровень сложности. Будущему инженеру важно иметь развитое пространственное воображение. Успешное освоение такого раздела школьной математики, как “Стереометрия”, поможет студенту на первом курсе успевать по дисциплинам “Инженерная графика” и “Начертательная геометрия”.

Максимальный балл за решение задачи № 10 равен 12 баллам, возможные баллы: 0, 3, 6, 9, 12. На рис. 10 представлена гистограмма распределения баллов за задачу № 10 на заключительных турах

Рис. 10. Гистограмма распределения баллов за задачу № 10 (стереометрия)

Рис. 11. Диаграмма средних баллов

олимпиад по математике в 2010 и 2011 гг. Как видно из гистограммы, ситуация остается стабильно отрицательной. Здесь нужно более плотно работать с профильными школами в направлении улучшения методического обеспечения, повышения квалификации учителей, более тесного общения преподавателей университета со школьниками, организации дистанционного обучения.

4. Заключение. В заключение приведем диаграмму средних баллов за каждую из 10 задач, предлагавшихся на заключительных турах олимпиад по математике для учащихся 11 классов в 2010 и 2011 гг. При имеющейся некоторой положительной тенденции в сторону улучшения качества знаний школьной математики участников олимпиады в 2011 г. по сравнению с 2010 г. стоит отметить крайне негативную ситуацию с положением геометрии в средней школе. На исправление такого положения в первую очередь и должна быть направлена довузовская подготовка и работа с профильными школами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Олимпиада школьников "Шаг в будущее". Демонстрационные варианты и задания для тренировки по физике и математике. Тематический сборник информационно-методических и образовательных материалов / Под. ред. Н.Я. Ирьянова. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. – 199 с.
2. Власова Е. А., Облакова Т. В. Учебное пособие для поступающих в вузы. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. – 303 с.

Статья поступила в редакцию 27.07.2012