УДК 519.714

Автоматизация задачи определения сложности булевой функции

© А.А. Гурченков[1], Е.К. Егорова[2]

[1]МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

[2]ФГБУН Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, Москва, 119991, Россия

Основной задачей теории декомпозиции булевых функций являются разработка и исследование методов разложения произвольной булевой функции, зависящей от большого числа переменных, на систему функционально связанных булевых функций, каждая из которых зависит от меньшего числа переменных. С задачей декомпозиции тесно связана задача минимизации булевых функций, т. е. задача о нахождении такого аналитического представления функции, при котором число букв в нем минимально. Рассмотрена задача синтеза дискретных управляющих систем на основе формул. Разработан метод синтеза булевых формул, предназначенный для эффективного построения схем из функциональных элементов, в том числе и для схем минимальной сложности. Полученный алгоритм может быть реализован с помощью параллельного программирования.

Ключевые слова: *булевы функции, формулы, базис Жегалкина, меры сложности, минимизация, декомпозиция, синтез, функциональные уравнения, схемы.*

Введение. В данной работе изучаются задачи минимальной по различным показателям сложности реализации булевых функций (БФ) в базисе Жегалкина (в классах формул или схем из функциональных элементов (ФЭ)), находящие многочисленные приложения в информационной индустрии. Проводимые исследования в области математической кибернетики и дискретной математики показывают, что получение требуемого минимального решения по определенным показателям сложности неизбежно предполагает использование алгоритмов переборного характера. Следствием этого является высокая трудоемкость получения такого решения для функций небольшой размерности. Для этого требуется разработка новых подходов постановки задачи и ее решения, заметно отличающихся по трудоемкости от переборных алгоритмов [1–4].

В ряде работ созданы теория локальных алгоритмов оптимизации, алгоритмов вычисления оценок, алгебраическая теория алгоритмов и показано, что можно даже в явном виде строить экстремальные по качеству алгоритмы для решения очень широких классов трудно формализуемых задач, а также разрабатываются математические и прикладные аспекты теории интеллектуальных систем [1, 2]. Вместе с тем необходимость в информационных и вычислительных ресурсах для образования, науки и техники сохраняется. Следовательно, теория алгоритмов и их минимизация, а также методы декомпозиции, классификации, структуризации и другие, позволяющие сводить решение трудно формализуемых задач к решению системы взаимосвязанных упрощенных задач, будут востребованы. При этом повышаются требования к разработке программного обеспечения, включая и такое, которое способствует облегчению общения пользователя с компьютером [2, 5–7].

Актуально решение задачи оптимальности синтеза дискретных управляющих систем на основе модели формул. Алгоритм логического управления для синтеза задается системой булевых функций. В качестве базиса применяют булевы формулы из определенных классов.

1. Используемые понятия. Пусть $X = \{x_1, x_2, ..., x_j, ..., x_n\}$ — множество булевых переменных. Произвольная булева функция $f^{(n)}(X)$ задается полиномом Жегалкина

$$F^{(n)} = K_1 \oplus K_2 \oplus ... \oplus K_i \oplus ... \oplus K_m$$

в базисе $G_3 = \{\&, \oplus, 0, 1\}$, где n — число переменных; m — длина полинома Жегалкина; K_i — монотонная элементарная конъюнкция (ЭК) ранга $r_i, i = \overline{1, m}$; $\boldsymbol{r} = (r_1, r_2, \dots, r_m)$ — вектор рангов полинома Жегалкина; K_i' — монотонная ЭК ранга r_i', $i = \overline{1, m}$; r' — строение полинома Жегалкина F' уже упорядоченного вектора.

Полином Жегалкина $F^{(n)}$ задают с помощью матрицы $K_{i,j}$ размером $[m \times n]$, представляемой в виде таблицы с числом строк $(m + 1)$ и числом столбцов $(n + 1)$. Матрицу и таблицу определяют следующим образом: в ячейку $K_{i,j}$ пишут 1, если $x_j \in \{K_i\}$, иначе $K_{i,j} = 0 \left(i = \overline{(1, m)},\ j = \overline{1, n}\right)$, где под $\{K_i\}$ понимают множество переменных, образующих ЭК K_i.

В столбец $\left(i = \overline{(1, m)},\ n+1\right)$ записывают ранг элементарной конъюнкции K_i, вычисляемый следующим образом:

$$r_i = r_{i,n+1} = \sum_{j=1}^{n} K_{i,j}.$$

В строку $\left(n+1,\ j = \overline{1, n}\right)$ пишут p_j — число повторений переменной x_j, $j = \overline{1, n}$, в формуле $F^{(n)}$:

$$p_j = p_{m+1,j} = \sum_{i=1}^{m} K_{i,j}.$$

Так получают вектор $\boldsymbol{p} = (p_1, p_2, \ldots, p_i, \ldots, p_n)$ повторяемости переменных $X = \left\{x_1, ..., x_j, ..., x_n\right\}$ из множества в формуле $F^{(n)}$, т. е. переменная x_j, $j = \overline{1, n}$ повторяется в формуле $F^{(n)}$ p_i раз.

В ячейку $(m + 1, n + 1)$ записывают $L_B = \sum_{i=1}^{m} r_i$ — число букв в формуле $F^{(n)}$ (это вспомогательный параметр).

Для решения задачи применяют функциональное уравнение (ФУ)

$$F^{(n)} = \left(\left(x_i F_1^{(n-1)}\right) \oplus F_2^{(n-1)}\right), \tag{1}$$

где индексы 1 и 2 — номера соответствующих остаточных функций, рассматриваемых на одном множестве $X' = X \backslash x_i$. Запишем их в алгоритме соответственно как $F' = F^{(n-1),1}$ и $F'' = F^{(n-1),2}$.

При записи алгоритма будем использовать дополнительные параметры: $t_1 = 1, 2, \ldots$ — начало и продолжение записи функций F' и F'', а также номер последней функции, записанной в табл. 1; $t_2 = 1, 2, \ldots$ — начало и продолжение чтения табл. 1, а также номер последней прочитанной функции; $j\max$ — номер-индекс переменной $x_{j\max}$ с $p_{j\max}$.

Таблица 1

n' или n''	m' или m''	F' или F''	L_F
$n' = n - 1$	$m' = p_{j\max}$	F'	$L_F = L_F + 1$
$n'' = n'$	$m'' = m = m'$	F''	$L_F = L_F + 1$
...	…	…	…

2. Алгоритм. Построим алгоритм определения значения верхней оценки показателя сложности. Для некоторых классов функций такая оценка является минимальной.

Дано: n, m, $F^{(n)}$ — правильность формулы, при вводе проверяется.

Шаг 1. Подготовка начальных данных.

Для исходной формулы $F^{(n)}$ нужно заполнить матрицу $K_{i,j}$, получая векторы $\boldsymbol{r}$ и $\boldsymbol{p}$, т. е. правый столбец $\left(i = \overline{1, m},\ n+1\right)$, и нижнюю строку $\left(m+1,\ j = \overline{1, n}\right)$. Теперь выполним инициализацию: $L_F = 0$, $t_1 = 0$, $t_2 = 0$.

Шаг 2. Если $m = 1$, то увеличиваем значение L_F: $L_F = L_F + r_1 - 1$. Затем переходим к шагу 6.

Шаг 3. Если $r_1 = 1$, то увеличиваем значение L_F: $L_F = L_F + m - 1$. Затем переходим к шагу 6.

Шаг 4. Найдем $p_{j\max} = \max\left(p_1, p_2, ..., p_j, ..., p_n\right)$, где $j = \overline{1, n}$, и соответствующее $x_{j\max}$, равное $j_{\max}$. Отметим, что в общем случае $p_{j\max} \neq j_{\max}$.

Шаг 5. Теперь применим ФУ (1) и определим первую остаточную функцию $F' = F_1$. По x_i в матрице K нужно выбрать номера ЭК, содержащие переменную $x_{j\,\max}$, число которых равно $p_{j\,\max}$, и сложить (виртуально) эти ЭК, исключая переменную $x_{j\,\max}$, по модулю 2. Фактически переписываем ЭК из одной матрицы в другую, сохраняя порядок и исключая переменную $x_{j\,\max}$. Получаем полином Жегалкина $F'(F_1)$, а также подсчитываем векторы $\boldsymbol{r}$ и $\boldsymbol{p}$. После этого вычисляем $n' = n - 1$ — число переменных полинома Жегалкина F', $m = p_j$ — длину полинома Жегалкина F' и увеличиваем t_1: $t_1 = t_1 + 1$. В строку с номером t_1 табл. 1 запишем n', m', F'.

Теперь необходимо определить вторую остаточную функцию $F'' = F_2$ полинома Жегалкина из табл. 1. Для этого из матрицы K выберем номера ЭК, не содержащие переменную $x_{j\,\max}$, и сложим (виртуально) эти ЭК по модулю 2. Подсчитываем векторы $\boldsymbol{r}$ и $\boldsymbol{p}$ и получаем полином Жегалкина F''. Далее вычисляем $n'' = n'$ — число переменных полинома Жегалкина F'', $m'' = m - m' = m - p_j$ — длину полинома Жегалкина F'' и увеличиваем t_1: $t_1 = t_1 + 1$. В строку с номером t_1 табл. 2 пишем n'', m'', F''.

Шаг 6. Чтение.

Вычисляем $t_2 = t_2 + 1$. И из табл. 1 считываем по адресу t_2 полином F, с которым продолжим работу. Ранее в эту таблицу были записаны остаточные полиномы, получившиеся при текущем проходе алгоритма. Таким образом, будем продолжать, пока записи в таблице не закончатся.

Увеличиваем значение $L_F\left(F^{(n)}, G_3\right) = L_F + 1.$

Шаг 7. Если $t_2 \leq t_1$, переходим к шагу 2. В ином случае завершаем работу алгоритма.

В результате получаем верхнюю оценку сложности (L_F) заданной в виде полинома Жегалкина логической функции.

Каждую из записей в табл. 2 можно обрабатывать независимо друг от друга. Это позволяет параллельно обрабатывать несколько функций одновременно, что положительно сказывается на скорости работы алгоритма.

3. Примеры работы алгоритма. Разберем алгоритм на основе следующего примера:

$$F^{(3)} = x_1x_2x_3 \oplus x_1x_4 \oplus x_5.$$

Для начала представим данный полином в виде следующей матрицы (табл. 2):

Таблица 2

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	***p***
K_1	1	1	1	0	0	3
K_2	1	0	0	1	0	2
K_3	0	0	0	0	1	1
r	2	1	1	1	1	6

Запишем получившуюся матрицу в табл. 1 и поставим начальные условия: $t_1 = 1$ и $t_2 = 1$.

Для начального прохода установим счетчик $L_F = 0$.

Найдем переменную с максимальным рангом. Очевидно, что в табл. 2 максимальный ранг имеет переменная x_1.

Разложение функции $F^{(3)}$ будет выглядеть следующим образом:

$$F^{(5)} = x_1\left(x_2x_3 \oplus x_4\right) \oplus x_5.$$

Итак, возникают две остаточные функции:

$$F_1 = x_2x_3 \oplus x_4 F_2 = x_5.$$

Следовательно, необходимо увеличить счетчик подфункций $L_F = L_F + 2$, а также счетчик записи t_1: $t_1 = t_1 + 2$.

Из матрицы выбираем те строки, в которых элемент $x_1 = 1$, и копируем их в табл. 3, исключая столбец с элементом x_1. Аналогично выбираем сроки с элементом $x_1 = 0$ и копируем их в табл. 4. Таблицы 3 и 4 соответствуют функциям F_1 и F_2.

Таблица 3

	x_2	x_3	x_4	x_5	***p***
K_1	1	1	0	0	2
K_2	0	0	1	0	1
r	1	1	1	0	3

Таблица 4

	x_2	x_3	x_4	x_5	***p***
K_3	0	0	0	1	1
r	0	0	0	1	1

В полученных табл. 3 и 4 исключим элементы с рангом $r_i = 0$ и получим новые таблицы (табл. 5, 6).

Таблица 5

	x_2	x_3	x_4	$\boldsymbol{p}$
K_1	1	1	0	2
K_2	0	0	1	1
$\boldsymbol{r}$	1	1	1	3

Таблица 6

	x_5	$\boldsymbol{p}$
K_3	1	1
$\boldsymbol{r}$	1	1

Следовательно, необходимо увеличить счетчик чтения $t_2 = t_2 + 1$. Таким образом, он становится равным 2.

Аналогично предыдущему действию считываем функцию с индексом $t_2 = 2$ из табл. 2. Теперь текущая функция (см. табл. 5) имеет следующий вид:

$$F_1 = x_2 x_3 \oplus x_4.$$

Далее эта функция раскладывается на подфункции описанным ранее способом.

Чтение из таблицы продолжается, пока значение счетчика t_2 не превысит значение t_1. При этом текущее значение L_F является количеством подфункций в минимизированной формуле. Вид этой формулы легко восстанавливается из табл. 2.

Заключение. В работе построен эффективный алгоритм оценки сложности полинома Жегалкина. Это позволяет в автоматическом режиме оценивать трудоемкость предполагаемой схемы, что сокращает общее время разработки схем. Дальнейшие исследования будут направлены на изучение вопросов управления работой алгоритма с учетом [8–15], а также применение декомпозиционных преобразований в соответствующих оптимизационных задачах по методам [16–23], а также [24–30].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ № 12-01-00710-а.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Журавлев Ю.И. Теоретико-множественные методы в алгебре логики. *Проблемы кибернетики*, 1962, № 8, с. 5–44.

[2] Кудрявцев В.Б., Гасанов Э.Э., Подколзин А.С. *Введение в теорию интеллектуальных систем*. Москва, Изд-во МГУ, 2006, 208 с.

[3] Лупанов О.Б. О сложности реализации функций алгебры логики формулами. *Проблемы кибернетики*, 1960, вып. 3, с. 61–80.

[4] Яблонский С.В. Об алгоритмических трудностях синтеза минимальных контактных схем. *Проблемы кибернетики*, 1959, № 2, с. 75–121.

[5] Поспелов Д.А. *Логические методы анализа и синтеза схем*. Москва, Энергия, 1974, 342 с.

[6] Егорова Е.К., Чебурахин И.Ф. О минимизации сложности и автоматизации эффективного представления булевых функций в классах формул и схем. *Изв. РАН. Теория и системы управления*, 2013, № 3, с. 121–129.

[7] Цурков В.И. *Декомпозиция в задачах большой размерности*. Москва, Наука, 1981, 324 с.

[8] Гурченков А.А., Носов М.В., Иванов И.М. Оптимальное управление движением волчка с жидким наполнением. *XVII Всероссийская конференция «Теоретические основы и конструирование численных алгоритмов и решение задач математической физики»*. Абрау-Дюрсо, 15–21 сентября 2008 г., с. 143–144.

[9] Гурченков А.А., Есенков А.С., Цурков В.И. Управление движением ротора с полостью, содержащей идеальную жидкость. Ч. 1. *Изв. РАН. Теория и системы управления*, 2006, № 1, с. 135–142.

[10] Гурченков А.А., Есенков А.С., Цурков В.И. Управление движением ротора с полостью, содержащей идеальную жидкость. Ч. 2. *Изв. РАН. Теория и системы управления*, 2006, № 3, с. 82–89.

[11] Гурченков А.А., Есенков А.С., Цурков В.И. Управление движением ротора с полостью, содержащей вязкую жидкость. *Автоматика и телемеханика*, 2007, № 2, с. 81–94.

[12] Гурченков А.А., Елеонский В.М., Кулагин Н.Е. *О сопоставлении бифуркаций в классической и квантовой механике. Случай интегрируемых систем.* Москва, Изд-во ВЦ РАН, 2009, 84 с.

[13] Gurchenkov A.A., Yalamov Y.I. Unsteady Flow over a Porous Plate with Injection (Suction). *Прикладная механика и техническая физика*, 1980, № 4, с. 66.

[14] Гурченков А.А., Есенков А.С., Цурков В.И. Управление движением ротора с полостью, содержащей идеальную жидкость. Ч. I. *Изв. РАН. Теория и системы управления*, 2006, № 1, с. 141–148.

[15] Гурченков А.А. Момент сил внутреннего трения быстровращающегося цилиндрического сосуда, заполненного вязкой жидкостью. *Изв. вузов. Сер. Приборостроение*, 2001, т. 44, № 2, с. 44.

[16] Gurchenkov A.A. Stability of a Fluid-Filled Gyroscope. *Инженерно-физический журнал*, 2002, т. 75, № 3, с. 28–32.

[17] Gurchenkov A.A. Stability of a Fluid-Filled Gyroscope. *J. of Engineering Physics and Thermo Physics*, 2002, vol. 75, no. 3, p. 554.

[18] Гурченков А.А. Неустановившееся движение вязкой жидкости между вращающимися параллельными стенками при наличии поперечного потока. *Прикладная механика и техническая физика*, 2001, т. 42, № 4, с. 48–51.

[19] Гурченков А.А., Корнеев В.В., Носов М.В. Динамика слабовозмущенного движения заполненного жидкостью гироскопа и задача управления. *Прикладная математика и механика*, 2008, т. 72, № 6, с. 904–911.

[20] Гурченков А.А. Диссипация энергии в колеблющейся полости с вязкой жидкостью и конструктивными неоднородностями. *Докл. Академии наук*, 2002, т. 382, № 4, с. 476.

[21] Gurchenkov A.A., Nosov M.V., Tsurkov V.I. *Control of Fluid-Containing Rotating Rigid Bodies*. CRS Press, 2013, 147 p.
[22] Гурченков А.А. Неустановившееся движение вязкой жидкости между вращающимися параллельными стенками. *Прикладная математика и механика*, 2002, т. 66, вып. 2, с. 251–255.
[23] Гурченков А.А., Елеонский В.М., Кулагин Н.Е. *Слоистые структуры в нелинейных векторных полях*. Москва, Изд-во ВЦ РАН, 2007, 177 с.
[24] Гурченков А.А., Кулагин Н.Е. *Об узорах симметрии в простых моделях нелинейного скалярного поля*. Москва, Изд-во ВЦ РАН, 2004, 84 с.
[25] Гурченков А.А., Мороз И.И., Попов Н.Н. Модель псевдориманова сферически симметричного пространства с нестационарной лоренц-инвариантной метрикой. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 12. URL: http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/1166.html
[26] Гурченков А.А., Романенков А.М. Оптимальное управление движением жидкости со свободной поверхностью. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 2. URL: http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/613.html
[27] Гурченков А.А., Егорова Е.К. Особенности автоматизации синтеза булевых функций. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 12. URL: http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/1167.html
[28] Гурченков А.А. Начально-краевая задача для уравнений динамики вращающейся жидкости. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 2. URL: http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/603.html
[29] Гурченков А.А. Управление вращающимися твердыми телами с жидким наполнением. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2012, вып. 7. URL: http://engjournal.ru/articles/297/297.pdf
[30] Гурченков А.А., Носов М.В., Цурков В.И. *Управление вращающимися твердыми телами с жидкостью*. Москва, Физматлит, 2011, 202 с.

Статья поступила в редакцию 18. 06.2014

Ссылку на статью просим оформлять следующим образом:
Гурченков А.А., Егорова Е.К. Автоматизация задачи определения сложности булевой функции. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 5, URL: http://engjournal.ru/catalog/fundamentals/math/1324.html

Гурченков Анатолий Андреевич – д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 120 научных работ, 10 из которых – монографии. Сфера научных интересов: управление вращательными твердыми телами с жидким наполнением, устойчивость динамических систем с жидкостью. e-mail: challenge2005@mail.ru

Егорова Евгения Кирилловна – аспирантка МАТИ – РГТУ им. К.Э. Циолковского, младший научный сотрудник отдела сложных систем ВЦ им. А.А. Дородницына РАН. Сфера научных интересов: дискретная математика, математическая кибернетика, системы управления, минимизация и оптимизация булевых функций. e-mail: eeniya@gmail.com

Automation of the problem of determining the complexity of a Boolean function

© A.A. Gurchenkov[1], E.K. Egorova[2]

[1] Bauman Moscow State Technical University, Moscow 105005, Russia

[2] Dorodnicyn Computing Centre of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 119991, Russia

The main task of the theory of decomposing Boolean functions is the development and research of expansion of an arbitrary Boolean function, which is dependent on large number of variables, to a system of functionally related Boolean functions, each of which depends on fewer variables. The decomposition task is closely related to the minimization of Boolean functions, i.e. the problem of finding such an analytical representation of the function in which the number of letters in it is minimal. We examined the problem of synthesis of discrete control systems based on formulas and developed the method of synthesis of Boolean formulas designed for efficient schemes of functional elements, including schemes for minimum complexity. The resulting algorithm may be implemented by a parallel programming.

***Keywords**: Boolean functions, formulas, Zhegalkin basis, complexity measures, minimization, decomposition, synthesis, functional equations, schemes.*

REFERENCES

[1] Zhuravlev Yu.I. Teoretiko-mnozhestvennye metody v algebre logiki [Set-theoretic methods in the algebra of logic.]. *Problemy kibernetiki — Problems of cybernetics,* 1962, no. 8, pp. 5–44.

[2] Kudryavtsev V.B., Gasanov E.E., Podkolzin A.S. *Vvedenie v teoriyu intellektual'nykh sistem* [Introduction to the theory of intelligent systems]. Moscow, MSU Publ., 2006, 208 p.

[3] Lupanov O.B. *Problemy kibernetiki — Problems of cybernetics,* 1960, iss. 3, pp. 61–80.

[4] Yablonskiy S.V. *Problemy kibernetiki — Problems of cybernetics,* 1959, no. 2, pp. 75–121.

[5] Pospelov D.A. *Logicheskie metody analiza i sinteza skhem* [Logical methods of analysis and synthesis of circuits]. Moscow, Energiya Publ., 1974, 342 p.

[6] Egorova E.K., Cheburakhin I.F. *Izvestiya RAN. Teoriia i sistemy upravleniya — Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Control Theory and Systems,* 2013, no.3, pp. 121–129.

[7] Tsurkov V.I. *Dekompozitsiya v zadachakh bol'shoi razmernosti* [Decomposition in large-scale problems]. Moscow, Nauka Publ., 1981, 324 p.

[8] Gurchenkov A.A., Nosov M.V., Ivanov I.M. Optimal'noe upravlenie dvizheniem volchka s zhidkim napolneniem [Optimal control of movement of the liquid-filled top]. *XVII Vserossiyskaya konferentsiya "Teoreticheskie osnovy i konstruirovanie chislennykh algoritmov i reshenie zadach matematicheskoi fiziki"* [XVII National Conference «Theoretical Foundations and construction of numerical

algorithms and solution of problems of mathematical physics.»]. Abrau-Dyurso, 15–21 September, 2008, pp. 143–144.

[9] Gurchenkov A.A., Esenkov A.S., Tsurkov V.I. *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya — Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Control Theory and Systems,* 2006, no. 1, pp. 135–142.

[10] Gurchenkov A.A., Esenkov A.S., Tsurkov V.I. *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya — Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Control Theory and Systems,* 2006, no. 3, pp. 82–89.

[11] Gurchenkov A.A., Esenkov A.S., Tsurkov V.I. *Avtomatika i telemekhanika — Automatics and Telemechanics,* 2007, no. 2, pp. 81–94.

[12] Gurchenkov A.A., Eleonskiy V.M., Kulagin N.E. *O sopostavlenii bifurkatsiy v klassicheskoi i kvantovoi mekhanike. Sluchai integriruemykh sistem.* [On comparing the bifurcations in classical and quantum mechanics. Case of integrable systems]. Moscow, Comp. Center RAS Publ., 2009, 84 p.

[13] Gurchenkov A.A., Yalamov Y.I. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika — Applied Mechanics and Technical Physics,* 1980, no. 4, p. 66.

[14] Gurchenkov A.A., Esenkov A.S., Tsurkov V.I. *Izvestiia RAN. Teoriia i sistemy upravleniia — Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Control theory and systems,* 2006, no.1, pp. 141–148.

[15] Gurchenkov A.A. *Izv. vuzov. Ser. Priborostroenie — University Proced. Ser. Instrument Engineering,* 2001, vol. 44, no. 2, p. 44.

[16] Gurchenkov A.A. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal — Journal of Engineering Physics,* 2002, vol. 75, no. 3, pp. 28–32.

[17] Gurchenkov A.A. *J. of Engineering Physics and Thermo Physics,* 2002, vol. 75, no. 3, p. 554.

[18] Gurchenkov A.A. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika — Applied Mechanics and Technical Physics,* 2001, vol. 42, no. 4, pp. 48–51.

[19] Gurchenkov A.A., Korneev V.V., Nosov M.V. *Prikladnaya matematika i mekhanika — Applied Mathematics and Mechanics,* 2008, vol. 72, no. 6, pp. 904–911.

[20] Gurchenkov A.A. *Dokl. Akademii nauk — Acad. Sci. Reports,* 2002, vol. 382, no. 4, p. 476.

[21] Gurchenkov A.A., Nosov M.V, Tsurkov V.I. *Control of Fluid-Containing Rotating Rigid Bodies.* CRS Press, 2013, 147 p.

[22] Gurchenkov A.A. *Prikladnaya matematika i mekhanika — Applied Mathematics and Mechanics,* 2002, vol. 66, iss. 2, pp. 251–255.

[23] Gurchenkov A.A., Eleonskiy V.M., Kulagin N.E. *Sloistye struktury v nelineinykh vektornykh polyakh* [Layered structures in nonlinear vector fields]. Moscow, Comp. Center RAS Publ., 2007, 177 p.

[24] Gurchenkov A.A., Kulagin N.E. *Ob uzorakh simmetrii v prostykh modelyakh nelineinogo skaliarnogo polya* [Patterns of symmetry in simple models of nonlinear scalar field]. Moscow, Comp. Center RAS, 2004, 84 p.

[25] Gurchenkov A.A., Moroz I.I., Popov N.N. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation,* 2013, iss. 9. Available at: http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/1166.html

[26] Gurchenkov A.A., Romanenkov A.M. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation,* 2013, iss. 2. Available at: http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/613.html

[27] Gurchenkov A.A., Egorova E.K. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation,* 2013, iss. 12. Available at: http:// engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/1167.html

[28] Gurchenkov A.A. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation,* 2013, iss. 2. Available at: http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/603.html

[29] Gurchenkov A.A. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation,* 2012, iss. no. 7. Available at: http://engjournal.ru/articles/297/297.pdf

[30] Gurchenkov A.A., Nosov M.V., Tsurkov V.I. *Upravlenie vrashchaiushchimisia tverdymi telami s zhidkost'iu* [Control of rotating solids with the fluid]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2011, 202 p.

Gurchenkov A.A., Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor of the Higher Mathematics Department at Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 120 scientific works, 10 of them are monographs. Scientific interests include control of rotational liquid filled solids, the stability of dynamical systems with a liquid. e-mail: challenge2005@mail.ru

Egorova E.K. is a postgraduate at the Russian State Technological University named after K.E. Tsiolkovsky, junior researcher at the Department of Complex Systems at Dorodnicyn Computing Centre, Institution of the Russian Academy of Sciences. Scientific interests include discrete mathematics, mathematical cybernetics, control systems, minimization and optimization of Boolean functions. e-mail: eeniya@gmail.com