

Идентификация нелинейных объектов и систем управления с использованием аппарата матричных операторов

© Ю.П. Корнюшин, Н.Д. Егупов, П.Ю. Корнюшин

Калужский филиал МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Предложен алгоритм параметрической идентификации нелинейных объектов управления. Основу алгоритма составляет идея расширения фазового пространства идентифицируемого объекта вектором искомых параметров. Использован аппарат матричных операторов, линеаризация расширенной нелинейной системы уравнений по схеме Ньютона — Канторовича, предполагающая некоторый итерационный процесс нахождения идентифицируемых параметров по критерию, обеспечивающему близость выхода реального объекта к выходу его математической модели. Приведен пример идентификации параметров электрогидравлического привода.

Ключевые слова: идентификация, нелинейный объект, оператор, критерий, параметризация, привод.

Введение. Идентификация объектов и систем — одна из основных задач теории управления. Причина ее важности очевидна: от того, насколько точными являются математические модели объекта управления и других элементов системы, зависит качество ее работы. Обеспечение необходимого качества возложено на регуляторы, т. е. от точности решения задачи идентификации зависит как структура регулятора, так и его параметры.

К настоящему времени эта часть теории управления достаточно хорошо исследована, разработаны различные методы и алгоритмы проведения идентификации объектов и систем управления [1–4], прежде всего параметрической идентификации, поскольку структуру математической модели часто можно определить, исходя из законов физики. В то же время параметры модели не всегда удается точно вычислить.

В настоящей работе предлагается один из возможных подходов к решению задачи идентификации для нелинейных объектов и систем управления.

Основа предлагаемого подхода состоит в том, что система дифференциальных уравнений идентифицируемого объекта дополняется уравнениями относительно искомых параметров. Если искомые параметры постоянные, то правая часть соответствующих уравнений равна нулю. Это известный прием (см., например, [5]), однако реализовать его на практике затруднительно. Как отмечает Эндрю П. Сейдж [5], имеет место проблема размерности. Причина в том, что расширение про-

странства фазовых переменных переводит задачу идентификации в нелинейную область даже для линейного идентифицируемого объекта. Это связано с тем, что искомые параметры объекта — соответствующие коэффициенты дифференциальных уравнений — входят в уравнения мультипликативно. Соответственно, расширенная модель объекта или системы является нелинейной. Задача относится к классу обратных задач динамики, а все обратные задачи, как правило, поставлены некорректно.

Таким образом, требуется решить расширенную систему уравнений при условии известных векторов входных и выходных сигналов, определенных на основе наблюдений, перевести эту задачу в класс корректно поставленных задач.

Используются аппарат матричных операторов и линеаризация по схеме Ньютона — Канторовича, предполагающая некоторый итерационный процесс нахождения идентифицируемых параметров.

Постановка задачи. Задан объект управления, описываемый уравнением

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{F}(\mathbf{X}(t), \mathbf{U}(t), \mathbf{P}(t), t), \quad \mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0; \quad (1)$$

$$x_{\text{вых}}(t) = \mathbf{C}\mathbf{X}(t), \quad (2)$$

где $\mathbf{X}(t) \in R^n$ — вектор состояния объекта; $\mathbf{U}(t) \in R^m$ — вектор управления; $\mathbf{P}(t) \in R^l$ — вектор идентифицируемых параметров; $x_{\text{вых}}(t) \in R$ — выходной сигнал объекта; \mathbf{C} — вектор наблюдений.

Измерен (известен) выход системы $\tilde{x}_{\text{вых}}(t)$ на интервале времени $t \in [t_0, T]$ при заданном входном управлении $\mathbf{U}(t)$. Задача идентификации объекта или системы управления состоит в определении вектора параметров $\mathbf{P}(t)$.

Алгоритм идентификации. Алгоритм включает следующие этапы:

1. Расширение вектора фазовых координат $\mathbf{X}(t)$ за счет введения новых дифференциальных уравнений относительно вектора параметров $\mathbf{P}(t)$.

2. Линеаризация расширенной системы уравнений динамики объекта согласно схеме Ньютона — Канторовича.

3. Параметризация расширенной системы уравнений с использованием аппарата матричных операторов, т. е. переход из пространства сигналов во временной области в соответствующее пространство спектральных характеристик.

4. Формирование и минимизация критерия идентификации, определяющего близость выходного сигнала объекта и его измеренного выхода. Результатом данного этапа являются итерационные приближения искомым параметрам объекта.

5. Организация итерационного процесса, определяемого схемой Ньютона — Канторовича.

Расширение вектора фазовых координат. Параметры объекта управления, подлежащие нахождению, полагаются новыми фазовыми переменными. Рассматриваем случай их постоянных значений, для них справедлива система уравнений

$$\dot{\mathbf{P}}(t) = \mathbf{0}. \quad (3)$$

Таким образом, к системе уравнений (1) добавляется система уравнений (3), т. е. математическая модель идентифицируемого объекта будет описываться следующей системой уравнений:

$$\left[\dot{\mathbf{X}}(t) \quad \dot{\mathbf{P}}(t) \right]^T = \left[\mathbf{F}(\mathbf{X}(t), \mathbf{U}(t), \mathbf{P}(t), t) \quad \mathbf{0} \right]^T,$$

$$\mathbf{Y}(t_0) = \left[\mathbf{X}(t_0) \quad \mathbf{P}(t_0) \right]^T = \left[\mathbf{X}_0 \quad \mathbf{0} \right]^T,$$

или

$$\dot{\mathbf{Y}}(t) = \tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{Y}(t), \mathbf{U}(t), t),$$

где

$$\dot{\mathbf{Y}}(t) = \left[\dot{\mathbf{X}}(t) \quad \dot{\mathbf{P}}(t) \right]^T;$$

$$\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{Y}(t), \mathbf{U}(t), t) = \left[\mathbf{F}(\mathbf{X}(t), \mathbf{U}(t), \mathbf{P}(t), t) \quad \mathbf{0} \right]^T;$$

$$\mathbf{Y}(t_0) = \mathbf{Y}_0 \quad \mathbf{Y}_0 = \left[\mathbf{X}(t_0) \quad \mathbf{P}(t_0) \right]^T.$$

Линеаризация расширенной системы уравнений динамики объекта. Линеаризация Ньютона — Канторовича подробно рассмотрена в [6]. Она приводит к последовательности линеаризованных векторно-матричных дифференциальных уравнений:

$$\dot{\mathbf{Y}}_{k+1}(t) = \mathbf{A}^k(t) \mathbf{Y}_{k+1}(t) - \mathbf{A}^k(t) \mathbf{Y}_k(t) + \tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{Y}_k(t), \mathbf{U}(t), t); \quad (4)$$

$$\mathbf{Y}_{k+1}(t_0) = \mathbf{Y}_0, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (5)$$

где $\mathbf{A}^k(t) = \tilde{\mathbf{F}}'_Y(\mathbf{Y}_k(t), \mathbf{U}(t), t)$ — якобиан вектора $\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{Y}_k(t), \mathbf{U}(t), t)$,

$$\tilde{\mathbf{F}}'_Y(\mathbf{Y}_k(t), \mathbf{U}(t), t) = \left\{ \tilde{f}_{ij} \right\} = \left\{ \frac{\partial \tilde{f}_i}{\partial y_j} \right\}_{i,j=1,\dots,n}.$$

Одним из условий применимости метода линеаризации Ньютона — Канторовича является непрерывная дифференцируемость вектора $\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{Y}(t), \mathbf{U}(t), t)$ по переменным $y_j(t)$.

Особенность дифференциальных уравнений (4) заключается в том, что вектор начальных условий $\mathbf{Y}_{k+1}(t_0)$ не полностью определен. Измеренный выходной сигнал объекта $x_{\text{вых}}(t)$ связан с вектором $\mathbf{Y}_{k+1}(t)$ соотношением

$$x_{\text{вых}}(t) = \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{Y}_{k+1}(t),$$

где $\tilde{\mathbf{C}} = [\mathbf{C} \ 0 \ \dots \ 0]$ — вектор размерности $(n+l) \times 1$.

Возникает проблема в уточнении на каждом шаге начальных условий $\mathbf{Y}_{k+1}(t_0)$, поскольку они содержат вектор неизвестных параметров \mathbf{P} .

Параметризация уравнения динамики (4), переход к спектральной форме ее описания. Этап параметризации осуществляется с использованием матричных операторов. Выполняется представление сигналов $\mathbf{Y}_{k+1}(t)$, $\mathbf{Y}_k(t)$, $x_{\text{вых}}(t)$ в виде конечномерного разложения по некоторому ортонормированному базису $\Phi = \{\varphi_i(t) : i = \overline{1, \infty}, t \in [t_0, T]\}$:

$$\mathbf{Y}_{k+1}(t) = \overline{\mathbf{F}\mathbf{T}}_{n+l}(t)\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_{k+1}}, \quad \mathbf{Y}_k(t) = \overline{\mathbf{F}\mathbf{T}}_{n+l}(t)\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_k}, \quad x_{\text{вых}}(t) = \overline{\mathbf{F}\mathbf{T}}_1(t)\hat{\mathbf{C}}^x, \quad (6)$$

где $\overline{\mathbf{F}\mathbf{T}}_p(t)$, $p = n+l$ или 1 , — клеточные матрицы вида

$$\overline{\mathbf{F}\mathbf{T}}_p(t) = \text{diag}(\mathbf{F}\mathbf{T}_1(t) \dots \mathbf{F}\mathbf{T}_p(t)), \quad \mathbf{F}\mathbf{T}_i(t) = [\varphi_1(t) \ \varphi_2(t) \ \dots \ \varphi_N(t)];$$

матрицы $\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_{k+1}}$, $\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_k}$, $\hat{\mathbf{C}}^x$ — спектральные характеристики соответствующих сигналов [7, 8].

Переход к спектральной форме описания уравнения динамики (4) осуществляется в два этапа. Сначала выполняется переход от дифференциального уравнения (4) к интегральному уравнению Фредгольма второго рода, путем интегрирования уравнения (4):

$$\mathbf{Y}_{k+1}(t) = \int_{t_0}^T \mathbf{K}_Y(t, \tau)\mathbf{Y}_{k+1}(\tau)d\tau - \int_{t_0}^T \mathbf{K}_Y(t, \tau)\mathbf{Y}_k(\tau)d\tau + \int_{t_0}^T \mathbf{K}_F(t, \tau)d\tau + \mathbf{Y}(t_0), \quad (7)$$

где ядра интегрального уравнения имеют вид

$$\mathbf{K}_Y(t, \tau) = 1(t-\tau)\mathbf{A}^k(\tau), \quad \mathbf{K}_F(t, \tau) = 1(t-\tau)\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{Y}_k(\tau), \mathbf{U}(\tau), \tau).$$

Затем выполняется представление ядер в виде конечномерного разложения по выбранному базису:

$$\mathbf{K}_Y(t, \tau) = \overline{\mathbf{F}\mathbf{T}}_{n+l}(t)\hat{\mathbf{A}}^Y\overline{\mathbf{F}}_{n+l}(\tau), \quad \mathbf{K}_F(t, \tau) = \overline{\mathbf{F}\mathbf{T}}_{n+l}(t)\hat{\mathbf{A}}^F\overline{\mathbf{F}}_{n+l}(\tau), \quad (8)$$

где

$$\overline{\mathbf{F}}_{n+l}(t) = \text{diag}(\mathbf{F}_1(t) \dots \mathbf{F}_{n+l}(t)); \quad \mathbf{F}_i(t) = [\varphi_1(t) \ \varphi_2(t) \ \dots \ \varphi_N(t)]^T.$$

Такое представление ядер (8) позволяет по интегральному уравнению получить спектральную характеристику выхода для модели (4):

$$\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_{k+1}} = -(\hat{\mathbf{I}} + \hat{\mathbf{A}}^{\mathbf{Y}})^{-1} \hat{\mathbf{A}}^{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_k} + (\hat{\mathbf{I}} + \hat{\mathbf{A}}^{\mathbf{Y}})^{-1} \hat{\mathbf{A}}^{\mathbf{F}} + (\hat{\mathbf{I}} + \hat{\mathbf{A}}^{\mathbf{Y}})^{-1} \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_0},$$

или

$$\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_{k+1}} = -\mathbf{A}_Y \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_k} + \mathbf{A}_F + \mathbf{A}_0 \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_0}, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_Y &= (\hat{\mathbf{I}} + \hat{\mathbf{A}}^{\mathbf{Y}})^{-1} \hat{\mathbf{A}}^{\mathbf{Y}}; \quad \mathbf{A}_F = (\hat{\mathbf{I}} + \hat{\mathbf{A}}^{\mathbf{Y}})^{-1} \hat{\mathbf{A}}^{\mathbf{F}}; \quad \mathbf{A}_0 = (\hat{\mathbf{I}} + \hat{\mathbf{A}}^{\mathbf{Y}})^{-1}; \\ \hat{\mathbf{A}}^{\mathbf{F}} &= \int_{t_0}^T \hat{\mathbf{A}}^{\mathbf{F}} \bar{\mathbf{F}}_{n+l}(\tau) d\tau; \end{aligned}$$

$\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_0}$ — спектральная характеристика начального условия $\mathbf{Y}_{k+1}(t_0)$.

Формирование и минимизация критерия идентификации.

Критерий идентификации определим в виде

$$J = \int_{t_0}^T [x_{\text{вых}}(t) - \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{Y}_{k+1}(t)]^2 dt. \quad (10)$$

С учетом введенных ранее спектральных характеристик критерий идентификации можно записать следующим образом:

$$J = \left[\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{C}}(\mathbf{A}_F + \mathbf{A}_0 \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_0} - \mathbf{A}_Y \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_k}) \right]^T \left[\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{C}}(\mathbf{A}_F + \mathbf{A}_0 \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_0} - \mathbf{A}_Y \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_k}) \right]. \quad (11)$$

Минимизация критерия выполняется относительно вектора спектральной характеристики $\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_0}$. Спектральная характеристика $\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_k}$ определяется через вектор выходного сигнала объекта управления.

Таким образом, при идентификации с использованием критерия (11) отпадает необходимость вычисления вектора $\mathbf{Y}_{k+1}(t)$ путем решения уравнения (4).

Особенность рассматриваемой целевой функции состоит в том, что при ее минимизации относительно спектральной характеристики $\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_0}$, во-первых, обеспечивается близость выхода реального объекта к его математической модели, во-вторых, находятся значения искомым оптимальных параметров объекта. Поскольку искомые параметры объекта управления постоянны, соответственно, l последних элементов спектральной характеристики $\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_0}$ и являются искомыми параметрами объекта, нормированными относительно интервала времени $[t_0, T]$.

Организация итерационного процесса, определяемого схемой Ньютона — Канторовича. Данный этап алгоритма предполагает задание начального приближения для \hat{C}^{Y_0} и дальнейшее его уточнение на каждом шаге итерационного процесса согласно п. 4 до тех пор, пока не будет достигнута требуемая точность. Условием окончания итерационного процесса может служить, например, малое изменение значений l последних элементов спектральной характеристики \hat{C}^{Y_0} .

Примечание. Измерения выходного сигнала объекта управления обычно являются дискретными. Целевая функция в этом случае формируется в виде

$$J = \sum_{j=0}^N [x_{\text{вых}}(t_j) - \tilde{C}Y_{k+1}(t_j)]^2.$$

Здесь $t_j \in [t_0, T]$, $t_j = t_0 + \frac{T - t_0}{N}$.

Алгоритм идентификации при дискретных измерениях не изменяется.

Пример. При проектировании электрогидравлических приводов недостаточно определенными являются такие параметры его математической модели, как коэффициент вязкого трения гидроцилиндра (ГЦ) и жесткость пружины подвески поршня ГЦ. Объясняется это тем, что в процессе эксплуатации приводов в широких пределах могут изменяться характеристики рабочей жидкости (минерального масла) и металла пружины подвески поршня. В связи с этим возникает задача определения указанных параметров исходя из результатов работы рассматриваемого объекта управления. Подобные гидравлические приводы используются в системах регулирования частоты вращения роторов паровых турбин [9].

Математическая модель рассматриваемого следящего гидравлического привода описывается следующей системой нелинейных дифференциальных уравнений:

- уравнение движения нагруженного поршня ГЦ

$$M \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + K_{\text{п}} \frac{dy(t)}{dt} + C_{\text{п}} y(t) = F_{\text{п}} \Delta p(t); \quad (12)$$

- уравнение связи следящего гидравлического исполнительного механизма

$$F_{\text{п}} \frac{dy(t)}{dt} + K_{\text{п}} \frac{d\Delta p(t)}{dt} + r\Delta p(t) = \mu_{\text{п}} \sqrt{P_{\text{п}} - \Delta p(t) \text{sign}(x(t))} x(t); \quad (13)$$

- уравнение движения золотника

$$m_3 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + K_3 \frac{dx(t)}{dt} = ai(t); \quad (14)$$

- уравнение электрических процессов в катушке управления электромеханического преобразователя

$$i(t) = K \Delta u(t); \quad (15)$$

- уравнение электрической обратной связи

$$\Delta u(t) = u_{\text{вх}}(t) - K_{\text{о.с.}} y(t), \quad (16)$$

где $\Delta p(t)$ — перепад давлений в полостях ГЦ; $i(t)$ — ток в катушке управления; $\Delta u(t)$ — ошибка; $u_{\text{вх}}(t)$ — задающее воздействие.

Математическая модель имеет следующие числовые значения параметров:

$M = 65$ кг — масса подвижных частей ГЦ;

$F_{\text{п}} = 2 \cdot 10^{-3}$ м² — площадь поршня;

$K_{\text{р}} = 0,5 \cdot 10^{-10}$ м⁵/Н — коэффициент сжатия рабочей жидкости в ГЦ;

$r = 0,5 \cdot 10^{-10}$ м⁵/Н·с — коэффициент перетечек между полостями ГЦ;

$\mu_{\text{р}} = 6,3 \cdot 10^{-4}$ м³·Н^{1/2}/с — удельная гидравлическая проводимость золотника;

$P_{\text{н}} = 6 \cdot 10^6$ Н/м² — давление нагнетания жидкости в ГЦ;

$m_3 = 1$ кг — масса золотника;

$K_3 = 27$ Н·с/м — коэффициент вязкого трения в золотнике;

$a = 5,4$ Н/А — коэффициент передачи катушка управления — золотник;

$K = 4 \cdot 10^{-3}$ А/В — коэффициент преобразования напряжение — ток;

$K_{\text{о.с.}} = 1$ В/м — коэффициент передачи датчика обратной связи.

Коэффициент вязкого трения ГЦ и жесткость пружины подвески поршня при расчетах обычно полагают соответственно $K_{\text{п}} = 500$ Н·с/м и $C_{\text{п}} = 1 \cdot 10^6$ Н/м. Эти параметры и подлежат определению.

Запишем математическую модель в пространстве состояний. Для этого введем новые переменные:

$$x_1(t) = x(t), \quad x_2(t) = \dot{x}(t), \quad x_3(t) = \Delta p(t), \quad x_4(t) = y(t), \quad x_5(t) = \dot{y}(t).$$

Полагаем идентифицируемые параметры объекта новыми фазовыми переменными:

$$x_6(t) = K_{\Pi}; \quad x_7(t) = C_{\Pi}. \quad (17)$$

Уравнения (12)–(16) с учетом (17) в нормальной форме Коши имеют вид

$$\dot{X}(t) = F(X(t), t),$$

или

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \\ \dot{x}_5(t) \\ \dot{x}_6(t) \\ \dot{x}_7(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2(t) \\ -\frac{K_3}{m_3} x_2(t) - \frac{aK \cdot K_{0.c}}{m_3} x_4(t) + \frac{aK}{m_3} u(t) \\ -\frac{r}{K_p} x_3(t) + \frac{\mu_p}{K_p} \sqrt{P_{\Pi} - x_3(t)} \operatorname{sign}(x_1(t)) x_1(t) - \frac{F_{\Pi}}{K_p} x_5(t) \\ x_5(t) \\ \frac{F_{\Pi}}{M} x_3(t) - \frac{1}{M} x_4(t) x_7(t) - \frac{1}{M} x_5(t) x_6(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Линеаризованная с использованием схемы Ньютона — Канторовича система (18) имеет вид (4) (при линеаризации выполнена замена функции $y = \operatorname{sign}(x)$, не являющейся аналитической, на функцию

$y = \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg}(\lambda x)$, которая при $\lambda \rightarrow \infty$ представляет собой достаточно

хорошую ее аппроксимацию). Матрица $\mathbf{A}^k(t)$ имеет вид

$$\mathbf{A}^k(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_3}{m_3} & 0 & -\frac{aK \cdot K_{o.c}}{m_3} & 0 & 0 & 0 \\ S_1 & 0 & S_2 & 0 & -\frac{F_{\Pi}}{K_p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{F_{\Pi}}{M} & -\frac{x_7}{M} & -\frac{x_6}{M} & -\frac{x_5}{M} & -\frac{x_4}{M} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\text{где } S_1 = \frac{\mu_p}{K_p} \left(\sqrt{P_{\Pi} - x_3 \frac{2}{\pi} \arctg(\lambda x_1)} - x_1 x_3 \frac{\frac{1}{\pi} \frac{\lambda}{1 + \lambda^2 x_1^2}}{\sqrt{P_{\Pi} - x_3 \frac{2}{\pi} \arctg(\lambda x_1)}} \right);$$

$$S_2 = -\frac{r}{K_p} - \frac{\mu_p}{K_p} x_1 \frac{\frac{1}{\pi} \arctg(\lambda x_1)}{\sqrt{P_{\Pi} - x_3 \frac{2}{\pi} \arctg(\lambda x_1)}}.$$

Вектор $\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{Y}_k(t), \mathbf{U}(t), t)$ имеет вид правой части уравнения (18), в которой функция $y = \text{sign}(x)$ заменена на функцию $y = \frac{2}{\pi} \arctg(\lambda x)$.

При проведении идентификации испытательное воздействие должно иметь «богатый» спектр, поэтому в качестве входного воздействия выбираем сигнал вида

$$u(t) = 2 \cos(2t) + 1,6 \sin(8t) + 1,2 \cos(14t) + 0,8 \sin(20t) + 0,2 \cos(26t).$$

В качестве системы ортогональных функций были выбраны функции Уолша. Размерность базиса $N = 64$.

Начальное приближение для $y(t)$ — движения поршня гидроцилиндра $y_0(t) = 1 \cdot 10^{-4}$ м, а для K_{Π} и C_{Π} соответственно $K_{\Pi}^0 = 100$ Н·с/м, $C_{\Pi}^0 = 0,1 \cdot 10^6$ Н/м.

На рис. 1 приведены графики изменения измеренного выходного сигнала $y(t)$ (кривая 1), начального приближения $y_0(t)$ (кривая 3) и рассчитанного выходного сигнала для 10-й итерации (кривая 2). Кривые 1 и 2 практически совпали. На рис. 2 представлен график разности между точным значением выходного сигнала и его оценкой, по-

лученной расчетным путем. На рис. 3 и 4 приведены графики изменения идентифицируемых параметров K_{Π} и C_{Π} на 10-й итерации и их точные значения.

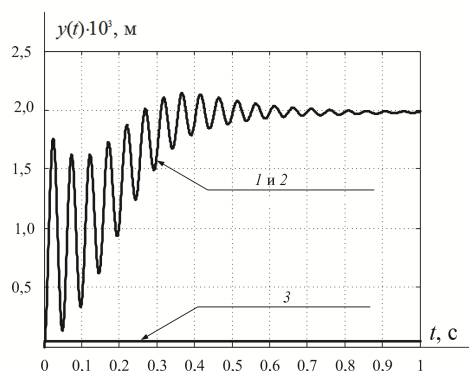


Рис. 1. Выходной сигнал $y(t)$:
1 – измеренное значение; 2 – вычисленное значение для 10-й итерации; 3 – начальное приближение

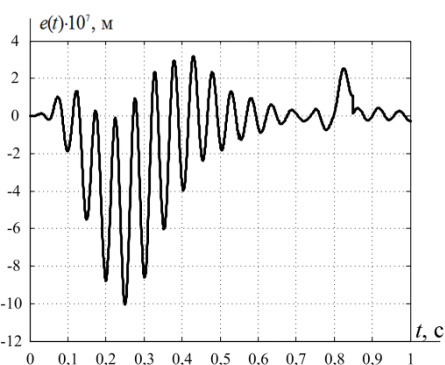


Рис. 2. Разность $e(t)$ между точным значением выходного сигнала и его оценкой

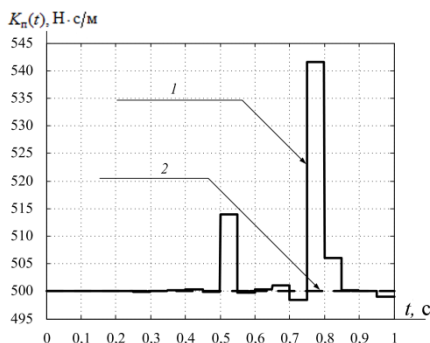


Рис. 3. Изменение параметра K_{Π} :
1 – расчетное значение; 2 – точное значение

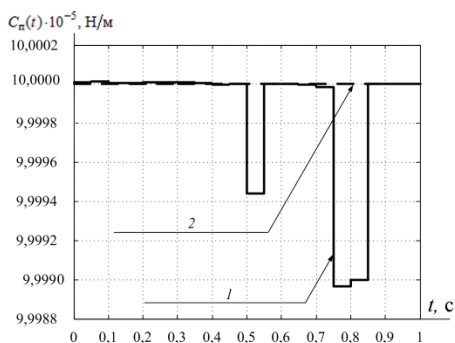


Рис. 4. Изменение параметра C_{Π} :
1 – расчетное значение; 2 – точное значение

На 10-й итерации получены следующие усредненные значения K_{Π} и C_{Π} : $K_{\Pi, \text{ср}} = 503,04 \text{ Н} \cdot \text{с/м}$, $C_{\Pi, \text{ср}} = 9,9999 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$.

Выводы. 1. Моделирование на других примерах показало эффективность предлагаемого алгоритма идентификации. Полученные результаты с высокой точностью совпали с результатами натуральных, физических экспериментов.

2. Поскольку процесс идентификации, определенный схемой линеаризации Ньютона — Канторовича, является итерационным, то для получения результатов с высокой точностью (верность данных) часто требуется достаточно большое количество итераций. Критерием

остановки процесса обычно служит близость траекторий движения фазовых переменных в метрике пространства $L_2(0, T)$, вычисленных на текущем и предыдущем шагах.

3. Моделирование выявило некоторые особенности, влияющие на эффективность решения задачи. Прежде всего увеличение числа идентифицируемых параметров объекта и тем самым расширение размерности системы ведет к достаточно сильному увеличению чувствительности алгоритма к начальному приближению, что требует более точной информации о характере движения фазовых переменных. Также объем вычислений при прочих равных условиях пропорционален квадрату порядка расширенной системы (на самом деле, зависимость более сложная), что ведет к значительному увеличению длительности процесса идентификации. И конечно, не последнюю роль играет адекватность математической модели.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и правительства Калужской области (гранты № 14-41-03071 и № 14-48-03013).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Дейч А.М. *Методы идентификации динамических объектов*. Москва, Энергия, 1979, 240 с.
- [2] Лапин С.В., Егупов Н.Д. *Теория матричных операторов и ее приложение к задачам автоматического управления*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1997, 496 с.
- [3] Пупков К.А., Егупов Н.Д., Трофимов А.И. *Статистические методы анализа, синтеза и идентификации систем автоматического управления*. Егупов Н.Д., ред. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1998, 560 с.
- [4] Эйкхофф П. *Основы идентификации систем управления*. Москва, Мир, 1979, 464 с.
- [5] Сейдж Э.П., Мелса Дж.Л. *Идентификация систем управления*. Москва, Наука, 1974, 248 с.
- [6] Гайский В.А., Егупов Н.Д., Корнюшин Ю.П. *Применение функций Уолша в системах автоматизации научных исследований*. Киев, Наукова думка, 1993, 212 с.
- [7] Пупков К.А., Егупов Н.Д., ред. *Матричные методы расчета и проектирования сложных систем автоматического управления для инженеров*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007, 664 с.
- [8] Пупков К.А., Егупов Н.Д., ред. *Методы инженерного синтеза сложных систем управления*. Ч. II. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012, 534 с.
- [9] Корнюшин Ю.П., Мельников Д.В., Егупов Н.Д., Корнюшин П.Ю. Исследование и расчет параметров элементов системы регулирования частоты вращения ротора турбины с учетом параметрической неопределенности математической модели. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2014, № 1, с. 78–93.

Статья поступила в редакцию 03.10.2014

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Корнюшин Ю.П., Егупов Н.Д., Корнюшин П.Ю. Идентификация нелинейных объектов и систем управления с использованием аппарата матричных операторов. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 6.

URL: <http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/1315.html>

Корнюшин Юрий Петрович — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Системы автоматического управления» Калужского филиала МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 100 научных работ в области энергетики и электротехники, оптимальных систем, моделирования технических систем. Сфера научных интересов: нелинейные, оптимальные, робастные системы управления.

e-mail: theroland@yandex.ru

Егупов Николай Дмитриевич — д-р техн. наук, профессор кафедры «Системы автоматического управления» Калужского филиала МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 200 научных работ в области теории матричных операторов, энергетики, оптимальных систем. Сфера научных интересов: теория матричных операторов, нелинейные, оптимальные, робастные системы управления.

e-mail: theroland@yandex.ru

Корнюшин Петр Юрьевич — аспирант кафедры «Системы автоматического управления» Калужского филиала МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 23 научных работ в области энергетики и электротехники, моделирования технических систем, управления техническими системами. Сфера научных интересов: нелинейные, оптимальные, робастные системы управления. e-mail: kornyuushin.petr@gmail.com

Identification of nonlinear objects and control systems by using matrix operators

© Yu.P. Korniyushin, N.D. Egupov, P.Yu. Korniyushin

Kaluga Branch of Bauman Moscow State Technical University,
Kaluga, 248000, Russia

In the work we propose an algorithm for parametric identification of nonlinear objects of control. The algorithm is based on the idea of phase space extension of the identified object vector of unknown parameters. We use the matrix of operators, linearization of extended nonlinear system of equations according to the scheme of Newton–Kantorovich, suggesting some iterative process of finding identifiable parameters on the criterion that ensures the proximity of the release of the real object to the output of its mathematical model. The algorithm application is illustrated by an example of parameters identification of the electro-hydraulic drive.

Keywords: identification, nonlinear object, operator, criterion, parameterization, drive.

REFERENCES

- [1] Deitch A.M. *Metody identifikatsii dinamicheskikh ob"ektov* [Methods for the identification of dynamic objects]. Moscow, Energiya, 1979, 240 p.
- [2] Lapin S.V., Egupov N.D. *Teoriya matrichnykh operatorov i ee prilozhenie k zadacham avtomaticheskogo upravleniya* [The theory of matrix operators and its application to problems of automatic control]. Moscow, BMSTU Publ., 1997, 496 p.
- [3] Pupkov K.A., Egupov N.D., Trofimov A.I. *Statisticheskie metody analiza, sinteza i identifikatsii sistem avtomaticheskogo upravleniya* [Statistical methods of analysis, synthesis and identification of automatic control systems]. Moscow, BMSTU Publ., 1998, 560 p.
- [4] Eykhoff P. *System Identification, Parameter and State Estimation*, Wiley, 1974.
- [5] Sage A., Melsa J. *System Identification*. Academic Press, N.Y., 1971.
- [6] Gaisky V.A., Egupov N.D., Korniyushin Yu.P. *Primenenie funktsiy Uolsha v sistemakh avtomatizatsii nauchnykh issledovaniy* [Application of the Walsh functions in automation research]. Kiev, Naukova Dumka, 1993, 212 p.
- [7] Pupkov K.A., Egupov N.D., eds. *Matrichnye metody rascheta i proektirovaniya slozhnykh sistem avtomaticheskogo upravleniya dlya inzhenerov* [Matrix methods of calculation and design of complex automatic control systems for engineers]. Moscow, BMSTU Publ., 2007, 664 p.
- [8] Pupkov K.A., Egupov N.D., eds. *Metody inzhenernogo sinteza slozhnykh sistem upravleniya* [Methods of engineering synthesis for the complex systems control]. Moscow, BMSTU Publ., 2012, 534 c.
- [9] Korniyushin Yu.P., Mel'nikov D.V., Egupov N.D., Korniyushin P.Yu. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana — Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series: Natural sciences*, 2014, no. 1, p. 78–93.

Korniyushin Yu.P., Dr. Sci. (Eng.), professor, head of the Automatic Control Systems Department at Kaluga Branch of Bauman Moscow State Technical University. Author of about 100 publications in the field of power engineering and electrotechnology, optimal systems, simulation of technical systems; research interests: nonlinear, optimal, robust control system. e-mail: theroland@yandex.ru

Egupov N.D., Dr. Sci. (Eng.), professor of the Automatic Control Systems Department at Kaluga Branch of Bauman Moscow State Technical University. Author of about 200 publications in the field in the theory of matrix operators, energy, optimal systems; research interests: theory of matrix operators, nonlinear, optimal, robust control system. e-mail: theroland@yandex.ru

Kornyushin P.Yu., post-graduate of the Automatic Control Systems Department at Kaluga Branch of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 23 publications in the field of power engineering and electrotechnology, simulation of technical systems, control of technical systems; research interests: nonlinear, optimal, robust control system. e-mail: kornyushin.petr@gmail.com