

Алгоритм расчета нелинейных систем управления проекционно-матричным методом

© Окар Мин, Д.В. Мельников

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Предложен алгоритм расчета нелинейных систем управления, основанный на представлении процессов в форме разложения по базисной системе функций, и использования аппарата структурных преобразований, а также методов математического программирования. Алгоритм метода предполагает замену каждого звена системы управления матричным оператором. Особенностью алгоритма является процедура вычисления эквивалентных матричных операторов нелинейных элементов с помощью итерационных схем. Критерий эквивалентности — равенство выходных сигналов нелинейного элемента и эквивалентного ему линейного элемента, заданного матричным оператором, при обработке конкретного входного сигнала. Такой подход позволяет перенести задачу синтеза уже на класс линейных систем. На примере радиоэлектронной системы автоматического управления подробно рассмотрен алгоритм расчета, приведены его результаты, показывающие точность решения задачи.

Ключевые слова: алгоритм, спектральная характеристика, матричный оператор, ортонормированный базис, система управления, нелинейный объект.

На сегодняшний день трудно представить любую радиотехническую систему, в которую не входили бы органичной частью устройства автоматического управления, а в систему автоматического управления — устройства радиоэлектроники. Следует отметить, что устройства радиоэлектроники, как правило, содержат нелинейные элементы, поэтому и радиоэлектронные системы автоматического управления относятся к классу нелинейных систем, для которых решение задачи синтеза является чрезвычайно важной и активно развивающейся областью науки во всем мире. Синтез законов управления для таких систем часто связан со значительными трудностями как теоретического, так и вычислительного характера, что приводит к сложности их инженерной реализации.

В настоящее время даже в классе линейных систем для решения задачи синтеза регуляторов предложены не достаточно теоретически обоснованные методы, а лишь более или менее эффективные. Решение задачи синтеза регуляторов значительно усложняется в классе сложных нелинейных систем. Некоторые методы эффективны при рассмотрении простейших (линейных) систем или систем с одним или двумя нелинейными элементами. В общем же случае приходится иметь дело с весьма сложными уравнениями, при этом результат получается в численном виде и пользоваться им в аналитических расчетах, например на этапе параметрической оптимизации, затруднительно. Как для класса линейных, так и нелинейных систем в инженерных подходах, ориен-

тированных на проектирование сложных радиоэлектронных автоматических систем с высокой степенью эффективности, используют аппарат математического программирования как наиболее конструктивный путь решения задач расчета параметров регуляторов, связанных не только с задачей синтеза по заданным показателям качества, но и с обеспечением большого числа ограничений, порожденных необходимостью простой физической реализации систем, а также условиями их эксплуатации. Предлагаемый проекционно-матричный расчет систем управления позволяет не только получить количественные характеристики соответствующих процессов в исследуемой радиоэлектронной системе с полной математической моделью, но и вскрыть факторы, влияющие на эти характеристики, и целенаправленно менять их, обеспечивая таким образом возможность синтеза системы с требуемыми качествами.

Алгоритм синтеза регуляторов в классе нелинейных систем рассмотрим на примере синтеза радиоэлектронной системы автоматического управления, представленной на рис. 1 [1].

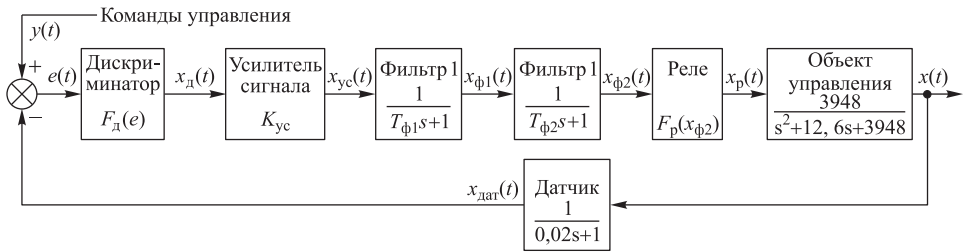


Рис. 1. Структурная схема радиоэлектронной системы автоматического управления

К нелинейным элементам относится дискриминатор и реле. Характеристика дискриминатора описывается в виде функции

$$x_d = F_d(e) = \frac{10e}{1 + 0,1|e| + 0,02e^2}, \quad (1)$$

график которой представлен на рис. 2.

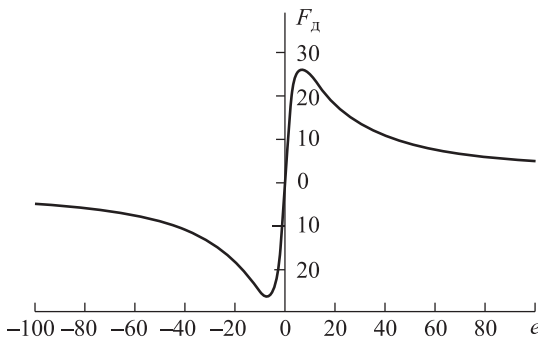


Рис. 2. Нелинейная зависимость дискриминатора

Реле описывается следующей зависимостью:

$$x_p = F_p(x_{\phi 2}) = x_{\phi 2} \begin{cases} x_p, & |x_{\phi 2}| \leq 1,2; \\ 1,2, & x_{\phi 2} > 1,2; \\ -1,2, & x_{\phi 2} < -1,2. \end{cases} \quad (2)$$

Задача состоит в расчете параметров фильтров $T_{\phi 1}$, $T_{\phi 2}$ и усилителя сигнала K_{yc} таким образом, чтобы при подаче команды управления в виде единичной ступеньки переходный процесс $x(t)$ системы приближался бы к некоторому желаемому (эталонному) процессу. Зададим эталонный выходной процесс в виде

$$x_3(t) = 1 - e^{-1,8t} \cos(2,3t). \quad (3)$$

Алгоритм проекционно-матричного метода синтеза систем управления основан на представлении процессов в форме разложения по базисной системе функций. Такой подход позволяет перейти к операторной форме представления системы рис. 3 [2, 3].

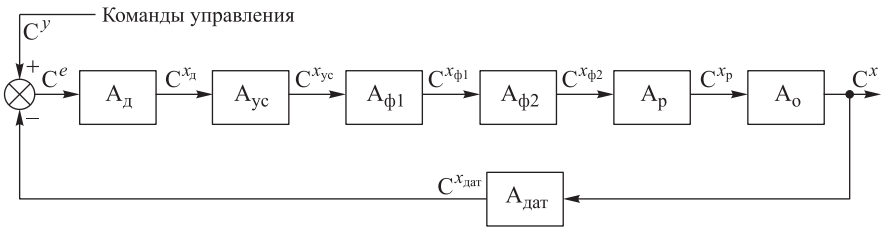


Рис. 3. Операторная форма радиоэлектронной системы автоматического управления

На рис. 3 обозначено: A_d , A_{yc} , $A_{\phi 1}$, $A_{\phi 2}$, A_p , A_o , $A_{дат}$ — матричные операторы соответствующих звеньев; C^y , C^e , C^{x_d} , $C^{x_{yc}}$, $C^{x_{\phi 1}}$, $C^{x_{\phi 2}}$, C^{x_p} , C^x , $C^{x_{дат}}$ — спектральные характеристики соответствующих процессов.

С учетом такого операторного представления системы меру близости эталонного и реального переходных процессов можно записать в терминах матричных операторов:

$$J(\mathbf{p}) = \|C^x(\mathbf{p}) - C^{x_3}\| = \|E(\mathbf{p})\| \rightarrow \min_{\mathbf{p}}, \quad (4)$$

где $\mathbf{p} = [T_{\phi 1}, T_{\phi 2}, K_{yc}]^T$ — вектор искомых параметров; $C^x(\mathbf{p})$ — спектральная характеристика реального переходного процесса; C^{x_3} — спектральная характеристика эталонного переходного процесса.

На практике в качестве нормы близости (4) удобно использовать евклидову норму

$$J(\mathbf{p}) = \|\mathbf{E}(\mathbf{p})\| = \sqrt{\sum_i e_i^2(\mathbf{p})} \rightarrow \min_{\mathbf{p}}. \quad (5)$$

Задачу синтеза разобьем на этапы.

Этап 1. Выбор ортонормированного базиса (ОНБ). В рассматриваемом примере в качестве ОНБ выберем функции Уолша, алгоритм формирования которых можно найти в работах [1, 2] или воспользоваться пакетом MATLAB: $\mathbf{H} = \text{hadamard}(N)/\text{sqrt}(N)$ — матрица размером $N \times N$ (матрица Адамара), представляющая собой ортонормированный базис функций Уолша, упорядоченных по Адамару; N — число базисных функций, зададим $N = 512$.

Этап 2. Расчет спектральных характеристик воздействия $y(t)$ и эталонного выходного сигнала:

$$\mathbf{C}^y = \mathbf{H}\mathbf{Y},$$

$$\mathbf{C}^{x_3} = \mathbf{H}\mathbf{X}_3,$$

где \mathbf{H} — ОНБ; \mathbf{Y}, \mathbf{X}_3 — вектор-столбцы, элементы которых представляют собой дискретные значения функций $y(t)$ и $x_3(t)$ в определенные моменты времени.

Этап 3. Расчет матричных операторов линейных звеньев, характеристики которых известны:

$$\mathbf{A}_0 = (\mathbf{I} + 12,6\mathbf{A}_и + 3\,948\mathbf{A}_и^2)^{-1} (3\,945\mathbf{A}_и^2); \quad \mathbf{A}_{\text{дат}} = (0,02\mathbf{I} + \mathbf{A}_и)^{-1} \mathbf{A}_и,$$

где \mathbf{I} — единичная матрица; $\mathbf{A}_и$ — матрица интегрирования в базисе функций Уолша, вычислить которую в пакете MATLAB можно по листингу, представленному на рис. 4.

```
function P=m_intM(T,N)
% Матрица интегрирования в базисе функций Уолша, упорядоченных по Адамару
% T- время исследования
% N- размер базиса
P=1/2; N2=log2(N);
for i=1:N2
    r=length(P/2);
    Z=zeros(r);
    Z(1,1)=1/(2*2^(N2-i+1));
    P0=P;P0(1,1)=0;
    P=[P,Z;-Z,P0];
end
P=sparse(P)*T;
```

Рис. 4. Вычисление матрицы интегрирования в базисе функций Уолша

Этап 4. Определение набора искомых параметров \mathbf{p}_j в соответствии с методом вычисления минимума целевой функции (4) или (5). В данном примере использована функция `lsqnonlin` пакета MATLAB, ориентированная на минимизацию целевых функций вида (5). На начальном этапе для старта процедуры минимизации следует задать нулевое приближение \mathbf{p}_0 параметров, например $T_{\phi 1} = T_{\phi 2} = K_{yc} = 1$.

Этап 5. Вычисление спектральной характеристики выходного сигнала \mathbf{C}^x при наборе параметров \mathbf{p}_j . Эта процедура представляет собой анализ нелинейной системы управления спектральным способом и использует, как и для линейных систем, аппарат структурных преобразований [2, 4].

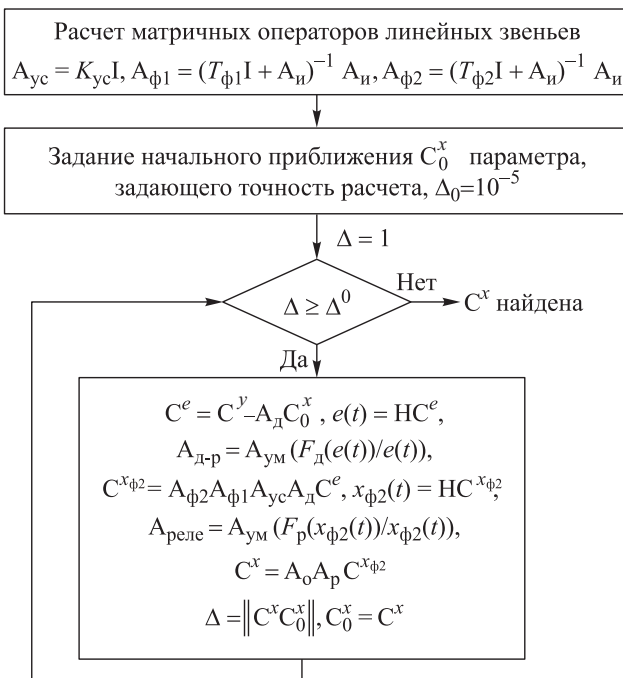


Рис. 5. Алгоритм вычисления спектральной характеристики \mathbf{C}^x выходного сигнала

Отличительной особенностью здесь является определение эквивалентных матричных операторов нелинейных звеньев, которые предлагается вычислить (при конкретных входных воздействиях) как матричный оператор умножения функции, представляющей собой отношение выходного сигнала к входному сигналу рассматриваемого нелинейного элемента. Алгоритм вычисления спектральной характеристики выходного сигнала показан на рис. 5.

Матричный оператор умножения \mathbf{A}_{ym} можно вычислить с помощью листинга (рис. 6).

```
function Ay=m_ymn(H,f)
% Матрица умножения в базисе функций Уолша, упорядоченных по Адамару
% операция умножения на некоторую функцию f — вектор-столбец
% H-матрица Адамара
Ay=H*(H.*kron(ones(1,length(f)),f));
```

Рис. 6. Вычисление матрицы умножения в базисе функций Уолша

Этап. 6. Проверка выполнения критерия (4) или (5). Если минимум найден, то при соответствующих параметрах проводим анализ системы, в противном случае переходим к этапу 3, т. е. присваиваем искомым параметрам \mathbf{p}_{j+1} значения в соответствии с выбранным алгоритмом минимизации целевой функции (функции многих переменных).

Для рассматриваемого примера за 14 итераций были найдены следующие параметры:

$$K_{yc}^* = 468,9355; \quad T_{\phi 1}^* = 1288,0187; \quad T_{\phi 2}^* = 0,1501;$$

$$J(K_{yc}^*, T_{\phi 1}^*, T_{\phi 2}^*) = 0,8982.$$

На рис. 7 представлены реальный $x(t)$ и эталонный $x_3(t)$ переходные процессы.

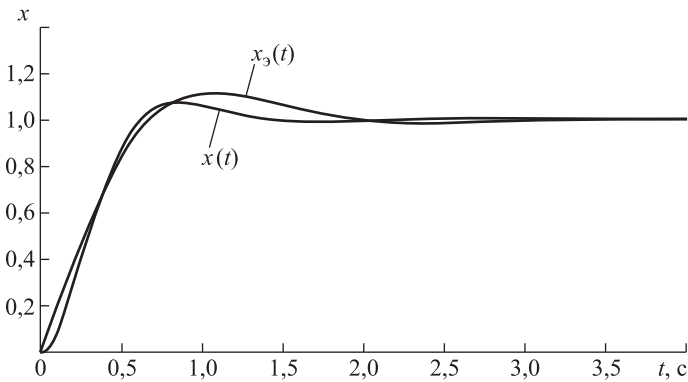


Рис. 7. Переходные процессы радиозлектронной системы автоматического управления

Для предложенного алгоритма синтеза характерно следующее. Алгоритм применим для исследования и синтеза регуляторов в классе линейных и нелинейных нестационарных систем и не требует нахождения дифференциального уравнения системы, связывающего входной и выходной процессы. Что касается сложных автоматических систем, например класса нестационарных систем высокого порядка, то задача построения уравнения вход-выход чрезвычайно трудоемка, требует

проведения громоздких преобразований и при решении инженерных задач применения не находит. Алгоритм использует аппарат структурных преобразований, т. е. по существу новый структурный метод представления элементов систем управления различной физической природы матричными операторами. Структурный метод предлагает новые способы расчета, а также позволяет наглядно представить взаимосвязь элементов системы. Здесь нет принципиальных ограничений на размер системы и количество нелинейных элементов. Использование методов математического программирования позволяет решать задачи синтеза с различными ограничениями. В последнее время проекционно-матричные методы находят применение для решения задач расчета робастных систем управления [5, 6].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Правительства Калужской области (гранты № 14-41-03071, № 14-48-03013).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Каганов В.И. *Радиоэлектронные системы автоматического управления. Компьютеризованный курс*. Москва, Горячая линия. Телеком, 2009. 432 с.
- [2] Матричные методы расчета и проектирования сложных систем автоматического управления для инженеров. Пупков К.А., Егупов Н.Д., ред. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007, 664 с.
- [3] Jie Shen Tao Tang. *Spectral and High-Order Methods with Applications*. Science Press, 2007, 326 p.
- [4] Мельников Д.В. Проекционно-матричный метод синтеза контура регулирования частоты вращения ротора паровой турбины. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2013, № 4 (93), с. 43–53.
- [5] Корнюшин Ю.П., Мельников Д.В., Егупов Н.Д., Корнюшин П.Ю. Исследование и расчет параметров элементов системы регулирования частоты вращения ротора турбины с учетом параметрической неопределенности математической модели. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2014, № 1 (52), с. 78–93.
- [6] Егупов Н.Д., Корнюшин Ю.П., Акименко Д.А., Корнюшин П.Ю. Синтез робастных регуляторов методом матричных операторов. *Изв. ТГУ. Технические науки*, 2011, № 5, с. 99–108.

Статья поступила в редакцию 05.05.2014

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Окар Мин, Мельников Д.В. Алгоритм расчета нелинейных систем управления проекционно-матричным методом. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 12. URL: <http://engjournal.ru/catalog/it/asu/1268.html>

Окар Мин — аспирант кафедры «Системы автоматического управления» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: энергетические системы управления. e-mail: okkamin49@gmail.com

Мельников Дмитрий Владимирович родился в 1975 г., окончил КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана в 1998 г. Канд. техн. наук, доцент, заведующий кафедрой «Электротехника» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: энергетические системы управления. e-mail: melnikov-dv@yandex.ru.

Algorithm for calculating the nonlinear control systems of the projection-matrix method

© Oukar Min, D.V. Melnikov

Kaluga Branch of Bauman Moscow State Technical University, Kaluga, 248000, Russia

In this paper we propose an algorithm for the calculation of nonlinear control systems. The algorithm is based on the representation of processes in the form of an expansion in the base system theme functions, and uses the machine structural reforms, as well as mathematical programming methods. Algorithm method involves replacing each link management system matrix opera. General feature of the algorithm is the calculation procedure of equivalent matrix operators' nonlinear elements using iterative schemes. Equivalence criterion is the equality of output signals of the nonlinear element and its equivalent linear element defined matrix operator, when developing a specific input. Such an approach makes it possible to transfer the synthesis problem is a class of linear systems. By the example of electronic automatic control system we considered in detail calculation algorithm. Obtained results show limiting accuracy of the solution.

Keywords: *algorithm, spectral response, the matrix operator, orthonormal basis, the control system, a linear object.*

REFERENCES

- [1] Kaganov V.I. *Radioelectronnye sistemy avtomaticheskogo upravleniya. Kompyuternyi kurs* [Electronic systems of automatic control. Computer course]. Moscow, Hotline – Telecom, 2009, 432 p.
- [2] Pupkova K.A., Yegupova N.D., eds. *Matrichnye metody rascheta i proektirovaniya slozhnykh sistem avtomaticheskogo upravleniya dlya inzhenerov* [Matrix methods of calculation and design of complex automatic control systems for engineers]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2007, 664 p.
- [3] Jie Shen Tao Tang. *Spectral and High-Order Methods with Applications. Science Press*, 2007, 326 p.
- [4] Melnikov D.V. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seriya Mashinostroenie — Bulletin of Moscow State Technical University n.a. N.E. Bauman. Mechanical Engineering Series*, 2013, no. 4 (93), pp. 43–53.
- [5] Korniyushin Yu.P., Melnikov D.V., Egupov N.D., Korniyushin P.Yu. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seriya Estestvennyye nauki — Bulletin of Moscow State Technical University n.a. N.E. Bauman. Natural Sciences Series*, 2014, no. 1, (52), pp. 78–93.
- [6] Egupov N.D., Korniyushin Yu.P., Akimenko D.A., Korniyushin P.Yu. *Izvestiya Tulskego Gosudarstvennogo Universiteta. Tekhnicheskie nauki — News of Tula State University. Engineering*, 2011, iss. 5-1, pp. 99–108.

Oukar Min is a post-graduate of the Automatic Control Systems Department at Kaluga branch of Bauman Moscow State Technical University. Author of 7 scientific works in the field of energy, electrical engineering, modeling and control of engineering systems; research interests: energy management system. e-mail: okkamin49@gmail.com

Melnikov D.V. (b. 1975) graduated from Kaluga branch of Bauman Moscow State Technical University in 1998. Ph.D., Assoc. Professor, he is the Head of the Electrical Department at. Author of over 125 scientific papers in the field of energy, electrical engineering, modeling and control of engineering systems. His research interests include energy management system. e-mail: melnikov-dv@yandex.ru