

## Простой алгоритм терминального управления пневмоприводом при наличии фазового ограничения и ограничения на управление

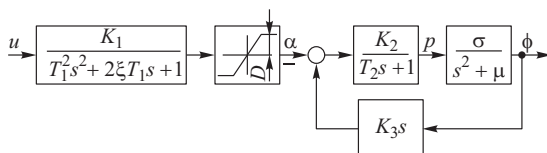
© В.И. Краснощеченко

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

*Предложен простой алгоритм терминального (кусочно-постоянного) управления перемещением штока пневмопривода из любого начального состояния в любое конечное состояние за фиксированное время, малое фиксированное число равных шагов, с учетом всех ограничений и без удара об ограничитель. Алгоритм использует плоскости переключения, которые получены аппроксимацией решений 900 задач линейного программирования симплекс-методом.*

**Ключевые слова:** терминальное управление, фазовое ограничение, пневмопривод, линейное программирование, симплекс-метод.

**Постановка задачи.** В работе [1] изложена методика синтеза оптимального по быстродействию рулевого пневмопривода. Для синтеза используется разработанный авторами локальный метод. Структурная схема данного пневмопривода представлена на рис. 1.



**Рис. 1.** Структурная схема пневмопривода

Управляющее напряжение  $u$  подается на пневмораспределитель, а выходом является поступательное перемещение  $\phi$  штока поршня. Параметры системы:  $T_1 = 0,002$  с;  $T_2 = 0,00106$  с;  $\xi = 6,5$ ;  $\sigma = 3,927 \cdot 10^{-4}$  м/Па;  $\mu = 532\,950$  с<sup>-2</sup>;  $D = 0,015$  рад;  $K_1 = 0,01$  рад/В;  $K_2 = 1,9 \cdot 10^8$  Па/рад;  $K_3 = 3,23 \cdot 10^{-3}$  рад·с/м;  $A = 27$  В.

Особенностью данной системы управления кроме обычного ограничения на управление (питающее напряжение) является наличие жестких механических упоров, ограничивающих угловое перемещение выхода пневмораспределителя:  $|\alpha| \leq D$ . В локальном методе синтеза оптимального управления некоторые фазовые переменные при выходе на ограничитель могут иметь разрывы первого рода, чего нет при классическом подходе к решению задач с фазовыми ограничениями [2, 3].

Привод работает в релейном режиме и должен за минимальное время обеспечить перемещение рулей (штока пневмопривода) из установившегося состояния  $\phi(0) = \mp b$  в установившееся состояние  $\phi(\min T_1) = \pm b$ , где  $b$  — любое числовое значение из диапазона  $0 \leq b \leq b^*$ ;  $b^* = D\sigma K_2 / \mu = 0,0021$  м. Фактически число  $b$  определяет шаг поступательного перемещения штока пневмопривода (рулей) в прямом направлении, тогда как  $-b$  — в обратном.

В работе [1] предполагается, что этот шаг должен быть постоянным. Если на каком-то этапе управления будет необходим переменный шаг (например, чтобы увеличить шаг для более динамичного, но относительно грубого перемещения рулей или уменьшить для повышения точности перемещения рулей), данный алгоритм в представленном виде работать не будет. Конечно, минимальное время перехода из состояния  $\phi(0) = \mp b$  в состояние  $\phi(\min T_1) = \pm b$  — очень важный фактор управления, определяющий максимальное быстродействие пневмопривода. Однако наличие разрывов первого рода по угловой скорости при выходе на ограничитель значительно усложняет расчет оптимального управления, а сам скачок (приблизительно в 10 рад/с) и соответственно удар об ограничитель (в работе [1] он предполагается абсолютно неупругим) приводят к механическому износу элементов пневмопривода. Негативным фактором также является возможность появления достаточно узких и трудно реализуемых на практике импульсов (доли миллисекунд) релейного управления [1].

В данной статье предлагается простой алгоритм терминального управления перемещением штока из любого начального состояния  $\phi(0) = \mp b_1$ ,  $b_1 \in [0, b^*]$ , где  $b^* = 0,0021$  м, в любое конечное состояние  $\phi(T) = \pm b_2$ , где  $b_2 \in [0, b^*]$ , за фиксированное время  $T = 7,4 \cdot 10^{-3}$  с (определено моделированием) и фиксированное число равных (приблизительно по 1,5 мс) шагов  $N = 5$  с учетом всех ограничений и без удара об ограничитель при кусочно-постоянном управлении  $u \in [-A, A] = [-27, 27]$  В. Для его реализации можно использовать ШИМ-управление (модуляцией базисного напряжения  $\bar{u} = \pm 27$  В).

Алгоритм использует плоскости переключения, поэтому в дальнейшем будем его называть ПП-алгоритм. Плоскости переключения получены на основании аппроксимации решений 900 задач линейного программирования симплекс-методом (общее время решения всех задач 65 с на персональном компьютере с тактовой частотой 1,3 ГГц и оперативной памятью 1,24 ГБ). Каждая задача линейного программирования определяет управление для решения некоторой задачи терминального управления с учетом фазового ограничения и ограничения на управление. Данный метод описан в работе [4]. Далее для краткости

будем называть его СМ-алгоритм. По сути ПП-алгоритм — это простая и, как будет показано, эффективная аппроксимация всех решений терминальных задач, полученных с помощью СМ-алгоритма.

**Выбор базиса для представления системы управления в пространстве состояний.** Исходная система в пространстве состояний записывается в виде [1]

$$\Sigma_0: \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_0\mathbf{x} + \mathbf{b}_0u;$$

$$y = \mathbf{c}_0\mathbf{x},$$

где  $\mathbf{x} = (\alpha \quad \dot{\alpha} \quad p \quad \phi \quad \dot{\phi})^T$  — вектор состояния;  $|\alpha| \leq D = 0,015$  рад,  $|u| \leq A = 27$  В — ограничения;

$$\mathbf{A}_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2,5 \cdot 10^5 & -6,5 \cdot 10^3 & 0 & 0 & 0 \\ 1,7925 \cdot 10^{11} & 0 & -9,434 \cdot 10^2 & 0 & -5,7896 \cdot 10^8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3,927 \cdot 10^{-4} & -5,3295 \cdot 10^5 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{b}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2500 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{c}_0 = (0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0).$$

Число обусловленности матрицы  $\mathbf{A}_0$

$$C_{\mathbf{A}_0} = 8,9228 \cdot 10^{17}.$$

При таком большом числе  $C_{\mathbf{A}_0}$  дискретизация системы  $\Sigma_0$  и представление задачи управления как задачи линейного программирования становятся крайне сложной проблемой в первую очередь с вычислительной точки зрения. Предлагается применять сбалансированную модель в пространстве состояний для исходной структурной схемы пневмопривода (см. рис.1), которая получена с использованием программного пакета MATLAB.

Запишем модель пневмопривода в новых координатах:

$$\Sigma: \dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u;$$

$$y = \mathbf{c}\tilde{\mathbf{x}},$$

где

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -943,4 & -742,5 & -959 & 0 & 39,06 \\ 1024 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 512 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -6500 & -488,3 \\ 0 & 0 & 0 & 512 & 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{c} = (0 \quad 0 \quad 8,391 \quad 0 \quad 0).$$

Матрица перехода  $\mathbf{S}$  от системы  $\Sigma$  к  $\Sigma_0$  ( $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{x}$ ) имеет вид

$$\mathbf{S} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 8,9263 \cdot 10^{-11} & -1,2114 \cdot 10^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,3276 \cdot 10^{-4} \\ 0 & 0 & 0 & 1,1917 \cdot 10^{-1} & 0 \\ -8,8818 \cdot 10^{-16} & 8,0 \cdot 10^{-4} & 7,9409 \cdot 10^{-23} & 7,276 \cdot 10^{-12} & 4,4409 \cdot 10^{-16} \\ 4,096 \cdot 10^{-1} & 0 & -3,3087 \cdot 10^{-24} & 0 & 2,7756 \cdot 10^{-17} \end{pmatrix},$$

где  $\mathbf{S} = \mathbf{M}_c (\mathbf{M}_{c0})^{-1}$ ;  $\mathbf{M}_c$  — матрица управляемости для системы  $\Sigma$ ;  $\mathbf{M}_{c0}$  — то же для системы  $\Sigma_0$ .

Для сбалансированной матрицы  $\mathbf{A}$  число обусловленности  $C_A = 171,14$ , т. е. на 15 порядков меньше, чем  $C_{A_0}$ . Поэтому для представления и решения задачи терминального управления как задачи линейного программирования воспользуемся моделью  $\Sigma$ . Моделирование для нахождения траекторий с полученным управлением проведем для обеих систем.

Собственные числа матриц  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{A}_0$

$$\sigma(\mathbf{A}) = \sigma(\mathbf{A}_0) = \{-788,1; -77,6 \pm j \cdot 794,9; -6461,3; -38,7\},$$

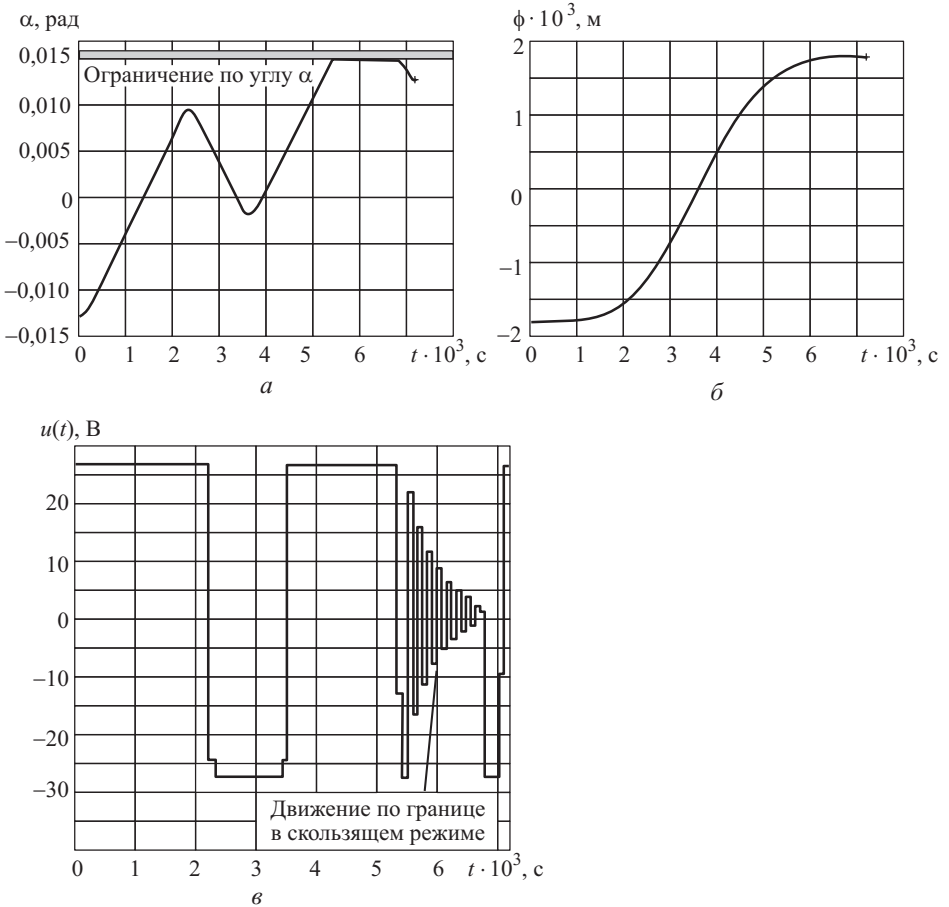
выбранное (моделированием) время управления и число шагов дискретизации

$$T = 7,3 \cdot 10^{-3} \text{ с}; \quad N = 80.$$

**Сравнение решения задачи быстродействия с помощью СМ-алгоритма и локальным методом.** Рассматривается решение задачи быстродействия по переводу системы из начального состояния

$\phi(0) = b_1 = -1,8 \cdot 10^{-3}$  м в конечное  $\phi(T) = b_2 = 1,8 \cdot 10^{-3}$  м. Движение по границе осуществляется в скользящем (при выбранном шаге дискретизации  $h = T / N$ ) режиме.

На рис. 2 представлены графики оптимального по быстродействию перевода системы из состояния  $\phi(0) = b_1 = -1,8 \cdot 10^{-3}$  м в состояние  $\phi^*(T) = b_2 = 1,8 \cdot 10^{-3}$  м с использованием СМ-алгоритма. Числовые характеристики моделирования: число шагов дискретизации  $N = 80$ , число итераций  $N_{\text{итер}} = 174$ ,  $\phi(T) = 1,801 \cdot 10^{-3}$  м,  $\dot{\phi}(T) = -0,0007$  м/с. Полученные траектории системы и управление (см. рис. 2) практически совпадают с результатами работы [1] за исключением прохождения границы: в статье [1] — выход на упор и прижим к ограничителю, в данной работе — скользящий режим.



**Рис. 2.** Графики оптимального по быстродействию перевода системы из состояния  $\phi(0) = b_1 = -1,8 \cdot 10^{-3}$  м в состояние  $\phi^*(T) = b_2 = 1,8 \cdot 10^{-3}$  м с использованием СМ-алгоритма:

$a$  — изменение угла  $\alpha(t)$ ;  $б$  — перемещение штока  $\phi(t)$ ;  $в$  — график управления  $u(t)$

Рассмотрим применение СМ-алгоритма для управления пневмоприводом при любых начальных и конечных условиях, причем выбранное фиксированное время  $T_0 = 7,4 \cdot 10^{-3}$  с и фиксированное число  $N = 5$  равных интервалов кусочно-постоянного управления позволяют практически без временных потерь и скользящих режимов обеспечить необходимый переход. А для значительного упрощения и убыстрения работы алгоритма управления в режиме онлайн получена аппроксимация решения задач СМ-алгоритмом с использованием плоскостей переключения (ПП-алгоритм).

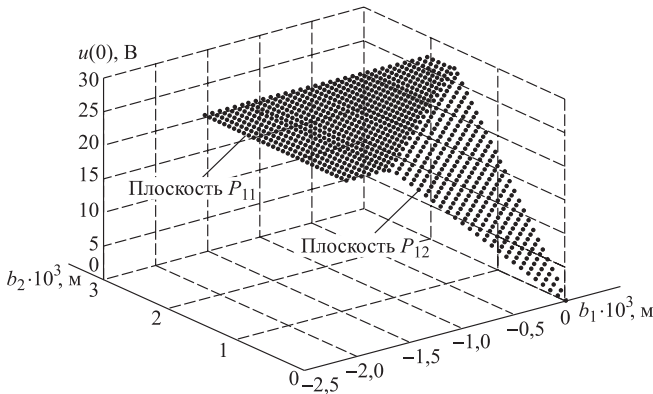
**Построение плоскостей переключения для определения управления на отдельных интервалах.** Варианты для начального и конечного положения выходной координаты  $\phi$  следующие:  $0 \geq b_1 \geq -b^*$ ;  $0 \leq b_2 \leq b^*$ , где  $b^* = |\phi_{\max}| = 0,0021$  м. Интервалы  $b_1 \in [-b^*, 0] = \left[-\frac{D\sigma K_2}{\mu}, 0\right] = [-0,0021; \dots; 0]$  м и  $b_2 \in [0, b^*] = \left[0, \frac{D\sigma K_2}{\mu}\right] = [0; \dots; 0,0021]$  м разбиты на 30 равных подинтервалов и для каждого значения  $\{b_1, b_2\}$  решена задача оптимизации (всего 900 задач).

По результатам моделирования получены аппроксимирующие плоскости переключения.

*Первый интервал управления* (рис. 3). Плоскости переключения

$$P_{11} : u(0) = A = 27 \text{ В};$$

$$P_{12} : u(0) = -16085,71429b_1 + 16800b_2, \text{ В.}$$



**Рис. 3.** Плоскости переключения для первого интервала управления

Алгоритм работы: если  $u = -16085,71429b_1 + 16800b_2 < A = 27$  В, тогда  $u(0) = u$ , иначе  $u(0) = A = 27$  В.

Второй интервал управления (рис. 4). Плоскости переключения

$$P_{21}: u(1) = -11360,09445b_1 + 13311,68831b_2 - 46,79793388, \text{ В};$$

$$P_{22}: u(1) = 16521,42857b_1 - 15807,14286b_2, \text{ В}.$$

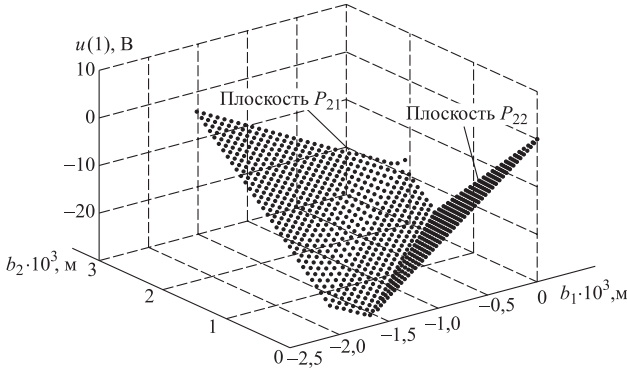


Рис. 4. Плоскости переключения для второго интервала управления

Пересечение плоскостей и проекция линии пересечения на плоскость  $b_1Ob_2$

$$PP_2 = \Pi(P_{21} \cap P_{22}): b_2 = 0,9575083b_1 + 0,0016071.$$

Алгоритм работы: если  $b_2 \leq 0,9575083b_1 + 0,0016071$ , тогда  $u(1) \in P_{22}$ , иначе  $u(1) \in P_{21}$ .

Третий интервал управления (рис. 5). Плоскости переключения

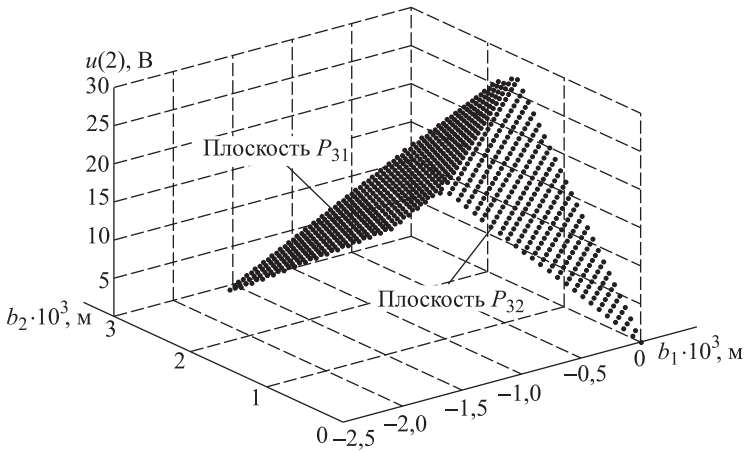
$$P_{31}: u(2) = 8084,642857b_1 - 8462,857143b_2 + 46,8167, \text{ В};$$

$$P_{32}: u(2) = -16220,48872b_1 + 16933,64662b_2 + 0,004, \text{ В}.$$

Пересечение плоскостей и проекция линии пересечения на плоскость  $b_1Ob_2$

$$PP_3 = \Pi(P_{31} \cap P_{32}): b_2 = 0,9570267b_1 + 0,0016071.$$

Алгоритм работы: если  $b_2 \leq 0,9570267b_1 + 0,0016071$ , тогда  $u(2) \in P_{32}$ , иначе  $u(2) \in P_{31}$ .

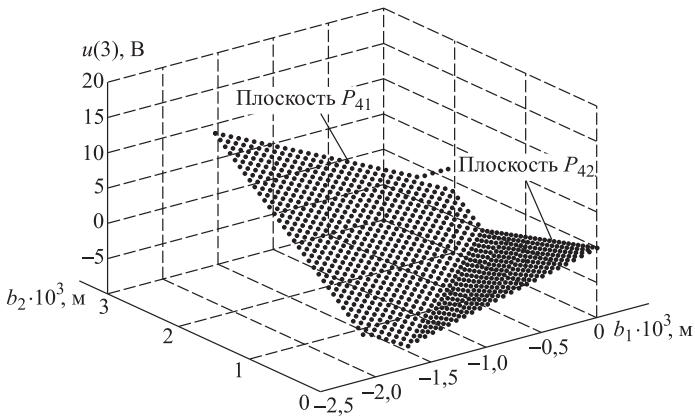


**Рис. 5.** Плоскости переключения для третьего интервала управления

*Четвертый интервал управления* (рис. 6). Плоскости переключения

$$P_{41}: u(3) = -7713,592705b_1 + 8947,6231b_2 - 19,5423166, \text{ В};$$

$$P_{42}: u(3) = 3627,236316b_1 - 2874,677348b_2 - 0,44732087, \text{ В}.$$



**Рис. 6.** Плоскости переключения для четвертого интервала управления

Пересечение плоскостей и проекция линии пересечения на плоскость  $b_1Ob_2$

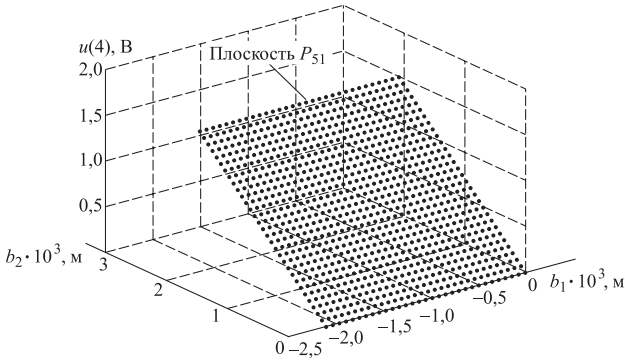
$$PP_4 = \Pi(P_{41} \cap P_{42}): b_2 = 0,9592743b_1 + 0,00161517.$$

Алгоритм работы: если  $b_2 \leq 0,9570267b_1 + 0,0016071$ , тогда  $u(3) \in P_{42}$ , иначе  $u(3) \in P_{41}$ .

*Пятый интервал управления* (рис. 7). Плоскость переключения

$$P_{51}: u(4) = 0,710109b_1 + 713,888889b_2 + 0,00166, \text{ В}.$$





**Рис. 7.** Плоскость переключения для пятого интервала управления

*Алгоритм работы:*  $u(4) \in P_{51}$ .

Моделирование показало, что предложенный ПП-алгоритм, имея очень высокое быстродействие, позволяет получить хорошую терминальную точность во всем диапазоне перемещения штока пневмопривода. В таблице представлены некоторые результаты терминальных значений желаемого  $\phi^*(T) = b_2$  и полученного  $\phi(T)$  выходного угла при различных значениях  $\{b_1, b_2\}$ . Видно, что точность перевода системы в конечную точку весьма высока.

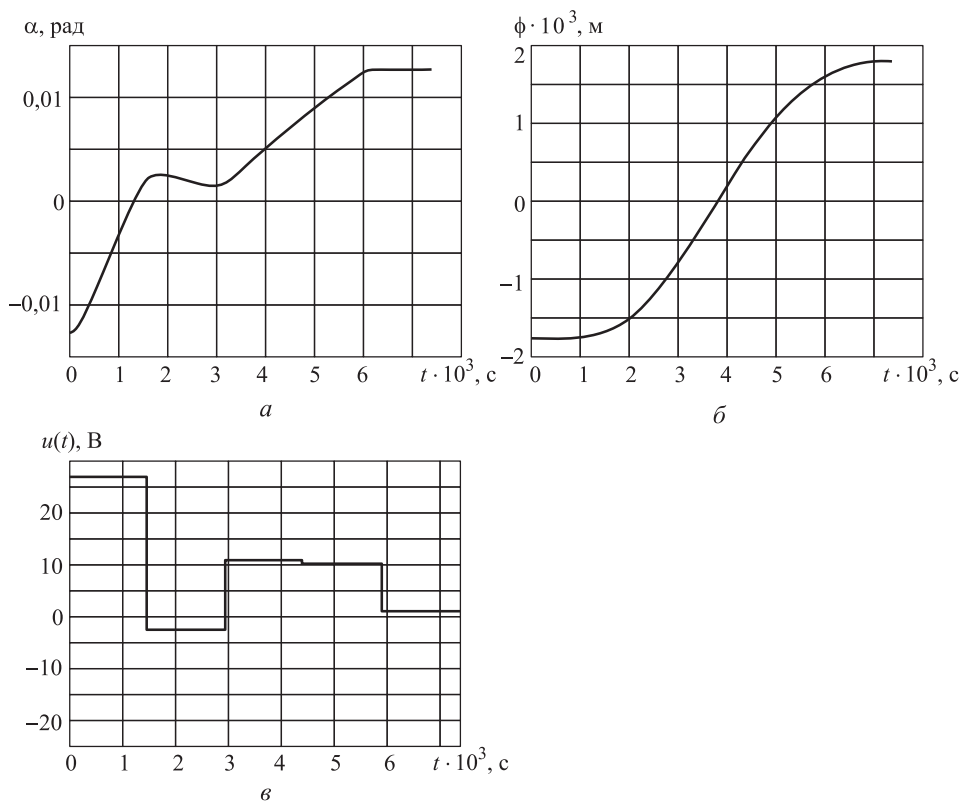
В качестве примера приведем также графики моделирования рассмотренной выше задачи быстродействия с использованием ПП-алгоритма. На рис. 8 представлены графики изменения угла  $\alpha(t)$ , перемещения штока  $\phi(t)$  и управления  $u(t)$ . Перевод осуществляется практически за то же время, при этом отсутствует выход на ограничитель или скользящий режим и затраты энергии значительно меньше.

**Результаты тестирования СМ- и ПП-алгоритмов**

$(b^* = |\phi_{\max}| = 0,0021 \text{ м}, T = 7,4 \cdot 10^{-3} \text{ с})$

№ п/п	Начальное положение штока $b_1 = \phi(0), \text{ м}$	Конечное положение штока $b_2 = \phi^*(T), \text{ м}$	Моделирование СМ-алгоритма		Моделирование ПП-алгоритма	
			$\phi(T), \text{ м}$	$\dot{\phi}(T), \text{ м/с}$	$\phi(T), \text{ м}$	$\dot{\phi}(T), \text{ м/с}$
1	$-0,1b^* = -0,0002$	$0,95b^* = 0,001995$	0,0020	-0,0012	0,0020	-0,0014
2	$-0,9b^* = -0,00189$	$0,5b^* = 0,00105$	0,0010	-0,0027	0,0010	-0,0026
3	$-0,9b^* = -0,00189$	$0,1b^* = -0,0002$	$0,199 \cdot 10^{-3}$	$-0,463 \cdot 10^{-3}$	$0,198 \cdot 10^{-3}$	$-0,764 \cdot 10^{-3}$

**Примечание.** При переходе от углов  $b_1 \leq 0, b_2 \geq 0$  к  $b_1 \geq 0, b_2 \leq 0$  кусочно-постоянное управление меняет свой знак на противоположный.



**Рис. 8.** Графики перевода системы из состояния  $\phi(0) = b_1 = -1,8 \cdot 10^{-3}$  м в состояние  $\phi^*(T) = b_2 = 1,8 \cdot 10^{-3}$  м с использованием СМ-алгоритма:

*a* — изменение угла  $\alpha(t)$ ; *б* — перемещение штока  $\phi(t)$ ; *в* — график управления  $u(t)$

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Фалдин Н.В, Моржов А.В. Синтез локальным методом оптимального по быстродействию рулевого пневмопривода. *Известия ТулГУ. Сер. Технические науки. Вып. 5: в 3 ч. Ч. 1.* Тула, Изд-во ТулГУ, 2011, с. 118–128.
- [2] Пупков К.А, Фалдин Н.В., Егупов Н.Д. *Методы синтеза оптимальных систем автоматического управления.* Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000, 512 с.
- [3] Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. *Математическая теория оптимальных процессов.* Москва, Наука, 1976, 391 с.
- [4] Краснощеченко В.И. Симплекс-метод для решения задачи быстродействия при наличии ограничения на скалярное управление и фазовых ограничений. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 6. URL: <http://engjournal.ru/catalog/it/asu/1252.html>

Статья поступила в редакцию 03.04.2014

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Краснощеченко В.И. Простой алгоритм терминального управления пневмоприводом при наличии фазового ограничения и ограничения на управление. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 7. URL: [engjournal.ru/catalog/it/asu/1253.html](http://engjournal.ru/catalog/it/asu/1253.html)

**Краснощеченко Владимир Иванович** родился в 1953 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1981 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Системы автоматического управления» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: синтез регуляторов; нелинейные системы; дифференциальная геометрия, топология и теория непрерывных групп в задачах управления; оптимальное управление; синтез наблюдателей. e-mail: kviiip@yandex.ru

## Simple algorithm of terminal control of pneumodrive at state and control constraints

© V.I. Krasnoshchechenko

Kaluga Branch of Bauman Moscow State Technical University, Kaluga, 248000, Russia

*In this research we propose a simple algorithm of terminal control by moving of a pneumodrive rod from any initial condition into any final condition in the fixed time, in the small fixed number of equal steps without hitting the limiter. In the study we take into account all constraints. The algorithm uses switching planes which are received by approximating the solutions of 900 tasks of linear programming by the simplex method.*

**Keywords:** terminal control, state constraint, a pneumodrive, linear programming, simplex method

### REFERENCES

- [1] Faldin N.V., Morzhov A.V. Sintez lokalnym metodom optimalnogo po bystrodeistviu rulevogo pnevmoprivoda [Synthesis by local method of optimal steering actuator]. *Izvestiia TulGU. Ser. Tehnicheskie nauki* [Proceedings of the Tula State University. Ser. Tech. sci.]. Iss. 5, in 3 p. P. 1. Tula, TSU Publ., 2011, pp. 118–128.
- [2] Pupkov K.A., Faldin N.V. i Egupov N.D. *Metody sinteza optimal'nykh sistem avtomaticheskogo upravleniia* [Methods for the synthesis of optimal automatic control systems]. Moscow, BMSTU Publ., 2000, 512 p.
- [3] Pontriagin L.S., Boltianskii V.G., Gamkrelidze R.V., Mishchenko E.F. *Matematicheskaiia teoriia optimal'nykh protsessov* [The mathematical theory of optimal processes]. Moscow, Nauka Publ., 1976, 391 p.
- [4] Krasnoshechenko V.I. *Inzhenernyi Zhurnal: Nauka i Innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*. 2014, iss. 6. Available at: <http://engjournal.ru/catalog/it/asu/1252.html>

**Krasnoshechenko V.I.** (b.1953) graduated from Bauman Moscow Higher Technical School in 1981. Ph.D, Assoc. Professor of the Automatic Control Systems Department, Kaluga Branch of Bauman Moscow State Technical University. Research interests include synthesis of regulators; nonlinear systems; differential geometry, topology, and the theory of continuous groups in control; optimal control; synthesis of observers.  
e-mail: kviip@yandex.ru