

Выявление зависимости концентрации растворителя на поверхности ступени растворения от радиуса размыва

© Т.С. Китаева

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Выявлена зависимость концентрации растворителя на поверхности ступени от радиуса размыва. Определена скорость растворения боковой поверхности. Рассчитан промежуток времени, за который может произойти обрушение кровли камеры растворения.

Ключевые слова: камера растворения, параметры растворения, концентрация, нерастворитель, управление.

Одним из основных направлений исследований при формировании подземной камеры растворения солей выбрано определение основных динамических параметров растворения.

На рисунке представлены основные потоки и направления их движения при растворении ступени камеры высотой h_1 . Без учета трения и сил тяжести из точки подачи растворитель движется со скоростью \vec{v} , создавая плоскорадиальный поток Q_1 в припотолочной части камеры [1].

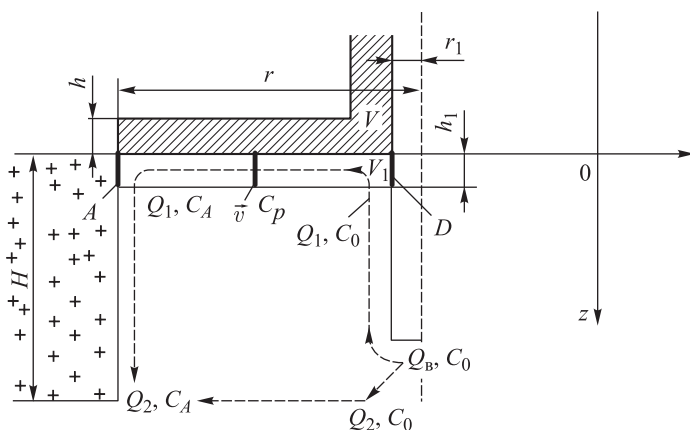


Схема потоков в камере при растворении ступени

Введем следующие допущения:

высота ступени растворения $Q_1 \gg Q_2$, поскольку $h_1 = \text{const}$;

в процессе растворения боковую поверхность ступени считаем цилиндрической, так как $h_1 \ll H$, где H — глубина камеры;

скорость растворения боковой поверхности ступени A постоянна, поскольку высота слоя нерастворителя, прикрывающая потолок камеры, $h = 3 \dots 4$ см:

$$\omega_{\sigma}(A) \approx \omega_{\sigma}(0) \approx \text{const}.$$

Поток Q_1 можно представить как

$$Q_1 = \frac{dV_1}{d\tau} = S \frac{dr}{d\tau} = 2\pi r h_1 v,$$

откуда

$$v = \frac{Q_1}{2\pi r h_1}, \quad (1)$$

где V_1 — объем соляного раствора в припотолочной части камеры; S — площадь боковой поверхности ступеней A , D ; r — радиус размыва; v — скорость потока Q_1 .

Определим время, необходимое для того, чтобы слой D перешел в слой A :

$$r - r_1 = \int_0^{\tau} v d\tau = \frac{Q_1}{2\pi r h_1} \tau,$$

где r_1 — радиус трубы водоподающей колонны.

Отсюда

$$\tau = \frac{2\pi r h_1 (r - r_1)}{Q_1}. \quad (2)$$

За счет диффузии из объема соли в слой h_1 происходит его насыщение. Приращение концентрации

$$dC = \frac{dq}{V_1},$$

где C — концентрация соли в слое; $dq = \bar{\omega} S d\tau$; $\bar{\omega}$ — средняя по поверхности S скорость диффузии, $\bar{\omega} = \alpha(C_p - C)$; α — коэффициент скорости диффузии; C_p — концентрация соли в объеме, прилегающем к слою.

Концентрацию C_p можно представить как функцию вертикальной координаты z , т. е. $C_p = f(z)$. Рассмотрим ее в точке $z = 0$. Тогда

$$dC = \frac{\alpha(C_p - C)Sd\tau}{V_1} = \frac{\alpha(C_p - C)d\tau}{h_1},$$

или

$$\frac{dC}{C_p - C} = \frac{\alpha}{h_1} d\tau.$$

Интегрируя при $\tau = \tau_0$ и $C_A = C_0$ с учетом выражения (2), получаем концентрацию растворителя на поверхности A (по границе раздела фаз):

$$C_A = C_p - (C_p - C_0)e^{-\frac{\alpha \cdot 2\pi r(r-r_1)}{Q_1}}. \quad (3)$$

Поскольку $Q_1 \gg Q_2$, принимаем, что $Q_1 \approx Q_B$.

Для определения скорости растворения боковой поверхности воспользуемся соотношением [2]

$$\omega_6 = k(C_H - C_A),$$

где $k = f(Q_B, t_B, p_B, \dots)$ — коэффициент скорости растворения; C_H — концентрация насыщения.

Тогда

$$\omega_6 = k \left[C_H - C_p + (C_p - C_0)e^{-\frac{\alpha \cdot 2\pi r(r-r_1)}{Q_B}} \right], \quad (4)$$

где радиус разлива r можно определить расчетным путем по объему добытой соли или с помощью ультразвуковой съемки.

При $r = 15 \dots 70$ м концентрация растворителя на границе двух фаз не зависит от значения r и производительности скважины Q_B и процесс растворения переходит в свободно-конвективный режим. Отсутствие зависимости C_A от высоты обрабатываемой ступени h_1 позволяет применить ее для расчетов вертикальной выработки на различных этапах ее формирования.

К наиболее важным параметрам управления формированием камер растворения относится и уровень нерастворителя.

Пусть слой нерастворителя, предохраняющий кровлю камеры от растворения, имеет объем V и высоту h (см. рисунок):

$$V = \pi r^2 h - \pi r_1^2 h = \pi (r^2 - r_1^2) h. \quad (5)$$

При поступлении нерастворителя в камеру его расход

$$Q_{\text{нр}} = \frac{dV}{dt}. \quad (6)$$

Однако при растворении боковая поверхность A «уходит» влево (вправо). Тогда, согласно (5),

$$\frac{dV}{d\tau} = 2\pi r h \frac{dr}{d\tau} + \pi r^2 \frac{dh}{d\tau} - \pi r_1^2 \frac{dh}{d\tau} = 2\pi r h \frac{dr}{d\tau} + \pi (r^2 - r_1^2) \frac{dh}{d\tau}. \quad (7)$$

Приравняем выражения (6) и (7):

$$2\pi r h \frac{dr}{d\tau} + \pi (r^2 - r_1^2) \frac{dh}{d\tau} = Q_{\text{нр}}. \quad (8)$$

Чтобы найти h , решим дифференциальное уравнение

$$\frac{dr}{d\tau} = \frac{k}{\gamma} \left(C_{\text{н}} - C_p + (C_p - C_0) e^{\frac{-\alpha \cdot 2\pi r (r - r_1)}{Q_{\text{н}}}} \right), \quad (9)$$

где γ — коэффициент соли съема.

Представим решение уравнения (9) в виде

$$r = \psi(\tau). \quad (10)$$

Решая совместно систему уравнений (9), (10), получаем дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами относительно h :

$$\frac{dh}{d\tau} + \psi(\tau)h = Q_{\text{нр}}. \quad (11)$$

Пусть $Q_{\text{нр}} = 0$, тогда можно сделать следующие допущения: за время τ , когда h уменьшается до опасного значения $h_{\text{кр}}$, радиус r увеличивается незначительно, т. е. $r = \text{const}$. Тогда

$$\begin{aligned} \psi(\tau) &= \psi(\tau_0) = \text{const}; \\ \frac{dh}{d\tau} + \psi(\tau_0)h &= 0; \\ h &= h(\tau_0) e^{-\psi(\tau_0)[\tau - \tau_0]}. \end{aligned} \quad (12)$$

Из уравнения (12) можно определить максимально допустимый период времени контроля нерастворителя $\Delta\tau_{\text{max}}$ при периодической его подкачке. Для этого необходимо подставить $h = h_{\text{кр}}$, $\tau = \tau_{\text{max}}$:

$$h_{\text{кр}} = h(\tau_0) e^{-\psi(\tau_0)[\tau_{\text{max}} - \tau_0]}, \quad (13)$$

где $\Delta\tau_{\text{max}} = \tau_{\text{max}} - \tau_0$.

Принимая $h(\tau_0) = h_0$, получаем

$$\Delta\tau_{\text{max}} = -\frac{1}{\psi(\tau_0)} \ln \frac{h_{\text{кр}}}{h_0}. \quad (14)$$

Решаем совместно уравнения (8) и (10):

$$2\pi r \frac{k}{\gamma} \left[C_{\text{H}} - C_p + (C_p - C_0) e^{\frac{-\alpha \cdot 2\pi r(r-r_1)}{Q_{\text{B}}}} \right] h + \pi(r^2 - r_1^2) \frac{dh}{d\tau} = Q_{\text{HP}}; \quad (15)$$

$$\frac{dh}{d\tau} + \frac{2r}{r^2 - r_1^2} \frac{k}{\gamma} \left[C_{\text{H}} - C_p + (C_p - C_0) e^{\frac{-\alpha \cdot 2\pi r(r-r_1)}{Q_{\text{B}}}} \right]. \quad (16)$$

Сравнивая выражения (11) и (16), получаем

$$\psi(\tau) = \frac{2r}{r^2 - r_1^2} \frac{k}{\gamma} \left[C_{\text{H}} - C_p + (C_p - C_0) e^{\frac{-\alpha \cdot 2\pi r(r-r_1)}{Q_{\text{B}}}} \right]. \quad (17)$$

Рассмотрим функцию $\psi(\tau_1 + \tau_0)$, где τ_1 — время, за которое h уменьшается до опасного значения $h_{\text{кр}}$:

$$\psi(\tau_1 + \tau_0) = \psi(\tau_0) + \frac{d\psi(\tau_0)}{d\tau} \tau_1 + \frac{d^2\psi(\tau_0)}{d\tau^2} \tau_1^2 + \dots \quad (18)$$

Величина $\frac{d\psi(\tau_0)}{d\tau} \tau_1 \rightarrow 0$, т. е. пренебрежимо мала ввиду малости τ_1 по сравнению со временем размыва. Из соотношения (17) имеем

$$\begin{aligned} \frac{d\psi(\tau_0)}{d\tau} = & -\frac{2(r_0^2 + r_1^2)}{(r_0^2 - r_1^2)^2} \frac{k}{\gamma} (C_{\text{H}} - C_p) - (C_p - C_0) e^{\frac{-\alpha \cdot 2\pi r(r-r_1)}{Q_{\text{B}}}} \frac{k}{\gamma} \times \\ & \times \left[\frac{2(r_0^2 + r_1^2)}{(r_0^2 - r_1^2)^2} + \frac{\alpha}{Q_{\text{B}}} \frac{4\pi(2r_0^2 - r_1^2)}{r_0^2 - r_1^2} \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

Обозначим

$$\tau_0 < \tau < \tau_0 + \tau_1. \quad (20)$$

Тогда с учетом (18)

$$\psi(\tau) = \psi(\tau_0) + \frac{d\psi(\tau_0)}{d\tau} (\tau - \tau_0). \quad (21)$$

Используя выражения (17), (19) и (21), находим

$$\begin{aligned} \psi(\tau) = & \frac{2r_0}{r_0^2 - r_1^2} \frac{k}{\gamma} \left[C_H - C_p + (C_p - C_0) e^{\frac{-\alpha \cdot 2\pi r(r-r_1)}{Q_B}} \right] - \\ & - \left[\frac{2(r_0^2 + r_1^2)}{(r_0^2 - r_1^2)^2} \frac{k}{\gamma} (C_H - C_p) - (C_p - C_0) e^{\frac{-\alpha \cdot 2\pi r(r-r_1)}{Q_B}} + \right. \\ & \left. + \frac{k}{\gamma} \left\{ \frac{2(r_0^2 + r_1^2)}{(r_0^2 - r_1^2)^2} + \frac{\alpha}{Q_B} \frac{4\pi(2r_0^2 - r_1^2)}{r_0^2 - r_1^2} \right\} \right] (\tau - \tau_0). \quad (22) \end{aligned}$$

Подставляя уравнение (22) в (11), получаем

$$\frac{dh}{d\tau} + \left[\psi(\tau_0) + \frac{d\psi(\tau_0)}{d\tau} (\tau - \tau_0) \right] h = Q_{\text{нр}}. \quad (23)$$

Рассмотрим случай дискретной закачки нерастворителя $Q_{\text{нр}} = 0$ через промежуток времени τ . Тогда, согласно (23),

$$\frac{dh}{d\tau} + \left[\psi(\tau_0) + \frac{d\psi(\tau_0)}{d\tau} (\tau - \tau_0) + \frac{d\psi(\tau_0)}{d\tau} (\tau - \tau_0) \right] h = 0, \quad (24)$$

откуда

$$\frac{dh}{h} = -\psi(\tau_0) d\tau - \frac{d\psi(\tau_0)}{d\tau} (\tau - \tau_0) d\tau, \quad (25)$$

или

$$\ln \frac{h}{h_0} = -\psi(\tau_0) (\tau - \tau_0) - \frac{d\psi(\tau_0)}{d\tau} \frac{(\tau - \tau_0)^2}{2}; \quad (26)$$

$$h = h_0 e^{-\psi(\tau_0) (\tau - \tau_0) - \frac{d\psi(\tau_0)}{d\tau} \frac{(\tau - \tau_0)^2}{2}}, \quad (27)$$

где h_0, h — уровень нерастворителя в момент времени τ_0 и τ соответственно.

Пусть h достигает критического значения $h_{кр}$ за время τ . Тогда из выражения (26) находим

$$-\ln \frac{h_{кр}}{h_0} = \psi(\tau_0)(\tau - \tau_0) + \frac{1}{2} \frac{d\psi(\tau_0)}{d\tau} (\tau - \tau_0)^2 \quad (28)$$

или

$$(\tau - \tau_0)^2 + 2 \frac{\psi(\tau_0)}{\psi'(\tau_0)} (\tau - \tau_0) + \ln \frac{h_{кр}}{h_0} = 0, \quad (29)$$

где дискриминант

$$D = 4 \frac{\psi^2(\tau_0)}{[\psi'(\tau_0)]^2} - 4 \ln \frac{h_{кр}}{h_0}.$$

Тогда

$$\tau - \tau_0 = \frac{1}{2} - 2 \frac{\psi(\tau_0)}{\psi'(\tau_0)} \pm \left[4 \frac{\psi^2(\tau_0)}{[\psi'(\tau_0)]^2} - 4 \ln \frac{h_{кр}}{h_0} \right]^{1/2}. \quad (30)$$

Для $\tau - \tau_0$ $h = h_{кр}$, т. е.

$$\tau - \tau_0 = \frac{1}{2} - 2 \frac{\psi(\tau_0)}{\psi'(\tau_0)} + \left[4 \frac{\psi^2(\tau_0)}{[\psi'(\tau_0)]^2} - 4 \ln \frac{h_{кр}}{h_0} \right]^{1/2}. \quad (31)$$

Таким образом, промежуток времени, за который может произойти обрушение кровли камеры, определяется выражением (31). Поэтому в момент времени τ необходимо закачать дополнительный объем нерастворителя, исходя из условия, что $h = h_0$.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Арнс В.Ж. *Геотехнологические методы добычи полезных ископаемых*. Москва, Недра, 1998.
- [2] Аксельруд Д.А., Молчанов А.Д. *Растворение твердых тел*. Москва, Химия, 2001.

Статья поступила в редакцию 04.03.2014

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Китаева Т.С. Выявление зависимости концентрации растворителя на поверхности ступени растворения от радиуса размыва. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 5. URL: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/technic/1251.html>

Китаева Тамара Сергеевна родилась в 1949 г., окончила ГГУ им. Н.И. Лобачевского в 1972 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: подземное растворение солей, контроль параметров процесса. e-mail: tamara.kitaeva.49@mail.ru

Identification of the solvent concentration dependence of the erosion stage surface on the dissolution radius

© T.S. Kitaeva

Kaluga Branch of Bauman Moscow State Technical University, Kaluga, 248000, Russia

The main purpose of the article is to identify how the solvent concentration on the surface level depends on the radius of erosion. The findings of the research helped to determine the rate of dissolution of the side surface and calculate the period of time when wearing of the dilution chamber can occur.

Keywords: *dissolution camera, dissolution parameters, concentration, non-solvent, control.*

REFERENCES

- [1] Arens V.Zh. *Geotekhnologicheskie metody dobychi poleznykh iskopayemykh* [Geotechnological methods of mining]. Moscow, Nedra Publ., 1998.
- [2] Aksel'rud D.A. Molchanov A.D. *Rastvorenije tverdykh tel* [Solid Bodies Dissolution]. Moscow, Khimiya Publ., 2001.

Kitaeva T.S. (b. 1949) graduated from Gorky State University. Ph.D., Assoc. Professor of the Physics Department, Kaluga Branch of Bauman Moscow State Technical University. Research interests include the dissolution of underground salt, control of process parameters. e-mail: tamara.kitaeva.49@mail.ru