

О задаче течения в донной области сверхзвуковых тел

© Н.М. Гордеева

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Представлены результаты исследования динамики движения и переноса энергии при сверхзвуковом течении в донной области. Показано, что течение в донной области существенно зависит от структуры пограничного слоя на участке между задней кромкой и точкой прилипания на осевой линии, в которой сходится пограничный слой, оторвавшийся от задней кромки. Исследовано влияние массоподвода газа в донную область с поверхности тела и дна и теплообмена в донной области. Получено решение задачи о ближнем следе за осесимметричным телом без учета рециркуляции на ограниченном расстоянии от кормовой части.

Ключевые слова: донная область, давление, пограничный слой, число Маха, сверхзвуковая скорость, циркуляционное течение, скачок уплотнения.

Введение. Исследования ламинарного течения в донной области за телами, летящими со сверхзвуковой скоростью, были начаты много лет назад — вначале с целью определить давление в донной области [1–3]. В последние годы эта задача снова привлекла внимание в связи с необходимостью вычислить параметры следа вниз по потоку от донной области. В частности, в случае тонких тел, около которых поток относительно холодный, результаты расчетов следа вниз по потоку от донной области значительно зависят от начальных условий [4–6]. Как видно на рис. 1, внешнее сверхзвуковое течение отделено от ядра течения с относительно низкой скоростью внутри донной области свободным струйным пограничным слоем 2, причем начальная толщина и структура этого слоя зависят от характера пограничного слоя, выросшего на теле. Разделяющая линия тока (*DSL*) начинается в точке отрыва и является внутренней границей течения, возникшего выше по потоку (из выросшего на теле пограничного слоя). Критическая линия тока (*SSL*) отделяет течение, которое проходит дальше вниз по потоку сквозь «горло» следа, от течения, которое поворачивает обратно и циркулирует в донной области. При отсутствии вдува газа в донную область линии *DSL* и *SSL* совпадают; при наличии вдува в донную область расход газа между линиями *DSL* и *SSL* соответствует расходу вдуваемого газа.

Анализ течения в донной области существенно упрощается, если использовать модель течения, предложенную Чэпменом [1–4], поскольку эта модель позволяет разделить всю область донного течения

на подобласти, найти решения для каждой подобласти и затем их совместить. Геометрию течения в донной области можно определить, если предположить, что струйный пограничный слой тонок и размеры области течения сжатия малы. Тогда полное давление на критической линии тока восстанавливается в задней критической точке и становится равным статическому давлению за хвостовым скачком (рассчитанному по параметрам невязкого течения). Используя эту модель, Чэпмен нашел решение для профилей скорости в отрывном струйном пограничном слое. Это решение справедливо, если отрывной струйный пограничный слой не имеет начальной толщины или если его длина достаточно велика и влияние начального распределения скорости пренебрежимо мало.

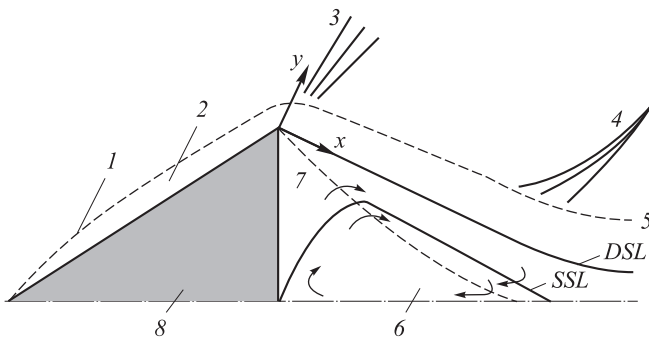


Рис. 1. Схема течения в донной области:

DSL — разделяющая линия тока; *SSL* — критическая линия тока; 1 — скачок уплотнения; 2 — пограничный слой; 3 — веер разрежения; 4 — хвостовой скачок; 5 — граница «горла»; 6 — зона циркуляционного течения; 7 — зона энерго-массообмена; 8 — осесимметричное тело

В работах [1, 5] представлены расчеты неавтономного отрывного струйного пограничного слоя методом конечных разностей в рамках модели Чэпмена с начальным распределением скоростей, соответствующим профилю Блазиуса. Используя некоторые предположения относительно профиля энтальпии, этот метод можно применить для определения параметров течения в донных областях за конусами и клиньями. В результате расчетов найдено, что длина струйного пограничного слоя от тела до «горла» слишком мала для того, чтобы установилось «чэпменовское» асимптотическое распределение скоростей поперек слоя. Эти результаты позволяют расширить метод анализа и включить в него расчет профилей полной энтальпии [1–3]. Предполагается, что число Льюиса и число Прандтля

равны единице ($Le = Pr = 1$). Кроме того, в соответствии с идеей модели Чэпмена предполагается, что отрывной струйный пограничный слой — это тонкая зона смешения между внешним течением и сильно заторможенным циркуляционным ядром со средней полной энтальпией H_c . Эта энтальпия постоянна, но вначале неизвестна. Позднее этот неизвестный параметр определяется как часть решения всей задачи. Для этого необходимо потребовать удовлетворения общих балансов массы и энергии для всей области донного течения.

В работе обобщены результаты нескольких исследований [6–8], проведенных на основе указанной модели течения. Эти исследования включали в себя:

1) расчеты профилей полной энтальпии, при этом начальные условия задавались решением Блазиуса для профиля скорости и интегральным соотношением Крокко для профилей энтальпии;

2) расчеты влияния резкого поворота потока в точке отрыва на последующие профили струйного отрывного пограничного слоя. При сверхзвуковом обтекании стенки с вогнутостью в сторону потока наблюдается резкое расширение с расходящимся веером прямолинейных характеристик. При обтекании угла более 180° образуется веер разрежения;

3) расчеты поля течения в циркуляционной зоне путем сопряжения потенциального потока с внутренней частью струйного пограничного слоя и оценку тепловых потоков в кормовую часть тела и их влияния на конфигурацию течения в донной области;

4) анализ влияния автотельного вдува на поверхности тела и вдува газа со стороны кормовой части тела на профили отрывного струйного пограничного слоя.

Эти исследования сводятся к заданию различных начальных условий для расчета отрывного струйного пограничного слоя или к различным изменениям в общих балансных соотношениях. Метод расчета представлен для общего случая, в котором учитываются все возможные изменения.

Динамические параметры конических тел вращения с учетом донного давления. Основным параметром, определяющим донное сопротивление конических тел вращения, является давление P в области ближнего следа непосредственно на поверхности донного среза. Его значения различны в разных точках донного среза [1–3]. Течение в донной части и связанные с ним аэродинамические нагрузки зависят также от вязкого поперечного обтекания передней части тела. На рис. 2 показаны зависимости коэффициента нормальной силы C_N и коэффициента статической устойчивости C_m от числа M при угле атаки α , близком к нулю.

Поперечное обтекание передней части тела вызывает утолщение пограничного слоя на подветренной стороне, при этом в пограничном слое возникает профиль скорости, характерный для отрывного течения [3–5]. Это происходит в результате влияния низкоэнергетического потока, стекающего с наветренной стороны. Профиль скорости в пограничном слое на наветренной стороне является более наполненным и более устойчивым по отношению к отрыву. В результате нестационарного трансзвукового течения на подветренной стороне и затягивания отрыва на наветренной стороне возникает отрицательная компонента нормальной силы, действующей на донную часть: $\Delta C_N < 0$. Два указанных противоположных эффекта изменяют свои относительные величины таким образом, что влияние следа становится определяющим при одних числах Маха [5, 6], а эффект поперечного обтекания передней части тела проявляется при других числах Маха (см. рис. 2).

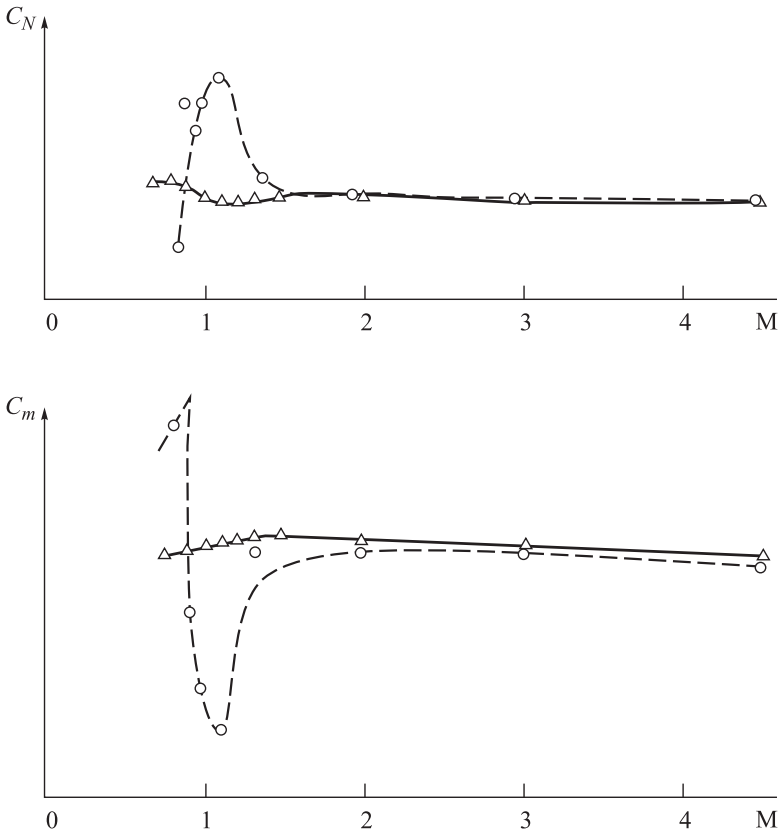


Рис. 2. Влияние выпуклой донной части модели на статические производные для тонкого конуса при угле атаки α , близком к нулю:
 Δ — плоская донная часть; \circ — осевая державка, выпуклая донная часть

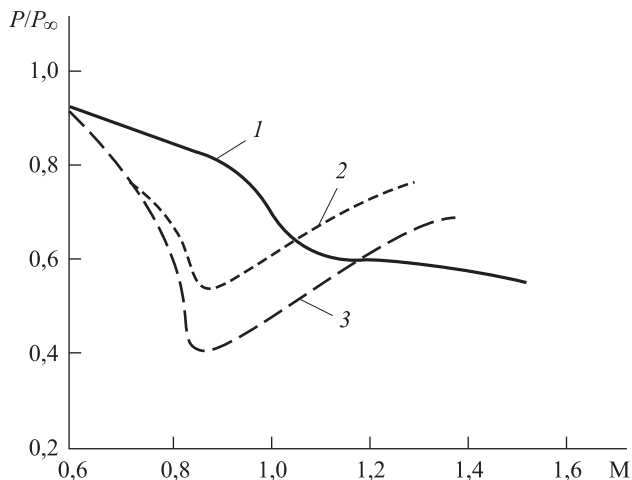


Рис. 3. Распределения давлений за конфигурацией типа «тонкий конус» при трансзвуковых скоростях и различных углах полураствора конуса β :

1 — $\beta = 10^\circ$; 2 — $\beta = 10^\circ$ (задняя кромка скруглена); 3 — $\beta = 15^\circ$

Резкое изменение аэродинамических характеристик модели с выпуклой донной частью в диапазоне значений $M = 0,8 \dots 1,2$, представленное на рис. 2, может быть объяснено следующим образом. На рис. 3 изображено, как изменяются с изменением числа Маха донное давление и минимальное давление на поверхности осесимметричного тела [1–3, 5] в зависимости от формы донной области и задней кромки. Градиент давления обуславливает отрыв потока перед донной частью [4], как это показано на рис. 3. Интенсивность хвостового скачка зависит от течения в следе из-за его влияния на донное давление.

На рис. 3 можно видеть, что минимум сжатия должен находиться между изломом и донной частью, когда число Маха немногим больше единицы ($M = 1,05$ для $\beta = 10^\circ$). Эта ситуация отражена в верхней правой части рис. 3 [5, 6]. В этом случае при отсутствии скачков на теле основная связь осуществляется через след. Влияние следа на течение вверх по потоку будет доминирующим, и можно ожидать, что донная часть с сильной выпуклостью будет оказывать стабилизирующее влияние. Это согласуется с данными, соответствующими сверхзвуковому режиму обтекания (см. рис. 3).

Необходимо отметить, что изменение донного давления, обусловленное изменением угла атаки, мало по сравнению с ростом давления, связанным со скачком. Таким образом, влияние возмущений, распространяющихся вверх по потоку от области сжатия в следе, будет мало и главный вклад в силу, действующую на выпуклую дон-

ную часть, будет определяться характером поперечного обтекания передней части тела. Следовательно, можно ожидать, что донная часть с сильно скругленными кромками будет оказывать дестабилизирующее воздействие, что и подтверждается результатами, представленными на рис. 4.

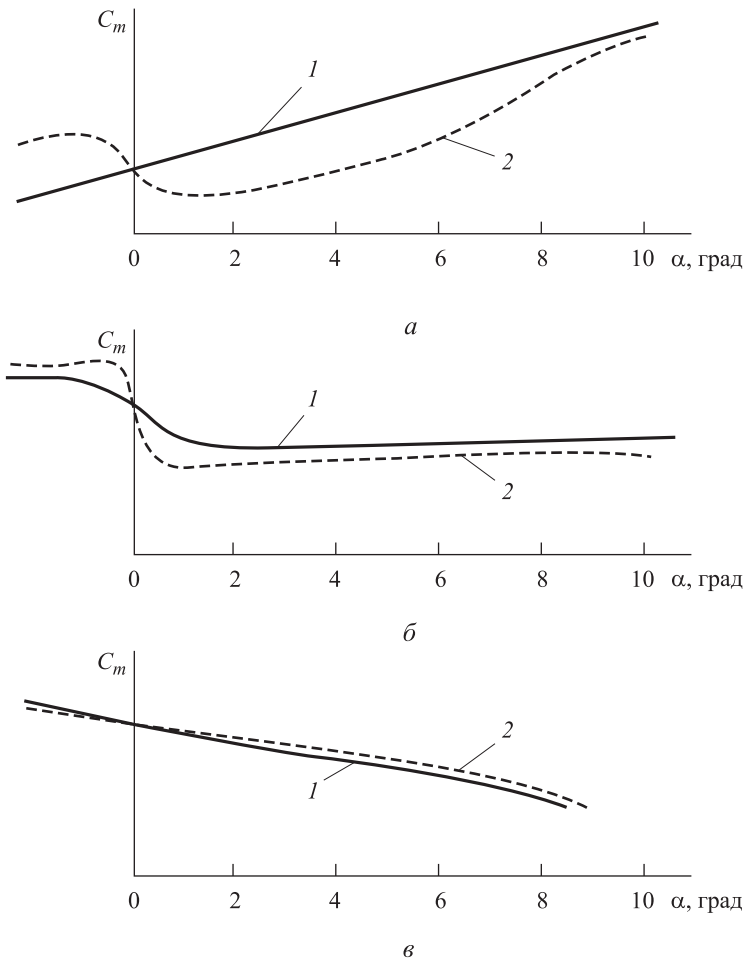


Рис. 4. Характеристики коэффициента статической устойчивости для тонкого конуса с сильно выпуклой донной частью (кривая 1) и с плоской донной частью (кривая 2) для различных чисел Маха: а — $M = 0,8$; б — $M = 1,1$; в — $M = 4,4$

Распределение скорости. Используем преобразование координат [1, 3] для получения системы уравнений газовой динамики в безразмерном виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right); \\ \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0; \\ \rho u \frac{\partial H_0}{\partial x} + \rho v \frac{\partial H_0}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial H_0}{\partial y} \right) + \left(\frac{1}{\text{Pr}} - 1 \right) \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial H}{\partial y} \right); \\ \rho H = 1; \mu = H^n, \end{array} \right. \quad (1)$$

где ρ — плотность среды; μ — вязкость среды; u и v — продольная и поперечная скорости; H — энтальпия; $H_0 = H + u^2/2$ — полная энтальпия.

Граничные условия на скорость будут иметь вид

$$u(0) = v(0) = 0; \quad u(\infty) = 1.$$

Граничные условия на температуру могут быть двух родов:

а) задана энтальпия на поверхности

$$H(0) = H_w; \quad H(\infty) = 1;$$

б) условие отсутствия теплоотдачи с поверхности модели (теплоизолированная стенка)

$$\frac{\partial H}{\partial y} = 0 \text{ при } y = 0; \quad H(\infty) = 1.$$

Преобразование координат имеет вид

$$\xi = \int_0^x \frac{P}{P_0} dx; \quad \eta = \int_0^y \frac{\rho}{\rho_0} dy, \quad (2)$$

где P_0 и ρ_0 — параметры торможения (P и ρ в выражениях (2) размерные).

Для нашей модели вместо P_0 и ρ_0 возьмем их значения на границе пограничного слоя, тогда преобразования Дородницына будут иметь вид

$$\xi = x; \quad \eta = \int_0^y \rho dy. \quad (3)$$

Перейдем в первом уравнении системы (1) к новым переменным с учетом уравнения состояния и закона для вязкости (последние два равенства в системе (1)). Получим

$$u \frac{\partial u}{\partial \xi} + \left(u \frac{\partial \eta}{\partial x} + \rho v \right) \frac{\partial u}{\partial \eta} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(H^{n-1} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right). \quad (4)$$

Уравнение неразрывности позволяет ввести функцию тока ψ , удовлетворяющую равенствам

$$\rho u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \eta}; \quad \rho v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{\partial \psi}{\partial \xi} - \frac{\partial \psi}{\partial x} u. \quad (5)$$

Обозначим

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial \eta}; \quad \tilde{v} = u \frac{\partial \eta}{\partial x} + \rho v = -\frac{\partial \psi}{\partial \xi}, \quad (6)$$

т. е. u и \tilde{v} удовлетворяют уравнению неразрывности. Тогда для $n = 1$ из (4) и (6) можно составить следующие уравнения:

$$u \frac{\partial u}{\partial \xi} + \tilde{v} \frac{\partial u}{\partial \eta} = \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2}; \quad \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} = 0. \quad (7)$$

По форме записи уравнения (7) совпадают с задачей Блазиуса, т. е. в переменных (x, H) распределение скорости будет соответствовать уже решенной задаче об обтекании плоской пластины несжимаемым потоком.

Интеграл Крокко. Рассмотрим теперь третье уравнение в системе (1). Для $\text{Pr} = 1$ оно примет вид

$$\rho u \frac{\partial H_0}{\partial x} + \rho v \frac{\partial H_0}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial H_0}{\partial y} \right). \quad (8)$$

Уравнение (8) по форме записи совпадает с первым уравнением системы (1). Из этого следует существование очевидного частного интеграла

$$H_0 = au + b. \quad (9)$$

Перейдя к безразмерной температуре T , получим

$$T = au + b - \frac{\gamma - 1}{2} M^2 u^2, \quad (10)$$

где M — число Маха на границе пограничного слоя.

Постоянные a и b определяются из граничных условий

$$T(0) = T_w; \quad T(\infty) = 1.$$

Подстановка констант в формулу (10) дает *интеграл Крокко* — квадратичную связь между температурой и скоростью:

$$T = T_w + \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 - T_w\right) u - \frac{\gamma - 1}{2} M^2 u^2. \quad (11)$$

Для теплоизолированной поверхности должно выполняться условие $\partial T / \partial \eta = 0$ при $y = 0$. Отсюда следует, что

$$T_w = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2.$$

Для течения газа с $Pr = 1$ температура теплоизолированной поверхности равна температуре торможения. Хорошее приближение для реальных газов дает *модифицированный интеграл Крокко*: температура теплоизолированной пластины в потоке реального газа

$$T = T_w + \left(1 + r \frac{\gamma - 1}{2} M^2 - T_w\right) u - r \frac{\gamma - 1}{2} M^2 u^2,$$

где r — коэффициент восстановления (для ламинарного течения $r = \sqrt{Pr}$, для турбулентного течения $r = \sqrt[3]{Pr}$).

В случае реального газа

$$T_w = 1 + r \frac{\gamma - 1}{2} M^2.$$

Интеграл Крокко (11) и распределение скорости Блазиуса позволяют восстановить в физических переменных профили скорости и температуры в пограничном слое для заданного числа Маха. Для этого сначала запишем распределение температуры в переменных Дородницына, подставив профиль Блазиуса $u(H)$ в выражение (11). Получим распределение $T(H)$. Затем вычислим интеграл, который следует из (3):

$$y = \int_0^{\eta} T d\eta.$$

Результаты вычисления дают связь переменных y и H , что позволяет выразить скорость в зависимости от физической координаты y , а затем с помощью выражения (11) получить зависимость $T(y)$.

Математическая модель и уравнения сохранения. Уравнения, описывающие течение в отрывном струйном пограничном слое, получены путем применения обычных в исследованиях сверхзвуковых потоков преобразований уравнений пограничного слоя. Предполагалось, что $\rho u = \text{const}$, $Le = Pr = 1$ и $dP/dx = 0$.

Для численных расчетов были использованы переменные Крокко, так что окончательно **уравнения для струйного пограничного слоя** имели следующий вид:

- уравнение движения

$$u^* \left(\partial F^* / \partial S^* \right) = F^{*2} \left(\partial^2 F^* / \partial u^{*2} \right); \quad (12)$$

- уравнение энергии

$$u^* \left(\partial H / \partial S^* \right) = F^{*2} \left(\partial^2 H / \partial u^{*2} \right). \quad (13)$$

Зависимыми переменными являются функция градиента скорости $F^*(S^*, u^*)$ и полная энтальпия $H(S^*, u^*)$. В уравнениях (12) и (13) использованы следующие обозначения:

$$u^* = u/u_e, \quad S^* = S/S_w, \quad F^* = FS_w^{1/2}.$$

Здесь $S = \int_0^1 C \rho_e u_e \mu_e r_0^{2k} dx$ (где $C = \rho \mu / (\rho_e \mu_e)$, индекс e означает, что величина относится к внешней границе вязкого слоя), $F = \partial u^* / \partial Y$ (где $Y = u_e r_0^{2k} \int_0^Y \rho dy$).

На внутренней границе слоя для (12) и (13) ставятся следующие граничные условия:

$$F^*(S^*, 0) = 0; \quad H(S^*, 0) = H_c \text{ (неизвестная энтальпия ядра).}$$

На внешней границе ставятся следующие граничные условия:

$$F^*(S^*, 1) = 0; \quad H(S^*, 1) = H_e.$$

Начальные условия определяются профилями градиента скорости и полной энтальпии в пограничном слое на теле [7, 8]. Предполагается, что профиль градиента скорости в пограничном слое на теле описывается решением Блазиуса, а профиль полной энтальпии — интегральным соотношением Крокко. Если влияние резкого поворота потока в точке отрыва пренебрежимо мало, то эти профили будут начальными профилями для отрывного струйного пограничного слоя.

Рассмотрим также случай, когда *профили пограничного слоя подвергаются искажениям в точке отрыва* в результате изоэнтропического расширения потока вдоль линий тока до давления, соответствующего давлению в донной области. В этом случае начальными профилями для струйного пограничного слоя будут немного измененные профили. Поскольку неизвестная энтальпия ядра H_c входит в граничные условия, численное решение находится несколько необычным способом. Сущность использованного метода заключается в том, что уравнения и граничные условия приводятся к такому виду,

при котором для численного решения задачи необязательно знать величину H_c . Это можно сделать, поскольку уравнение (12) не зависит от уравнения (13) и выражение (13) линейно по отношению к H . Следовательно, величину H можно заменить линейной комбинацией новых функций, зависящих от S^* и u^* , в которую константа H_c входит в качестве множителя. Эти новые функции $W(S^*, u^*)$ и $E(S^*, u^*)$ вводятся таким образом, что выполняется соотношение

$$H - H_e = (H_w - H_e)W + (H_c - H_e)E.$$

Тогда значение величины H может быть легко вычислено, если обе функции W и E удовлетворяют выражению (13) (при подстановке их вместо H) и выполняются следующие граничные и начальные условия:

$$W(S^*, 0) = W(S^*, 1) = E(S^*, 1) = 0;$$

$$E(S^*, 0) = 1;$$

$$W(0, u^*) = [(H - H_e) / (H_w - H_e)]_{S^*=0};$$

$$E(0, u^*) = 0.$$

В частности, если начальные условия заданы в виде интеграла Крокко, функция E переходит в величину $(1 - u^* - W)$. В этом случае начальное условие принимает вид $W(0, u^*) = 1 - u^*$.

Формулировка граничных условий. Особенность, существующая в точке отрыва из-за разрыва в граничных условиях на внутренней границе струйного пограничного слоя, создает некоторые трудности для начала численного решения. Эта особенность скорее математическая, чем физическая, поскольку основные уравнения неприменимы в окрестности этой точки. Эти трудности можно преодолеть, если искать решение в виде степенного ряда, справедливое вблизи точки разрыва (т. е. при малых S^*, u^*).

Например, если в качестве начального взят профиль Блазиуса при наличии автотельного вдува, то для профиля скорости вблизи стенки существует линейная связь между функцией градиента скорости F^* и скоростью u^* . Тогда подслон можно определить, используя граничные условия:

$$u^* = 0, \quad F^* = 0;$$

$$u^* \rightarrow \infty, \quad F^* \rightarrow F_w^* (1 + Bu^*),$$

после чего решение для подслоя выбирается в виде ряда

$$F^* = F_w^* \left\{ F^{(0)}(\xi) + F^{(1)}(\xi) B \left(3S^* F_w^{*2} \right)^{1/3} + \dots \right\}. \quad (14)$$

Здесь

$$\xi = u^* / \left(3S^* F_w^{*2} \right)^{1/3};$$

$$B = -[f(0)/f''(0)] = \dot{M}_w u_e / \tau_w,$$

где \dot{M}_w — массовый расход вдуваемого газа; τ_w — касательное напряжение на поверхности тела.

Выбор ξ в качестве независимой переменной определен решением, полученным в работе [7], в которой установлено, что в следе за плоской пластиной в несжимаемом потоке скорость изменяется пропорционально $x^{1/3}$.

После того как будет найдено решение в виде ряда, «переходные» профили можно совместить с оставшимися частями начальных профилей при малых значениях u^* и очень малых значениях параметра продольного расстояния S^* (при $S \approx 10^{-8}$). Таким образом, преодолеваются трудности отыскания начального решения. Далее решение продолжается с помощью неявного конечно-разностного метода [5].

Общий баланс энергии в донной области. Для того чтобы вывести уравнение для неизвестной энтальпии ядра H_c , необходимо потребовать выполнения общего баланса энергии для всей области донного течения. На рис. 5 изображена система контрольных поверхностей для случая отсутствия вдува газа в донную область. Обобщение этой системы на случай вдува газа в донную область сквозь кормовую часть тела не представляет трудностей.

Со стороны, расположенной вверх по потоку от донной области, эта система ограничена плоскостью кормового среза тела, со стороны, расположенной вниз по потоку от донной области, — «горлом» следа, а по бокам — трубкой тока ESL невязкого течения непосредственно вне струйного пограничного слоя. Масса газа (и связанная с ней энергия) входит внутрь контрольного объема со струйным пограничным слоем, оторвавшимся от тела, и покидает его со струйным слоем, проходящим вниз по потоку сквозь «горло» следа. При наличии вдува газа сквозь стенку кормовой части тела в область циркуляционного течения внутри области имеется дополнительный источник массы и энергии. Энергия уходит из контрольного объема также за счет поглощения тепла кормовой частью тела. Баланс энергии в этом случае можно записать так:

$$\left[- \int_{DSL}^{ESL} (H_e - H) \rho u (2\pi r_0)^k dy \right]_{\text{тело}} + [-(H_e - H_i) \dot{M}] =$$

$$= \left[- \int_{DSL}^{ESL} (H_e - H) \rho u (2\pi r_0)^k dy \right]_{\text{«горло»}} + Q_b. \quad (15)$$

Первое слагаемое левой части уравнения (15) представляет собой энергию, входящую с оторвавшимся от тела пограничным слоем, второе слагаемое — энергию, входящую в контрольный объем с вдуваемым в донную область газом. Первое слагаемое правой части уравнения (15) представляет собой энергию, уходящую сквозь «горло» следа, второе слагаемое — энергию, уходящую за счет излучения и за счет теплопроводности в донную часть.

Если применить интегральный баланс энергии к телу, то окажется, что первый интеграл в (15) равен Q_w , т. е. полному количеству теплоты, прошедшей сквозь поверхность тела вверх по потоку от кормового среза.

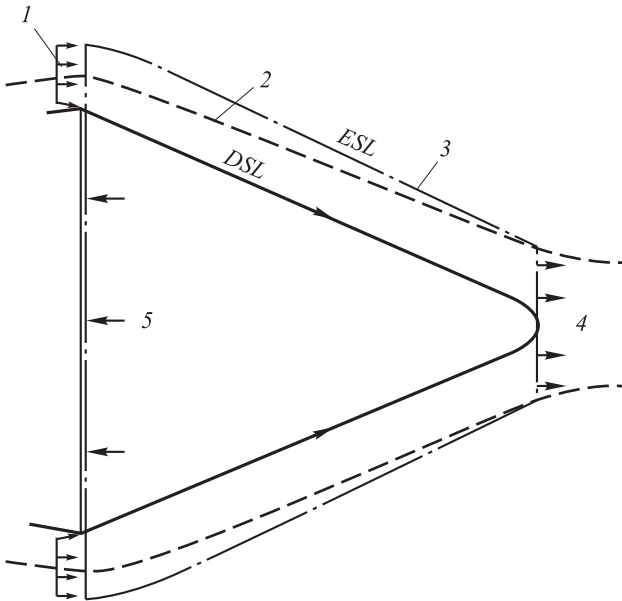


Рис. 5. Контрольные поверхности для баланса энергии:

ESL — линия тока невязкого течения вне вязкого слоя; *DSL* — разделяющая линия тока; 1 — энергия, втекающая вместе с потоком газа; 2 — граница струйного пограничного слоя; 3 — граница контрольной поверхности; 4 — энергия, покидающая объем вместе с газом; 5 — энергия, покидающая объем за счет теплопроводности донной части тела

После соответствующего преобразования системы координат в систему, которая использовалась для численных расчетов, уравнение (15) можно привести к виду

$$H_c = H_e - \frac{1}{L} \left[(H_e - H_w)(K - L) + \left(\frac{Q}{(2\pi)^k} - (H_e - H_i)\psi_s \right) / S_w^{1/2} \right],$$

где

$$K \equiv \left[\int_0^1 \frac{u^* (1-u^*)}{F^*} du^* \right]_{\text{тело}} ; \quad L \equiv \left[\int_{u_s^*}^1 \frac{u^* E}{F^*} du^* \right]_{\text{«горло»}} .$$

Функция тока ψ_s , соответствующая критической линии тока *SSL*, определяется из общего баланса массы и может быть выражена через расход газа M_w , вдуваемого в донную область, следующим соотношением:

$$\psi_s \equiv \int_{DSL}^{SSL} \rho u r_0^k dy = S_w^{1/2} \int_{u_d^*}^{u_s^*} \frac{u^*}{F^*} du^* = - \frac{\dot{M}_w}{(2\pi)^k} .$$

Следует отметить, что аналогичный метод анализа можно использовать для расчета профилей концентрации атомов и значений массовой концентрации атомных продуктов в области циркуляционного течения [6–8].

Выводы. В работе представлены качественные и количественные результаты исследования течения в донной области конических тел, расположенных под углом атаки в сверхзвуковых потоках. Получены распределения давлений по всей длине донной части и их эволюция в зависимости от угла атаки. Показано, что течение в донной части и связанные с ним аэродинамические нагрузки зависят также от вязкого поперечного обтекания тела.

Возможности улучшения теории течения в донной области в рамках описанного здесь анализа видятся в уточнении соотношений для свойств газа при расчете струйного пограничного слоя и в уточнении теории невязкого течения. Это особенно относится к применению теории при больших числах Маха и малых числах Рейнольдса. Исследования показывают, что область «горла» достаточно длинная, так что принятое в теории Чэпмена предположение о «резком изоэнтропическом сжатии» может оказаться достаточно грубым. Справедливость применения автомодельного решения в окрестности «горла» в осесимметричных потоках сомнительна, и вполне возможно, что при малых числах Рейнольдса следует учитывать другие эффекты (например, взаимодействие со сверхзвуковым потоком за счет увеличения толщины вытеснения). Следовательно, несмотря на то что бла-

годаря обобщению модели Чэпмена достигнут значительный прогресс, требуется более детальный анализ процессов в области сжатия и циркуляционном ядре для соответствующего описания ламинарного донного течения.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Сидняев Н.И. Учет влияния вязкостных эффектов на обтекание и аэродинамические характеристики комбинированных головных частей ракет. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2006, № 2 (63), с. 17–34.
- [2] Сидняев Н.И. Исследование влияния тепломассопереноса сферического наконечника на сверхзвуковое обтекание комбинированного тела вращения. *Известия вузов. Авиационная техника*, 2006, № 2, с. 32–36.
- [3] Sidnyaev N.I. Study of heat and mass transfer for hypersonic flow past a complex body of revolution. *Thermophysics and Aeromechanics*, 2006, vol. 13, no. 1, pp. 2–16.
- [4] Sidnyaev N.I. Pressure distribution along the surface of combined bodies streamlined by a hypersonic flow. *Technical Physics Letters*, 2006, vol. 32, no. 7, pp. 564–566.
- [5] Сидняев Н.И. Исследование влияния поддерживающих устройств на донное давление моделей сверхзвуковых летательных аппаратов. *Письма в журнал технической физики*, 2013, т. 39, № 8, с. 17–24.
- [6] Босняков С.М., Власенко В.В., Курсаков И.А., Михайлов С.В., Квест Ю. Задача интерференции оживального тела вращения с державкой аэродинамической трубы и особенности ее решения с использованием ЭВМ. *Ученые записки ЦАГИ*, 2011, № 3, с. 25–40.
- [7] Коваленко В.В., Кравченко А.И., Старухин В.П., Щенников С.А. Применимость модели невязкого газа к описанию обтекания сверхзвуковым потоком тел большого удлинения. *Ученые записки ЦАГИ*, 1987, т. 17, № 6, с. 23–29.
- [8] Воеводин А.В., Прысев Б.Ф. Использование панельного метода расчета для исследования сходимости результатов испытаний в АДТ на ленточной подвеске и хвостовой державке. *Ученые записки ЦАГИ*, 2008, т. 39, № 1–2, с. 18–32.

Статья поступила в редакцию 10.12.2014

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Гордеева Н.М. О задаче течения в донной области сверхзвуковых тел. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2015, вып. 2.

URL: <http://engjournal.ru/catalog/arise/ahttp/1363.html>

Гордеева Надежда Михайловна родилась в 1968 г., окончила МГУ им. М.В. Ломоносова в 1990 г. Ассистент кафедры «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 6 печатных работ. Область научных интересов: прикладная математика и механика. e-mail: nmgordeeva@bmstu.ru



On bottom area supersonic body flow problem

© N.M. Gordeeva

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The article offers the readers the author's findings in the field of movement dynamics and energy transfer for supersonic flow in bottom area. The investigation carried out by the author proves that the flow in bottom area heavily depends on the structure of boundary layer between trailing edge and attachment point along axial line, where the boundary layer detached from the trailing edge meets. The author has studied the effect of mass feed of gas to the bottom area from the surface of a body and bottom and heat exchange in the bottom area. The author obtained solution for the problem of near-wake flow behind axisymmetric body without taking into consideration recirculation at limited distance from the stern.

Keywords: bottom (am.)/base (br.) area, pressure, boundary layer, Mach number, supersonic speed, circulation flow, shock wave

REFERENCES

- [1] Sidnyaev N.I. *Vestnik MGTU imeni N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie — Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Mechanical Engineering*, 2006, no. 2(63), pp. 17–34.
- [2] Sidnyaev N.I. *Izvestiya vuzov. Aviatsionnaya tekhnika — Institutes of Higher Education Proceedings. Aviation Engineering*, 2006, no. 2, pp. 32–36.
- [3] Sidnyaev N.I. Study of heat and mass transfer for hypersonic flow past a complex body of revolution. *Thermophysics and Aeromechanics*, 2006, vol. 13 (1), pp. 2–16.
- [4] Sidnyaev N.I. Pressure distribution along the surface of combined bodies streamlined by a hypersonic flow. *Technical Physics Letters*, 2006, vol. 32 (7), pp. 564–566.
- [5] Sidnyaev N.I. *Pis'ma v zhurnal tekhnicheskoi fiziki — Letters to the Journal of Applied Physics*, 2013, vol. 39, no. 8, pp. 17–24.
- [6] Bosnyakov S.M., Vlasenko V.V., Kursakov I.A., Mikhailov S.V., Kvest Yu. *Uchyonye zapiski TSAGI — TsAGI Science Journal*, 2011, no. 3, pp. 25–40.
- [7] Kovalenko V.V., Kravchenko A.I., Starukhin V.P., Schennikov S.A. *Uchyonye zapiski TSAGI — TsAGI Science Journal*, 1987, vol. 17, no. 6, pp. 23–29.
- [8] Voevodin A.V., Prysev B.F. *Uchyonye zapiski TSAGI — TsAGI Science Journal*, 2008, vol. 39, no. 1–2.

Gordeeva N.M. graduated from Lomonosov Moscow State University in 1990. Assistant at the Higher Mathematics Department of Bauman Moscow State Technical University. Author of 6 publications in the field of applied maths and mechanics. e-mail: nmgordeeva@bmstu.ru