

Определение вязкости смесевое рабочего тела высокотемпературной турбины

© А.А. Жинов, П.А. Милов

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калужский филиал, Калуга, 248000

Дано сравнение различных методов определения вязкости неидеальных газовых смесей. Рассчитаны вязкости смеси газов H_2O и CO_2 при их различных концентрациях и параметрах в высокотемпературной турбине. Установлено незначительное расхождение результатов, полученных с использованием различных методик. Показано, что влияние температуры смеси на ее вязкость значительно превышает влияние выбора расчетной методики в рассмотренном диапазоне концентраций.

Ключевые слова: вязкость, рабочее тело, высокотемпературная турбина, смесь газов.

Характеристики распространенных в турбоустановках рабочих тел, таких как водяной пар или смесь продуктов сгорания углеводородного топлива с воздухом, для традиционных диапазонов изменения их параметров достаточно хорошо изучены. Совершенствование турбоустановок требует перехода на более высокие параметры рабочих тел, а зачастую и на нетрадиционные смесевые рабочие тела, например на смесь водяного пара и углекислого газа. Характеристики последних, особенно в области высоких температур и давлений, зачастую изучены слабо.

Например, вязкость рабочего тела во многом определяет эффективность турбоустановки и ее эксплуатационные характеристики. При течении рабочего тела в турбине вязкость — один из главных параметров, от которого зависят потери в лопаточном аппарате. При моделировании течения в проточной части высокотемпературной турбины, рабочим телом в которой является смесь водяного пара и углекислого газа, необходимо достоверно установить теплофизические параметры такой смеси в широком диапазоне значений температуры и давления. Существует множество аналитических и экспериментальных методов их определения. В подавляющем большинстве случаев экспериментальное измерение дорого или невозможно и необходимо использовать аналитические и полуэмпирические методики расчета. Для сравнения некоторых распространенных методик вычисления вязкости смеси газов H_2O и CO_2 при их различных концентрациях и параметрах, характерных для проектируемой высокотемпературной турбины, предварительно был определен процентный состав газовой смеси, молекулярные массы компонентов и вязкости чистых веществ, входящих в смесь, при параметрах течения в турбине. Вязкость определяли как величину, обратную текучести.

1. Метод суммирования парциальных вязкостей (модель Грэхэма) [1]. В уравнениях этой модели вязкость смеси газов представлена как сумма парциальных вязкостей компонентов входящих в смесь. Метод предполагает, что полный момент в смеси является суммой моментов переносимых каждым отдельным компонентом. На этом основании введено понятие парциальной вязкости.

Уравнениям этой группы недостает описательной силы, когда речь заходит о взаимодействии разных молекул в смеси. Учитывают его подгонкой вязкостей чистых компонентов. Подгонку обычно осуществляют добавлением дополнительных членов b_i в уравнение.

Модель Грэхэма наиболее проста, в ней вязкость смеси газов получают посредством суммирования произведения вязкостей μ_i каждого компонента и их мольных долей x_i :

$$\mu_{\text{mix}} = \sum_i x_i \mu_i b_i. \quad (1)$$

Такая модель хорошо работает для смесей, в которых компоненты имеют схожую молекулярную массу. Если молекулярные массы сильно различаются, отклонение рассчитанных по этой модели свойств смеси от реальных, как правило, достаточно велико.

2. Методика Уилки [2]. В данном методе использовано уравнение, выведенное из кинетической теории, которое может быть расширено на многокомпонентные системы. Для вычисления необходим сложный коэффициент ϕ_{ij} для каждой пары компонентов в смеси. Для вычисления этого коэффициента требуются только вязкости μ_i, μ_j и молекулярные массы M_i, M_j отдельных компонентов:

$$\phi_{ij} = \frac{\left[1 + (\mu_i/\mu_j)^{1/2} (M_j/M_i)^{1/4} \right]^2}{\frac{4}{\sqrt{2}} (1 + M_i/M_j)^{1/2}}. \quad (2)$$

Зная этот коэффициент, можно рассчитать вязкость смеси наряду с мольными долями x_1, x_2, \dots :

$$\begin{aligned} \mu_{\text{mix}} = & \frac{\mu_1}{1 + (x_2/x_1)\phi_{12} + (x_3/x_1)\phi_{13} + \dots} + \\ & + \frac{\mu_2}{1 + (x_1/x_2)\phi_{21} + (x_3/x_2)\phi_{23} + \dots} + \dots \end{aligned} \quad (3)$$

Уравнение (3) можно переписать в общем виде:

$$\mu_{\text{mix}} = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_i}{1 + (1/x_i) \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n x_j \phi_{ij}}. \quad (4)$$

Каждое слагаемое здесь представляет собой парциальную вязкость одного компонента, а знаменатель каждого слагаемого учитывает взаимодействия между разными молекулами посредством прямого индивидуального регулирования парциальной вязкости для каждого компонента.

3. Уравнение Хернинга — Зипперера [3]. В данном методе парциальные вязкости рассчитывают без вычисления коэффициента Уилки:

$$\mu_{\text{mix}} = \frac{\sum_i \mu_i x_i \sqrt{M_i}}{\sum_i x_i \sqrt{M_i}}. \quad (5)$$

4. Метод Дэвидсона [4]. В этом методе вязкость рассматривают как сопротивление жидкости при передаче момента. Чем больше вязкость, тем меньше будет возмущение среды на заданном расстоянии от точки приложения силы. Введение парциальных вязкостей в рассмотренных выше методах является приближением, основанным на опытных данных лишь для нескольких исследованных смесей. Физических оснований для предположения аддитивности парциальных вязкостей нет.

Уравнение Максвелла рассматривает вязкость газа как произведение средней длины l свободного пробега молекул, плотности ρ и средней скорости v на некоторую константу C :

$$\mu = Cl\rho v. \quad (6)$$

Различные интерпретации кинетической теории дают значения константы C в диапазоне $0,31 \dots 0,5$.

Средняя длина l свободного пробега молекулы может быть определена как средняя скорость v молекул, деленная на частоту z столкновений с другими молекулами:

$$l = v/z. \quad (7)$$

Средняя длина свободного пробега не является простой функцией состояния или состава среды. Полная частота столкновений является суммой частот столкновений z_{ij} между всеми возможными парами молекул:

$$z = \sum_{ij} z_{ij}. \quad (8)$$

Частота столкновений молекул z_{ij} пропорциональна их концентрации. Следовательно, z является суммой слагаемых второй степени, отражающих концентрации.

Поскольку текучесть является свойством, обратным вязкости, ее можно рассматривать как способность жидкости передавать момент. Этот параметр напрямую связан с полной частотой столкновения молекул.

Скомбинировав уравнения (6)–(8), получим выражение для текучести

$$f = \sum_{ij} z_{ij} / (C\rho v^2). \quad (9)$$

В смеси газов при тепловом равновесии средняя кинетическая энергия K каждой молекулы связана с постоянной Больцмана k и абсолютной температурой T соотношением

$$K = 3kT/2. \quad (10)$$

Кинетическая энергия молекулы газа

$$K = mv^2/2. \quad (11)$$

Если V — молярный объем газа, а m/V — его плотность, то знаменатель в правой части уравнения (9) примет вид

$$C\rho v^2 = 3CkT/V.$$

Это выражение пропорционально температуре и не зависит от состава смеси.

Текучесть газовой смеси включает поправки, основанные на частоте столкновения молекул, которые учитываются заданием концентраций и свойств компонентов. Получим уравнение для расчета текучести смеси, вязкость при этом определяем как обратную ей величину.

Мольную долю часто используют для отражения концентрационных свойств смесей, одновременно связывая текучесть и вязкость лишь с передачей момента от одной точки среды к другой. Это позволяет предположить, что текучесть смеси газов должна зависеть от импульса отдельных его компонентов, а не от их концентраций. В данной методике доля момента является главным параметром вместо мольных долей или концентраций.

Импульс $p = mv$ связан с массой молекулы и температурой.

Согласно уравнениям (10) и (11),

$$p = \sqrt{3mkT}.$$

При термическом равновесии температуры всех компонентов смеси одинаковы. Таким образом, средний импульс каждого компонента пропорционален корню квадратному из его молекулярной массы. Приведенное выше уравнение Хернинга — Зипперера эквивалентно сумме зависящих от момента импульса парциальных вязкостей.

Доля y_i момента для компонента определяется как часть полного момента импульса в смеси. Если мольную долю компонента представить как x_i , то количество момента, связанного с этой долей, будет $x_i\sqrt{3MkT}$, а доля момента, связанная с компонентом, молекулярная масса которого M_i ,

$$y_i = \frac{x_i\sqrt{M_i}}{\sum_i x_i\sqrt{M_i}}. \quad (12)$$

Частота столкновений между двумя типами молекул z_{ij} может быть представлена как произведение их долей импульса:

$$z_{ij} = y_i y_j.$$

Таким образом, текучесть чистого газа зависит от квадрата среднего импульса молекул.

Приведенное ниже уравнение со скалярным коэффициентом смешивания B_{ij} используют для выражения текучести газовой смеси:

$$f = \sum_{ij} y_i y_j f_{ij} B_{ij}. \quad (13)$$

При $i \neq j$ величина f_{ij} представляет собой эффективную текучесть взаимодействия между i -м и j -м компонентами.

Когда $i = j$ f_{ij} отражает текучесть чистого газа i при тех же самых давлении и температуре смеси. Текучесть взаимодействия может быть рассчитана так:

$$f_{ij} = \frac{1}{\sqrt{\mu_i} \sqrt{\mu_j}}.$$

Скалярные коэффициенты B_{ij} связаны с эффективностью передачи импульса между молекулами при столкновении. В применении к чистому газу в уравнении (13) при $i = j$ коэффициент $B_{ij} = 1$. Если $i \neq j$ коэффициент B_{ij} будет зависеть от массы молекул, участвующих в столкновении.

Уравнения сохранения импульса и энергии включают в себя массы, начальные и конечные скорости:

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}; \quad (14)$$

$$\frac{m_1 v_{1i}^2}{2} + \frac{m_2 v_{2i}^2}{2} = \frac{m_1 v_{1f}^2}{2} + \frac{m_2 v_{2f}^2}{2}, \quad (15)$$

где v_{1f} и v_{2f} могут быть найдены с помощью алгебраического решения уравнений (14), (15):

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{2i}; \quad (16)$$

$$v_{2f} = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_{2i} + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}. \quad (17)$$

Умножив уравнение (16) на m_1 получим выражение для импульса первого компонента:

$$m_1 v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} m_1 v_{1i} + \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_{2i}.$$

Эффективность воздействия второго компонента на первый может быть представлена с помощью деления второго слагаемого на первоначальный момент второго компонента:

$$E_{21} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2};$$

$$E_{12} = \frac{2m_2}{m_1 + m_2}. \quad (18)$$

Средняя эффективность этого взаимодействия, измеренного для момента смеси,

$$E_{1,2} = \frac{y_1 E_{12} + y_2 E_{21}}{y_1 + y_2}.$$

Уравнение (18) можно упростить, применив формулу (12):

$$E_{1,2} = \frac{2\sqrt{m_1} \sqrt{m_2}}{m_1 + m_2}.$$

Это выражение принимает максимальное значение при одинаковых массах. Кроме того, оно неотрицательно и симметрично относительно индексов.

Коэффициент B_{ij} предполагается зависимым от E_{ij} :

$$B_{ij} = E_{ij}^A, \quad (19)$$

параметр A одинаков для смесей и является единственной эмпирической константой в уравнении смешивания ($A = 0,357$).

Принимая во внимание уравнение (19), учитывающее эффект влияния неодинаковости взаимодействующих масс на передачу мо-

мента импульса, из выражения (13) можно получить следующее соотношение для газовой смеси:

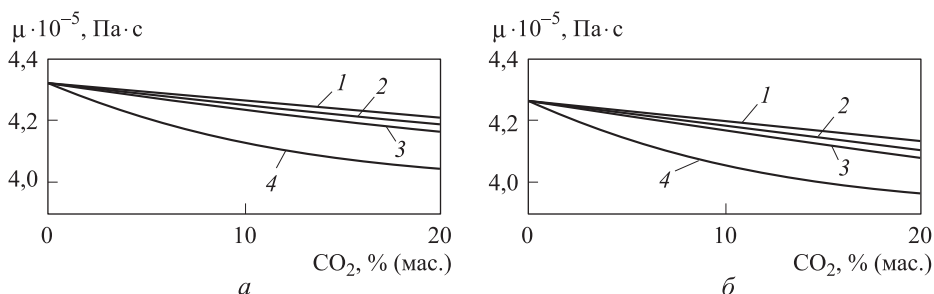
$$f = \sum_{ij} \left(\frac{y_i y_j}{\sqrt{\mu_i} \sqrt{\mu_j}} E_{ij}^A \right). \quad (20)$$

Формула (19) применима к смесям с любым числом компонентов. В случае двухкомпонентной смеси выражение (20) примет вид

$$f_{1,2} = \frac{y_1^2}{\mu_1} + 2 \frac{y_1 y_2}{\sqrt{\mu_1} \sqrt{\mu_2}} E_{1,2}^A + \frac{y_2^2}{\mu_2}.$$

По всем рассмотренным выше методикам рассчитана вязкость рабочего тела (смеси) в цилиндрах высокого (ЦВД) и среднего (ЦСД) давления высокотемпературной турбины при параметрах на входе в цилиндры $T_{0\text{цвд}} = 850^\circ\text{C}$, $p_{0\text{цвд}} = 13 \text{ МПа}$ и $T_{0\text{цсд}} = 850^\circ\text{C}$, $P_{0\text{цсд}} = 3,2 \text{ МПа}$ соответственно для различных концентраций CO_2 в водяном паре. Вязкости чистых компонентов $\mu_{\text{H}_2\text{O}} = 4,325 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$, $\mu_{\text{CO}_2} = 3,762 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$; молярные массы $M_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \text{ г/моль}$, $M_{\text{CO}_2} = 44 \text{ г/моль}$.

Результаты расчетов представлены на рисунке. Видно, что модель Грэхема, методика Уилки и уравнение Хернинга — Зипперера дают близкие результаты в диапазоне концентрации смеси CO_2 от 0...20 % (мас.) (разница менее 1,2 %), тогда как при расчете по методу Девидсона значения вязкости смеси на 0...3,5 % ниже.



Вязкость смеси при различной концентрации CO_2 в ЦВД (а) и ЦСД (б):

1 — метод Грэхэма; 2 — методика Уилки; 3 — уравнение Хернинга — Зипперера; 4 — метод Дэвидсона

Таким образом, при расчетах высокотемпературной турбины, работающей на смеси газов H_2O и CO_2 , при концентрации CO_2 в рабочем теле 4...8 % (мас.) различия при определении вязкости для всех рассмотренных методик не превышают 0,5...3 %. При этом метод Дэвидсона дает наименьшие значения вязкости. Влияние температу-

ры смеси на ее вязкость значительно превышает влияние выбора расчетной методики на результат в рассмотренном диапазоне концентраций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Graham T. On the Motion of Gases. *Phil. Trans.*, 1846, vol. 136, pp. 573–631.
2. Wilke C. Viscosity Equation for Gas Mixtures. *J. Chem. Phys.*, 1950, vol. 18, pp. 517–519.
3. Herning E., Zipperer L. Calculation of the Viscosity of Technical Gas Mixtures from the Viscosity of the Individual Gases. *Gas- und Wasserfach*, 1936, vol. 79, pp. 69–73.
4. Davidson T.A. *A simple and accurate method for calculating viscosity of gaseous mixtures. Report of investigations.* Bureau of Mines. 1993.

Статья поступила в редакцию 05.05.2014

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Жинов А.А., Милов П.А. Определение вязкости смесового рабочего тела высокотемпературной турбины. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 3. URL: <http://engjournal.ru/catalog/machin/energy/1269.html>

Жинов Андрей Александрович родился в 1965 г., окончил КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана в 1988 г. Канд. техн. наук, заведующий кафедрой «Тепловые двигатели и теплофизика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: турбиностроение, теплотехника, механика жидкостей и газов, математическое моделирование. e-mail: jin@bmstu-kaluga.ru

Милов Павел Алексеевич родился в 1991 г. Студент кафедры «Газотурбинные и паротурбинные установки и двигатели» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: паровые турбины, теплотехника, механика жидкостей и газов, математическое моделирование. e-mail: luridpale@mail.ru

Determining the viscosity of the mixture working fluid of high-temperature steam turbine

© A.A. Zhinov, P.A. Milov

Kaluga Branch of Bauman Moscow State Technical University, Kaluga, 248000, Russia

This article examines and compares different methods of determining the viscosity of non-ideal H₂O and CO₂ gas mixtures. The calculations for each method established the insignificant differences between them. The impact of the mixture temperature on its viscosity is significantly more important than choosing the method which affects the result in the considered range of concentrations.

Keywords: *viscosity, working fluid, high-temperature turbine, gas mixture, determination of properties.*

REFERENCES

- [1] Graham T. On the Motion of Gases. *Phil. Trans.*, vol. 136, 1846, pp. 573–631.
- [2] Wilke C. Viscosity Equation for Gas Mixtures. *J. Chem. Phys.*, vol. 18, 1950, pp. 517–519.
- [3] Herning E., Zipperer L. Calculation of the Viscosity of Technical Gas Mixtures from the Viscosity of the Individual Gases. *Gas und Wasserfach*, vol. 79, 1936, pp. 69–73.
- [4] Davidson T.A. *A simple and accurate method for calculating viscosity of gaseous mixtures. Report of investigations*, Bureau of Mines, 1993.

Zhinov A.A. (b. 1965) graduated from Kaluga branch of Bauman Moscow Higher Technical School in 1988. Ph.D., Assoc. Professor, head of the Heat Engines and Thermal Physics Department at Kaluga Branch of Bauman Moscow State Technical University. Research interests include turbine construction, heat engineering, fluid mechanics, and mathematical simulation. e-mail: jin@bmstu-kaluga.ru

Milov P.A. (b. 1991) is a student at Kaluga branch of Bauman Moscow State Technical University. Areas of activities and interest include steam turbines, heat engineering, fluid mechanics, mathematical simulation. e-mail: luridpale@mail.ru