

Учет эффекта завихренности при расчете удельного теплового потока в ламинарном пограничном слое на непроницаемой поверхности полусферы в сверхзвуковом воздушном потоке

© В.В. Горский^{1, 2}, М.А. Пугач^{1, 3}, В.А. Сысенко^{1, 2}

¹ОАО «ВПК «НПО машиностроения», Московская область, г. Реутов, 143966, Россия

²МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

³МФТИ, Москва, 115409, Россия

Проведен анализ влияния эффекта завихренности на удельный тепловой поток в ламинарном пограничном слое на непроницаемой стенке на поверхности полусферы в сверхзвуковом воздушном потоке. Предложена инженерная методика для учета эффекта завихренности путем коррекции удельного теплового потока.

Ключевые слова: эффект завихренности, удельный тепловой поток, ламинарный пограничный слой, сверхзвуковой воздушный поток.

Введение. В работе [1] приведены результаты систематического исследования влияния, оказываемого на удельный тепловой поток, подводимый к непроницаемой поверхности сферы, которая омывается сверхзвуковым потоком воздуха в окрестности ее критической точки, завихренностью течения идеального газа в пограничном слое [2]. Кроме того, предложены инженерные соотношения, позволяющие с высокой точностью определить степень усиления конвективного теплообмена при учете эффекта завихренности [1].

В настоящей работе рассмотрены аналогичные вопросы, относящиеся ко всей поверхности полусферы, которые как и в работе [1] базируются на получении систематических численных решений уравнений пограничного слоя. В литературе информация об инженерных расчетных формулах такого рода отсутствует.

Физико-математическая постановка задачи. Расчетно-теоретические исследования выполнены в широком диапазоне изменения определяющих факторов: числа Маха M_∞ в набегающем воздушном потоке, давления торможения p_0 этого потока и энтальпийного фактора R_h — отношения энтальпии воздуха при температуре стенки к энтальпии торможения воздушного потока. Под термином стенка в данном случае понимают поверхность тела, обтекаемую набегающим на него воздушным потоком.

Исследования выполнены для многокомпонентной воздушной смеси в пограничном слое на абсолютно каталитичной стенке, находящейся

в состоянии термодимического равновесия, проведен расчет диффузионного теплопереноса с использованием уравнений Стефана — Максвелла.

В процессе проведения исследований принимали следующее:

состав воздушной смеси ограничен набором химических веществ O , O_2 , N , N_2 , NO , Ar , которые образованы из химических элементов O , N , Ar ;

в нормальных условиях воздух характеризуется мольной концентрацией следующих веществ [3]: $\kappa_{O_2} = 0,2095$, $\kappa_{N_2} = 0,7808$, $\kappa_{Ar} = 0,0097$;

область изменения определяющих параметров задана в виде $M_\infty \in [4, 25]$, $p_0 \in [0,001, p_{\max}]$, $R_h \in [R_{h, \min}, R_{h, \max}]$;

радиус сферы равен 0,1 м;

расчет переносных свойств многокомпонентной воздушной смеси выполнен с помощью метода Гиршфельдера [4];

методика расчета параметров потенциальной функции межмолекулярного взаимодействия Леннарда — Джонса [4] базируется на современных расчетно-теоретических данных по вязкости воздуха, находящегося в состоянии термодимического равновесия [5–7];

использовались данные по параметрам течения идеального газа на стенке, полученные численным решением уравнений Эйлера и перенесены в задачу решения уравнений пограничного слоя методом сплайновой аппроксимации [8];

для расчета концентраций химических элементов в пограничном слое используется метод, приведенный в работе [9];

для организации итерационного процесса между расчетом химического состава воздушной смеси в пограничном слое и решением уравнения сохранения энергии в нем используется метод, описанный в работе [10];

использованы методы скалярной и матричной прогонки [11] для решения уравнений пограничного слоя на неравномерной сетке, организованной в соответствии с методом, приведенным в работе [12];

давление торможения $p_{\max} = 10$ МПа при $M_\infty \geq 10$ и 1 МПа — в противном случае;

энтальпийный фактор $R_{h, \min}$ соответствует температуре стенки, равной примерно 300 К;

минимальное значение $R_{h, \max}$ находится между 0,7 и значением энтальпийного фактора, соответствующего температуре кипения атомарного углерода.

Далее приведены значения определяющих факторов, используемые при проведении систематических численных исследований, при

этом указанные в таблице значения числа Рейнольдса $Re_{\infty, R, sph}$, рассчитанные по параметрам газа в набегающем потоке и радиусу сферы R_{sph} , носят справочный характер:

№.....	1	2	3	4	5	6
M_{∞}	25	25	25	15	15	15
p_0	10^{-3}	0,1	10,0	10^{-3}	0,1	10,0
$Re_{\infty, R, sph} \cdot 10^{-6}$	0,00111	0,075	10,1	0,00173	0,142	15,4
$R_{h, min}$	0,01	0,01	0,01	0,03	0,03	0,03
$R_{h, max}$	0,3	0,3	0,3	0,7	0,7	0,7
№.....	7	8	9	10	11	12
M_{∞}	8	8	8	4	4	4
p_0	10^{-3}	0,1	1,0	10^{-3}	0,1	1,0
$Re_{\infty, R, sph} \cdot 10^{-6}$	0,00288	0,304	3,23	0,00496	0,639	5,32
$R_{h, min}$	0,08	0,08	0,08	0,27	0,27	0,27
$R_{h, max}$	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7

Результаты расчетно-теоретических исследований. На рис. 1 приведены результаты систематических расчетных исследований, характеризующие изменение вклада эффекта завихренности в удельный тепловой поток на поверхности полусферы по мере удаления расчетного узла от ее критической точки. На рисунке приняты следующие обозначения: ω — центральный угол полусферы, рад; $\Xi_q(s) = \xi_q(s) / \xi_q(0)$ — отношение степеней увеличения удельного теплового потока, обусловленного эффектом завихренности, на непроницаемой поверхности полусферы, в ее текущем узле и критической точке; $\xi_q(s) = q_{w,n}(s) / q_{w,n,0}(s)$ — отношение удельных тепловых потоков в текущем узле на непроницаемой поверхности полусферы, рассчитанных с учетом и без учета эффекта завихренности; $q_{w,n}$ — удельный тепловой поток на непроницаемой поверхности полусферы, рассчитанный с учетом эффекта завихренности; $q_{w,n,0}$ — удельный тепловой поток на непроницаемой поверхности полусферы, рассчитанный без учета эффекта завихренности; s — криволинейная координата, отсчитываемая вдоль образующей полусферы от критической точки в калибрах от ее радиуса; $Re_{\infty, R, sph}$ —

число Рейнольдса, рассчитанное по параметрам набегающего на ударную волну потока воздуха и радиусу сферы R_{sph} .

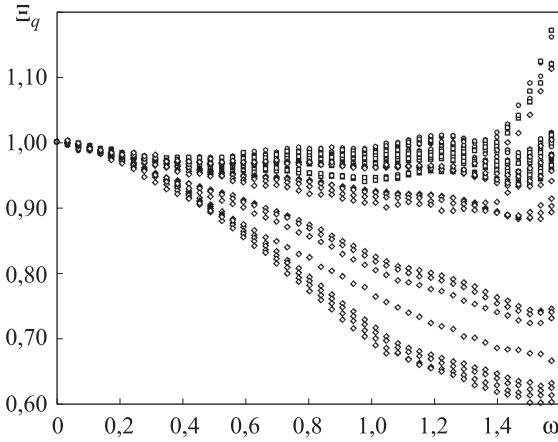


Рис. 1. Отношение степеней изменения удельного теплового потока на непроницаемой поверхности полусферы, обусловленного «эффектом завихренности», в ее текущем узле и критической точке:

○ — $Re_{\infty, R, sph} \approx 10^3$; □ — 10^5 ,
◇ — 10^7

На базе приведенных данных, полученных при численном решении уравнений пограничного слоя, предложена следующая аппроксимационная формула:

$$\Xi_{q, eng}(s) = \zeta(\omega) \left[1 - F_M(M_\infty) F_{Re}(\text{Re}_{\infty, R, sph}) \right] + F_q(M_\infty) F_{Re}(\text{Re}_{\infty, R, sph}), \quad (1)$$

где функция $\zeta(\omega)$ определена на области ее значений $[0, 1]$:

$$\zeta(\omega) = \sum_{i=1}^3 \zeta_i \cos^i(\omega) = \left(1 - \sum_{i=2}^3 \zeta_i \right) \cos(\omega) + \sum_{i=2}^3 \zeta_i \cos^i(\omega); \quad (2)$$

$$F_M(M_\infty) = \sum_{i=1}^3 \zeta_{3+i} \lg^{i-1}(M_\infty); \quad (3)$$

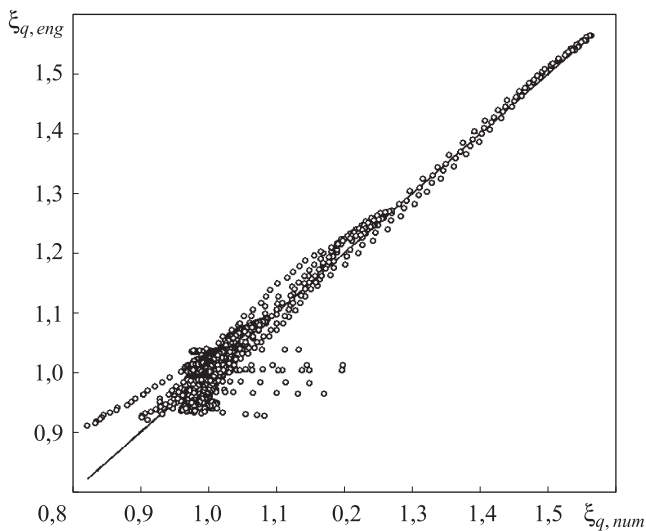
$$F_{Re}(\text{Re}_{\infty, R, sph}) = \sum_{i=1}^4 \zeta_{6+i} \lg^{i-1}(\text{Re}_{\infty, R, sph}); \quad (4)$$

входящие в (2) — (4) аппроксимационные коэффициенты ζ_i найдены методом наименьших квадратов [13].

Получены оптимальные значения коэффициентов ζ_i , определенные с помощью одного из вариантов эвристического метода прямого поиска Хука — Дживса [14]: $\zeta_2 = -0,083117$, $\zeta_3 = 0,784108$, $\zeta_4 = 3,751927$, $\zeta_5 = 0,530707$, $\zeta_6 = -0,502864$, $\zeta_7 = -1,232936$, $\zeta_8 = 0,868860$, $\zeta_9 = -0,164345$, $\zeta_{10} = 0,010117$.

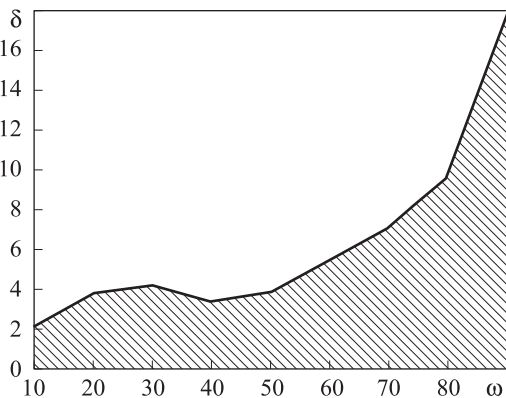
Соответствие результатов расчетов функции $\xi_{q, eng}(s)$, полученных с использованием инженерной формулы (1), аналогичным результатам $\xi_{q, num}(s)$ строгих численных решений уравнений пограничного слоя показано на рис. 2.

Рис. 2. Зависимость функции ξ_q , рассчитанной с использованием формулы (1), от аналогичных результатов строгого численного решения уравнений пограничного слоя



На рис. 3 приведен диапазон изменения погрешностей δ вычислений по формуле (1).

Рис. 3. Изменение погрешностей δ вычисления $\xi_q(\omega)$ по инженерной формуле (1) в зависимости от значения ω



Как следует из рисунка, полученная в данной работе инженерная формула (1) характеризуется погрешностью вычисления, удовлетворительной для большинства технических приложений.

Выводы. Предложена аппроксимационная зависимость, предназначенная для расчета степени изменения удельного теплового потока на непроницаемой поверхности полусферы за счет эффекта завихренности, которая характеризуется погрешностью счета, не превышаю-

щей 18 % , что является приемлемым для большинства практических приложений.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Пугач М.А., Горский В.В. Аппроксимационная зависимость для расчета степени усиления интенсивности конвективного теплообмена и трения за счет учета эффекта завихренности в окрестности критической точки сферы в гиперзвуковом потоке. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 7. URL: <http://engjournal.ru/catalog/mathmode/aero/838.html>
- [2] Лунев В.В. Метод среднemasсовых величин во внешнем потоке с поперечной неоднородностью. *Механика жидкости и газа*, 1967, № 1, с. 127.
- [3] *Таблицы термодинамических функций воздуха (для температур от 200 до 6 000 К и давлений от 0,00001 до 100 атм)*. А.С. Предводителей, Е.В. Ступоченко, А.С. Плешанов и др.; Предводителя А.С., ред. Москва, Вычислительный центр АН СССР, 1962, 268 с.
- [4] Гиршфельдер Дж., Кергис Ч., Берд Р. *Молекулярная теория газов и жидкостей*. Москва, Изд-во иностранной литературы, 1961, 929 с.
- [5] Горский В.В., Федоров С.Н. Об одном подходе к расчету вязкости диссоциированных газовых смесей, образованных из кислорода, азота и углерода. *Инженерно-физический журнал*, 2007, т. 80, № 5, с. 97–101.
- [6] Соколова И.А. Коэффициенты переноса и интегралы столкновений воздуха и его компонент. В кн.: *Физическая кинетика, Аэрофизические исследования*. Новосибирск, Институт теоретической и прикладной механики СО АН СССР, Сб. трудов № 4, 1974, с. 39–104.
- [7] Capitelli M., Colonna G., Gorse C., D'Angola A. Transport properties of high temperature air in local thermodynamic equilibrium. *The European Physical Journal*, 2000, no. 11, p. 279.
- [8] Горский В.В. Метод сплайновой аппроксимации. *Журнал вычислительной математики и вычислительной физики РАН*, 2007, т. 47, № 6, с. 939–943.
- [9] Горский В.В., Сысенко В.А. Эффективный метод численного интегрирования уравнений, описывающих течение многокомпонентных высокотемпературных газовых смесей, находящихся в состоянии термохимического равновесия. *Журнал вычислительной математики и математической физики РАН*, 2009, т. 49, № 7, с. 1319.
- [10] Горский В.В., Забарко Д.А., Оленичева А.А. Исследование процесса уноса массы углеродного материала в рамках полной термохимической модели его разрушения для случая равновесного протекания химических реакций в пограничном слое. *Теплофизика высоких температур РАН*, 2012, т. 50, № 2, с. 1.
- [11] Самарский А.А. *Введение в теорию разностных схем*. Москва, Наука. 1971, 552 с.
- [12] Пасконов В.М. Стандартная программа для решения задач пограничного слоя. В кн.: *Численные методы в газовой динамике*. Москва, Изд-во Московского университета, 1963, Выпуск 1, с. 110.
- [13] Линник Ю.В. *Метод наименьших квадратов*. Москва, Энергия, 1976, 333 с.
- [14] Аоки М. *Введение в методы оптимизации. Основы и приложения нелинейного программирования*, Москва, Наука, 1977, 343 с.

Статья поступила в редакцию 09 июня 2014 г.

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Горский В.В., Пугач М.А., Сысенко В.А. Учет эффекта завихренности при расчете удельного теплового потока в ламинарном пограничном слое на непроницаемой поверхности полусферы в сверхзвуковом воздушном потоке. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 11.

URL: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/aero/1247.html>

Горский Валерий Владимирович родился в 1939 г., окончил Московский авиационный институт имени Серго Орджоникидзе в 1963 г., главный научный сотрудник ОАО «ВПК «НПО машиностроения». Д-р техн. наук, профессор кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 100 научных работ. Область научных интересов: абляционная тепловая защита, высокотемпературный тепломассоперенос, численные методы решения уравнений математической физики. e-mail: gorskknat@yandex.ru

Пугач Михаил Александрович родился в 1991 г., студент 6-го курса Московского физико-технического института. Автор пяти научных работ. Область научных интересов: абляционная тепловая защита, высокотемпературный тепломассоперенос, численные методы решения уравнений математической физики.

Сысенко Валентина Алексеевна родилась в 1978 г., окончила МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2001 г. Канд. техн. наук, старший научный сотрудник отдела аэродинамики в ОАО «ВПК «НПО машиностроения». Автор 12 научных работ в области прикладной математики. Область научных интересов: высокотемпературный тепломассоперенос, численные методы решения уравнений математической физики. e-mail: dv-sys@yandex.ru

Taking into account the vorticity effect in the calculation of the specific heat flow in the laminar boundary layer on hemisphere impermeable surface in a supersonic air flow

© V.V. Gorskiy^{1,2}, M.A. Pugach^{1,3}, V.A. Sysenko^{1,2}

¹JSC (open joint-stock company) "MIC "NPO Mashinostroyenia", Moscow region, Reutov-town, 143966, Russia

²Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

³National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, 115409, Russia

The analysis of the vorticity effect influence on the specific heat flux in the laminar boundary layer on an impermeable wall at the surface of the hemisphere in a supersonic air flow has been performed. Engineering method is proposed to account for the vorticity effect by correcting the specific heat flux.

Key words: *vorticity effect, specific heat flux, laminar boundary layer, supersonic airflow*

REFERENCES

- [1] Pugach M.A., Gorskiy V.V. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii – Engineering Journal: Science and Innovations*, 2013, iss. 7. Available at: <http://engjournal.ru/catalog/mathmode/aero/838.html>
- [2] Lunev V.V. *Mekhanika zhidkosti i gaza – Fluid Mechanics*, 1967, no. 1, pp. 127.
- [3] Predvoditelev A.S., Stupochenko E.V., Pleshanov A.S. *Tablitsy termodinamicheskikh funktsiy vozdukh (dlya temperatur ot 200 do 6000 K i davleniya ot 0,00001 do 100 atm.)* [Tables of Air Thermodynamic Functions (for Temperatures between 200 and 6000 K and Pressures from 0.00001 to 100 atm.). Moscow, Vychislitelnyi Tsentr AN SSSR Publ., 1962, 268 p.
- [4] Hirschfelder J.O., Curtiss Ch.F., Bird R.B. *Molecular Theory of Gases and Liquids*. John Wiley & Sons, Inc., New York Chapman And Hall, Ltd., London 1954.
- [5] Gorskiy V.V., Fedorov S.N. *Inzhenerno-Fizicheskii Zhurnal – Journal of Engineering Thermophysics*, 2007, vol. 80, no. 5, pp. 97–101.
- [6] Sokolova I.A. Koeffitsienty perenosa i integraly stolknoveniy vozdukh i ego component [Transfer coefficients and collision integrals of air and its components]. In: *Fizicheskaya kinetika. Aerofizicheskie issledovaniya* [Physical kinetics. Aerophysical Research]. Novosibirsk, Proceedings of the Institute of Theoretical and Applied Mechanics SO AS USSR, no. 4, 1974, pp. 39–104.
- [7] Capitelli M., Colonna G., Gorse C., D'Angola A. Transport properties of high temperature air in local thermodynamic equilibrium. *The European Physical Journal*, 2000, no. 11, pp. 279.
- [8] Gorskiy V.V. *Zhurnal vychislitelnoy matematiki i vychislitelnoy fiziki RAN – Journal of Computational Mathematics and Computational Physics RAS*, 2007, vol. 47, no. 6, pp. 939–943.
- [9] Gorskiy V.V., Sysenko V.A. *Zhurnal vychislitelnoy matematiki i matematicheskoi fiziki RAN – Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics RAS*, 2009, vol. 49, no. 7, pp. 1319.
- [10] Gorskiy V.V., Zabarko D.A., Olenicheva A.A. *Teplofizika vysokikh temperatur RAN - High Temperature RAS*, 2012, vol. 50, no. 2, pp. 1.

- [11] Samarskiy A.A. *Vvedenie v teoriyu raznostnykh skhem* [Introduction to the Theory of Difference Schemes]. Moscow, Nauka Publ., 1971, 552 p.
- [12] Paskonov V.M. Standartnaya programma dlya resheniya zadach pogrannichnogo sloya. [The Standard Program for Solving the Boundary Layer Equations]. In: *Chislennyye metody v gazovoy dinamike* [Numerical Techniques in Gas Dynamics]. Moscow, MGU Publ., 1963, iss. 1, pp. 110.
- [13] Linnik Yu.V. *Metod naimenshikh kvadratov* [Least Square Method]. Moscow, Energiya Publ., 1976, 333 p.
- [14] Aoki M. *Vvedenie v metody optimizatsii. Osnovy i prilozheniya nelineynogo programmirovaniya* [Introduction to Optimization Techniques. Fundamentals and Applications of Nonlinear Programming]. Moscow, Nauka Publ., 1977. [in Russian].

Gorskiy V.V. (b.1939) graduated from Moscow Aviation Institute named after Sergo Ordzhonikidze in 1963. Senior staff scientist at the JSC (open joint-stock company) "MIC "NPO Mashinostroyenia". Dr. Sci. (Eng.), Professor of the Computational Mathematics and Mathematical Physics Department at Bauman Moscow State Technical University. The author of more than 100 publications. Scientific interests: ablation heat protection, high temperature heat-mass transfer, numerical methods of solving equations of mathematical physics. e-mail: gorsknat@yandex.ru

Pugach M.A., (b.1991) the 6th year student at Moscow Institute of Physics and Technology (State University). The author of 5 publications. Scientific interests: ablation heat protection, high temperature heat-mass transfer, numerical methods of solving equations of mathematical physics.

Sysenko V.A. (b.1978) graduated from Bauman Moscow State Technical University in 2001. Ph.D., Senior Scientist of the Aerodynamics Department at the JSC (open joint-stock company) "MIC "NPO Mashinostroyenia". The author of 12 publications in the field of applied mathematics. Scientific interests: high temperature heat-mass transfer, numerical methods of solving equations of mathematical physics. e-mail: dvsys@yandex.ru