

## Расчет обтекания деформируемого тонкого крыла конечного размаха

© В.Г. Богомолов, А.А. Федотов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*Построена гидродинамическая модель деформируемого хвостового плавника, работающего в режиме равномерного прямолинейного движения. Получены зависимости коэффициента силы тяги и гидродинамического коэффициента полезного действия от частоты колебаний и положения оси угловых колебаний. Исследовано влияние деформации концов модели хвостового плавника на его гидродинамические характеристики.*

**Ключевые слова:** несущая поверхность, свободная вихревая поверхность, тонкое деформируемое крыло, модель хвостового плавника, коэффициент силы тяги, гидродинамический коэффициент полезного действия.

**Введение.** В работах [1, 2] построена гидродинамическая модель хвостового плавника дельфина. Хвостовой плавник моделируется недеформируемым плоским крылом. Параметры модели были выбраны в соответствии с данными натурных наблюдений [2–6]. В работах [1, 2] показано, что построенная модель удовлетворительно описывает имеющиеся экспериментальные данные о плавании дельфинов. Наблюдения, однако, показывают, что хвостовой плавник дельфина может достаточно сильно деформироваться. В опыте с извлеченным из воды живым дельфином выровненный горизонтально хвостовой плавник был подвергнут нагрузке. Снизу на плавник накладывался широкий ремень, который с силой 50 Н натягивался вверх динамометром. При этом плавник деформировался так, что его средняя часть оставалась ровной, плоской и весьма упругой, а концы по размаху (примерно по 1/3 полуразмаха плавника от концов) были резко загнуты вверх. Естественно предположить, что подобные деформации хвостовые плавники дельфинов могут испытывать и при плавании.

Из анализа экспериментальных данных [3–6] следует, что задачу об обтекании хвостового плавника дельфина можно сформулировать как задачу о нестационарном обтекании потоком идеальной несжимаемой жидкости изолированного крыла конечного размаха, совершающего колебания с конечной амплитудой. Далее исследуется режим равномерного прямолинейного движения дельфина. Так назван способ плавания, при котором дельфин совершает хвостовым плавником — своим главным движительным органом — перпендикуляр-

ные направлению основного движения периодические колебания с амплитудами порядка поперечных размеров своего тела. При этом центр масс тела дельфина практически движется равномерно и прямолинейно. Траектория движения точки развилки хвостового плавника близка к синусоиде [5].

**Закон движения модели хвостового плавника.** Введем в рассмотрение неподвижную прямоугольную декартову систему координат  $x^1, x^2, x^3$ . Поток на бесконечности будем считать однородным с постоянным вектором скорости  $\vec{V}_\infty$ , параллельным оси  $x^1$  и направленным в положительную сторону этой оси. Хвостовой плавник дельфина будем моделировать тонким недеформируемым плоским крылом прямоугольной формы в плане (крыло 1) и тонким деформируемым крылом (крыло 2).

Полагаем, что крыло 1 совершает периодические угловые колебания вокруг горизонтальной оси, фиксированной в плоскости крыла параллельно прямолинейной задней кромке. В свою очередь ось угловых колебаний, расположенная поперек направления основного движения, совершает вертикальные гармонические колебания, оставаясь параллельной самой себе. Движение крыла удобнее описать в системе координат  $x'^1, x'^2, x'^3$  (рис. 1), в которой жидкость на бесконечности покоится и оси которой параллельны соответствующим осям системы  $x^1, x^2, x^3$ .

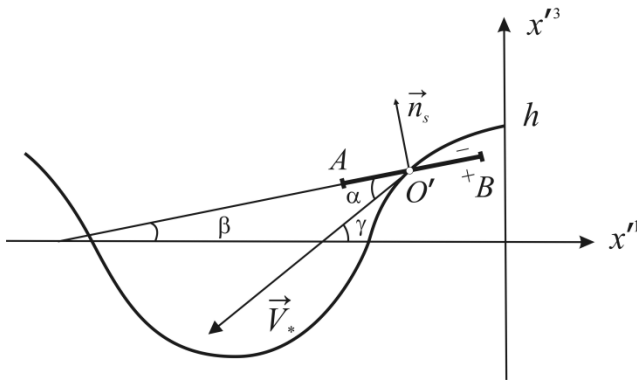


Рис. 1. Крыло 1 в системе координат  $Ox'^1x'^2x'^3$

Ось угловых колебаний, параллельная оси  $x'^2$ , движется вдоль вертикальной оси по гармоническому закону  $x'^3 = h \cos(\omega t)$ , а вдоль горизонтальной оси — по закону  $x'^1 = -t$ . Крыло проецируется на плоскость  $x'^1x'^3$  только корневой хордой  $AB$ , ось угловых колебаний — точкой  $O'$ . Таким образом, положение крыла в каждый мо-

мент времени определяется положением оси угловых колебаний и углом наклона хорды  $AB$  к оси  $x^1$  — углом  $\beta$ . Угол атаки крыла  $\alpha$  определяется как угол между вектором мгновенной скорости оси угловых колебаний  $\vec{V}_*$  и хордой крыла  $AB$ , а угол  $\gamma$  — это угол между вектором  $\vec{V}_*$  и осью  $x^1$ .

Уравнения движения крыла в системе координат  $x^1, x^2, x^3$  в безразмерной форме имеют вид

$$\begin{aligned}x_s^1 &= (a_s^1 - b_0) \cos \beta(t) + b_0, \\x_s^2 &= l a_s^2, \\x_s^3 &= (a_s^1 - b_0) \sin \beta(t) + h \cos(\omega t),\end{aligned}\tag{1}$$

где

$$\begin{aligned}0 \leq a_s^1 \leq 1; \quad -1 \leq a_s^2 \leq 1; \quad 0 \leq b_0 \leq 1,5; \\l = 2, \quad h = 1,0; \quad 0,2 \leq \omega \leq 1,5; \\\beta(t) = \gamma(t) - \alpha(t),\end{aligned}$$

причем

$$\begin{aligned}\gamma(t) &= \arctg(\omega h \sin(\omega t)); \\\alpha(t) &= \alpha_0 \sin(\omega t), \quad \alpha_0 = 10^\circ.\end{aligned}$$

Здесь  $a_s^1, a_s^2$  — лангранжевы координаты точек крыла,  $b_0$  — положение оси угловых колебаний — расстояние от передней кромки корневого сечения крыла до оси угловых колебаний ( $b_0$  положительное, если ось угловых колебаний находится сзади передней кромки),  $l$  — полуразмах крыла,  $h$  — амплитуда вертикальных колебаний оси угловых колебаний,  $\omega$  — частота вертикальных колебаний и частота изменения угла атаки,  $\alpha_0$  — амплитуда изменения угла атаки.

Значения параметров крыла и диапазоны их изменения установлены в результате обработки экспериментальных данных работ [3–6].

Крыло 2 имеет недеформируемую среднюю часть, закон движения которой в точности совпадает с законом движения крыла 1, и две симметрично расположенные относительно центрального сечения крыла  $x^2 = 0$  деформируемые части (по 1/3 полуразмаха  $l$  от каждого конца крыла по размаху).

Ограничимся описанием движения правой половины крыла, поскольку рассматриваются симметричные относительно плоскости  $x^2 = 0$  движения моделей хвостового плавника.

Уравнения движения недеформируемой части правой половины крыла 2 представлены формулами (1) при изменении лагранжевой координаты  $a_s^2$  от 0 до  $a_0^2$ ,  $a_0^2 = 2/3$ . Параметр  $a_0^2$  — лагранжева координата сечения крыла 2, отделяющая недеформируемую часть крыла от деформируемой.

Уравнения движения деформируемой части правой половины крыла 2 в безразмерной форме записываются в виде

$$\begin{aligned} x_s^1 &= (a_s^1 - b_0) \cos \beta(t) + b_0 - r(t) \left[ 1 - \cos \varphi(a_s^2, t) \right] \sin \beta(t), \\ x_s^2 &= r(t) \sin \varphi(a_s^2, t) + a_0^2, \\ x_s^3 &= (a_s^1 - b_0) \sin \beta(t) + h \cos(\omega t) + r(t) \left[ 1 - \cos \varphi(a_s^2, t) \right] \cos \beta(t), \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$0 \leq a_s^1 \leq 1; \quad a_0^2 \leq a_s^2 \leq 1; \quad a_0^2 = 2/3;$$

$$\beta(t) = \gamma(t) - \alpha(t);$$

$$\varphi(a_s^2, t) = \tilde{\varphi}(t) \frac{a_s^2 - a_0^2}{1 - a_0^2}; \quad r(t) = \frac{r_0}{\sin(\omega t)},$$

причем

$$\gamma(t) = \arctg(\omega h \sin(\omega t)); \quad \alpha(t) = \alpha_0 \sin(\omega t);$$

$$\tilde{\varphi}(t) = \varphi_0 \sin(\omega t), \quad \varphi_0 = 1, \quad r_0 \varphi_0 = l(1 - a_0^2), \quad l = 2.$$

Наряду с неподвижной системой координат введем в рассмотрение подвижную систему  $O'y^1y^2y^3$ , жестко связанную с крылом (рис. 2). Ось  $y^2$  параллельна оси  $x^2$ , ось  $y^1$  направлена вдоль корневой хорды  $AB$  (см. рис. 1), а начало системы координат  $O'y^1y^2y^3$  совпадает с точкой  $O'$  — проекцией оси угловых колебаний на плоскость  $x^2 = 0$ .

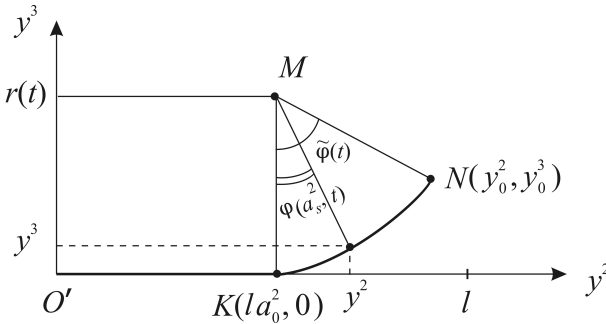


Рис. 2. Крыло 2 в системе координат  $O'y^1y^2y^3$

Крыло 2 движется так, что в любой момент времени  $t$  все сечения крыла  $a_s^1 = \text{const}$  (или  $y^1 = a_s^1 - b_0 = \text{const}$ ) испытывают одинаковые деформации.

Для примера на рис. 2 показано положение крыла 2 в сечении  $a_s^1 = b_0$  (или  $y^1 = 0$ ) в произвольный момент времени  $t$ .

Недеформируемая часть представляет собой отрезок ( $0 \leq y^2 \leq la_0^2, y^3 = 0$ ), а деформируемая часть — дугу  $KN$  окружности радиуса  $|r(t)|$  с центром в точке  $M(la_0^2, r(t))$ . Длина дуги  $KN$  равна  $r_0\varphi_0 = l(1 - a_0^2)$  и является постоянной, не зависящей от времени величиной. Координаты точек дуги  $KN$  задаются параметрически: изменяя параметр  $a_s^2$  от  $a_0^2$  до 1 получаем последовательно все точки дуги (при  $a_s^2 = a_0^2$  получаем координаты точки  $K$  — начала дуги  $KN$ , при  $a_s^2 = 1$  — координаты точки  $N$  — конца дуги  $KN$ ).

Система уравнений с соответствующими начальными и граничными условиями, описывающая обтекание крыла с заданным законом движения, и численный метод решения этой системы представлены в работе [2].

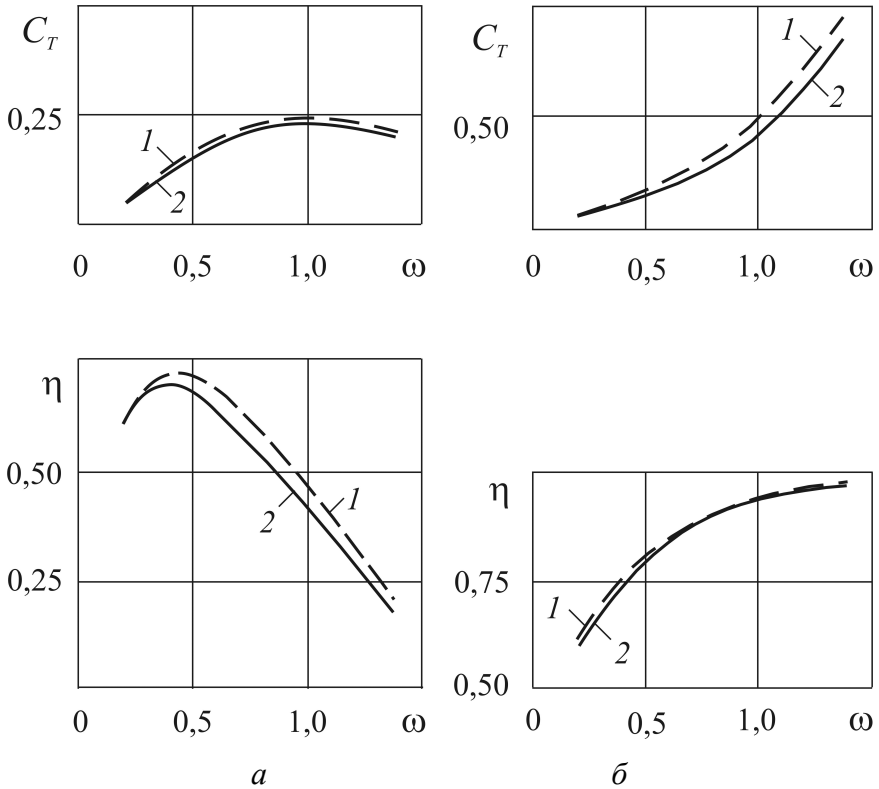
**Результаты расчетов.** В результате численного решения задачи определяются мгновенный  $C_{T_i}$  и средний  $C_T$  коэффициенты силы тяги, а также гидродинамический коэффициент полезного действия крыла  $\eta$ .

Коэффициент  $C_{T_i}$  определяется как отношение мгновенной силы тяги к значению  $\rho V_\infty^2 S / 2$ , где  $\rho$  — плотность жидкости, а  $S$  — площадь крыла. Усредненный по периоду коэффициент  $C_{T_i}$  равен коэффициенту  $C_T$ .

Гидродинамическим коэффициентом полезного действия  $\eta$  называется отношение средней полезной мощности, равной произведению усредненной по периоду силы тяги на скорость набегающего потока, к средней за период колебаний мощности, затрачиваемой на осуществление колебательного движения крыла.

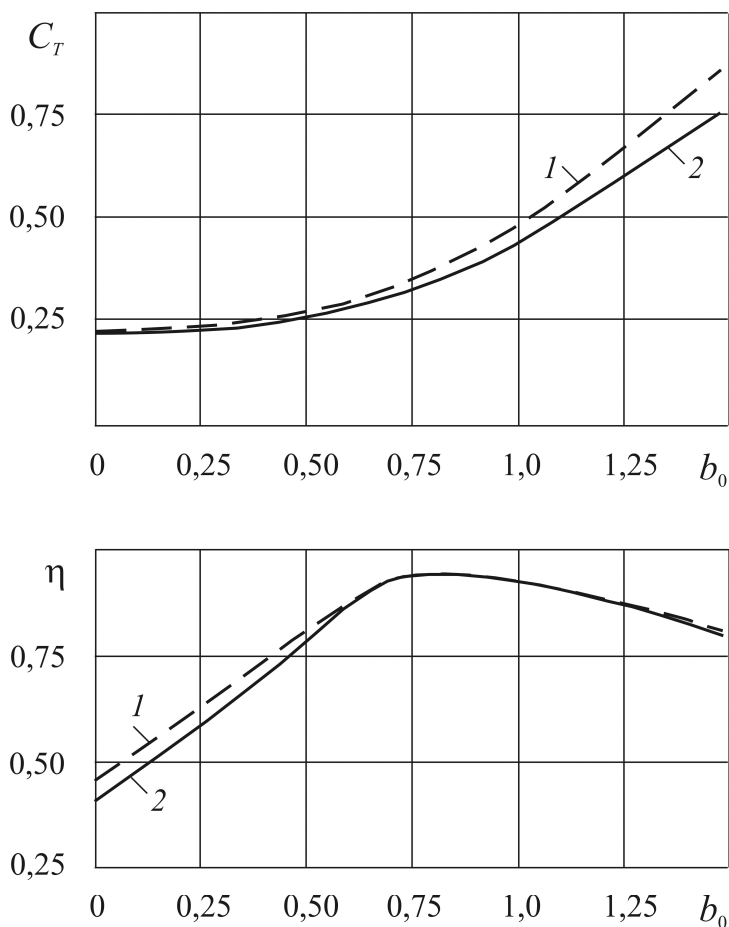
На рис. 3 приведены зависимости коэффициентов  $C_T$  и  $\eta$  от частоты колебаний  $\omega$  в случае, когда ось угловых колебаний проходит через точку передней ( $b_0 = 0$ ) и задней ( $b_0 = 1$ ) кромок корневого сечения крыла, а амплитуда колебаний  $h = 1, 0$ .

Сравнивая кривые на рис. 3, а и б, замечаем, что коэффициенты  $C_T$  и  $\eta$  крыльев 1 и 2 в случае  $b_0 = 0$  значительно меньше, чем в случае  $b_0 = 1$ .



**Рис. 3.** Зависимости коэффициентов  $C_T$  и  $\eta$  от частоты  $\omega$  при  $b_0 = 0$  (а) и  $b_0 = 1$  (б):  
1 — крыло 1; 2 — крыло 2

Для получения бóльших значений характеристик существенную роль играют положения оси угловых колебаний (рис. 4). Коэффициент силы тяги монотонно возрастает с увеличением, а гидродинамический коэффициент полезного действия при монотонно возрастает, достигает максимального значения при и монотонно убывает при (для крыльев 1 и 2).



**Рис. 4.** Зависимости коэффициентов  $C_T$  и  $\eta$  от параметра  $b_0$  при  $h = 1$  и  $\omega = 1$ :  
 1 — крыло 1; 2 — крыло 2

**Заключение.** Результаты расчетов, приведенные на рис. 3 и 4, показывают, что рассматриваемые деформации оказывают незначительное влияние на гидродинамические характеристики модели хвостового плавника. Следует отметить, что, хотя при движении крыла 2 и деформируются по  $1/3$  полуразмаха от концов вдоль размаха крыла, тем не менее максимальное отклонение точек крыла от плоскости недеформируемой части (см. рис. 2) составляет не больше  $1/6$  полуразмаха (или  $1/12$  размаха крыла). Экспериментальные данные, из которых следовало бы, что в режиме равномерного прямолинейного движения хвостовые плавники дельфинов испытывают сильные деформации, отсутствуют. Хотя в других режимах, например в режиме «стойки на хвосте» или «ходьбы во весь рост на хвосте», хвостовые плавники дельфинов, вероятно, испытывают значительные деформации.

Анализ результатов расчетов деформируемого крыла показывает, что они согласуются со следующим выводом, полученным ранее в [2] для жестких крыльев: дельфины при длительном равномерном движении используют наиболее рациональный механизм плавания, при котором максимально возможная часть затрачиваемой на колебания хвостового плавника мощности расходуется на полезную работу по перемещению тела животного.

Таким образом, изучение механизма образования силы тяги в живой природе может служить одним из подходов к решению задач по созданию транспортных средств с колеблющимся крылом в качестве рабочего элемента.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (№ 13-08-00538).*

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Федотов А.А. Расчет вихревой структуры за крылом, работающим в режиме создания силы тяги. *Альманах современной науки и образования*, 2008, № 7, с. 225–229.
- [2] Крылов Д.А., Сидняев Н.И., Федотов А.А. Обтекание колеблющегося крыла потоком идеальной несжимаемой жидкости. *Тр. МГТУ им. Н.Э. Баумана*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013, № 608, с. 74–92.
- [3] Романенко Е.В. *Гидродинамика рыб и дельфинов*. Москва, Изд-во КМК, 2001, 412 с.
- [4] Романенко Е.В. Гидродинамика дельфинов. *Вестник РФФИ*, 2004, № 3 (37), с. 5–23.
- [5] Романенко Е.В., Пушков С.Г. Гидродинамика дельфинов, рыб и ластоногих. *Сб. науч. тр. «Фундаментальная и прикладная гидрофизика»*, 2008, № 2, с. 13–28.
- [6] Romanenko E.V. *Fish and Dolphin Swimming*. Sofia, Pensoft Publishers, 2002, 430 p.

Статья поступила в редакцию 10.12.2014

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Богомолов В.Г., Федотов А.А. Расчет обтекания деформируемого тонкого крыла конечного размаха. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2015, вып. 2. URL: <http://engjournal.ru/catalog/arise/ahttp/1364.html>

**Богомолов Владимир Георгиевич** окончил МГУ им. М.В. Ломоносова в 1979 г. Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 38 научных работ в области прикладной математики и механики. e-mail: bogomovg@yandex.ru

**Федотов Анатолий Александрович** окончил МГУ им. М.В. Ломоносова в 1977 г. Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 65 научных работ в области прикладной математики и механики. e-mail: le-tail@list.ru



## Calculation of flow around deformable thin wing of finite span

© V.G. Bogomolov, A.A. Fedotov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

*The article presents a developed hydrodynamic model of deformable caudal fin in steady motion. We obtained dependencies of thrust coefficient and hydrodynamic coefficient of efficiency on vibration frequency and position of the axis of angular oscillations. We have studied the influence of deformation of the ends of caudal fin model on its hydrodynamic properties. Analysis results are offered.*

**Keywords:** bearing surface, free vortex surface, deformable thin wing, steady motion, caudal fin model, thrust coefficient, hydrodynamic coefficient of efficiency.

### REFERENCES:

- [1] Fedotov A.A. *Almanakh sovremennoi nauki i obrazovaniya — Almanac of Modern Science and Education*, 2008, no. 7, pp. 225–229.
- [2] Krylov D.A., Sidnyaev N.I., Fedotov A.A. Obtekanie koleblyuschegosya kryla potokom ideal'noy neszhimaemoy zhidkosti [Flow of an ideal incompressible fluid around an oscillating wing] *Trudy MGTU im. N.E. Baumana* [Bauman Moscow State Technical University Proceedings], 2013, no. 608. pp. 74–92.
- [3] Romanenko E.V. *Gidrodinamika ryb i delfinov* [Hydrodynamics of fish and dolphin]. Moscow, KMK Publ., 2001, 412 p.
- [4] Romanenko E.V. *Gidrodinamika delfinov* [Hydrodynamics of fish and dolphin]. *Vestnik RFFI — RFBR Journal*, 2004, no. 3(37), pp. 5–23.
- [5] Romanenko E.V., Pushkov S.G. *Gidrodinamika delfinov, ryb i lastonogikh* [Hydrodynamics of dolphin, fish and pinnipeds]. *Collection of scientific papers «Fundamental and applied hydrophysics»*, 2008, no. 2, pp. 13–28.
- [6] Romanenko E.V. *Fish and Dolphin Swimming*. Sofia, Pensoft Publishers, 2002, 430 p.

**Bogomolov V.G.** (b. 1955), graduated from Lomonosov Moscow State University in 1979. Ph.D. (Phys.&Math.), Assoc. Professor of the Higher Mathematics Department of Bauman Moscow State Technical University. Author of 38 scientific papers in the field of applied mathematics and mechanics. Sphere of scientific interests: hydro elasticity problems, dynamics of shell constructions. e-mail: bogomovg@yandex.ru

**Fedotov A.A.**, graduated from Lomonosov Moscow State University in 1977. Ph.D. (Phys.&Math.), Assoc. Professor of the Higher Mathematics Department at Bauman Moscow State Technical University. Author of 65 scientific papers in the field of applied mathematics and mechanics. e-mail: le-tail@list.ru