

**К задаче проектирования теплозащитных конструкций**

© А.Ю. Бушуев

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*В работе предложен способ определения сочетания толщин слоев, при котором обеспечиваются заданные максимально допустимые температуры на их границах (контролируемые точки), при условии, что число варьируемых слоев не равно числу контролируемых точек. Приведен численный пример решения задачи проектирования трехслойной конструкции, подверженной двухстороннему нагреву, с учетом требования, что максимальная температура внутреннего слоя конструкции не должна превышать 1 073 К. Это требование выполняется за счет вариации толщин наружных теплоизоляционных слоев. Решение, полученное разработанным методом, асимптотически приближается к оптимальному решению задачи в экстремальной постановке.*

**Ключевые слова:** *тепловое проектирование, теплозащитные многослойные конструкции, оптимальное решение.*

**Введение.** Задачу проектирования теплозащитных конструкций в случае, когда их структура (порядок расположения и теплофизические свойства материалов слоев) задана, можно рассмотреть в двух постановках: экстремальной [1, 2] и без использования трудоемких процедур оптимизации [3].

В первом случае при заданном режиме теплового нагружения на обеих поверхностях одномерной многослойной конструкции (конструкционного пакета (КП)) требуется определить толщины слоев пакета из условия минимума массы при следующих ограничениях на температуры границ слоев:

$$\sum_{i=1}^m \rho_i h_i \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$T_i(h_1, \dots, h_m) \leq T_i^*.$$

Во втором случае требуется найти толщины слоев из условия обеспечения равенства температур на границах слоев заданным значениям:

$$\Phi_i^*(h_1, \dots, h_m) = T_i^*(h_1, \dots, h_m) - \hat{T}_{I(i)} = 0, \quad (2)$$

где  $i = \overline{1, m}$ ,  $I(i) \in [0, n]$ ;  $T_i^* = T(x_i, \tau^*) = \max T(x_i, \tau)$  при  $\tau \in [0, \hat{\tau}]$ .

При этом температурный режим конструкции определяется решением следующей краевой задачи:

$$\rho_k c_k(T) \frac{dT}{d\tau} = \frac{d}{dx} \left( \lambda_k(T) \frac{dT}{dx} \right), \quad (3)$$

где  $x_{k-1} < x < x_k$ ,  $k = \overline{1, n}$ ;  $0 < \tau \leq \hat{\tau}$ ;  $T(x, 0) = T_0$ ;  $x_0 \leq x \leq x_n$ ;

$$T(x_{k-0}, \tau) = T(x_{k+0}, \tau), \quad k = \overline{1, n-1}, \quad \tau > 0;$$

$$\lambda_k(T) \frac{dT(x_{k-0}, \tau)}{dx} = \lambda_{k+1}(T) \frac{dT(x_{k+0}, \tau)}{dx}, \quad k = \overline{1, n-1}, \quad \tau > 0.$$

Граничные условия на поверхностях  $w_0$  и  $w_n$  КП в общем случае имеют вид

$$\begin{aligned} -\lambda_1(T) \frac{dT(x_0, \tau)}{dx} &= q_{w_0}(T); \\ \lambda_n(T) \frac{dT(x_n, \tau)}{dx} &= q_{w_n}(T). \end{aligned} \quad (4)$$

**Метод решения и результаты численных расчетов.** Метод решения задачи проектирования во второй постановке подробно рассмотрен в работе [3].

Суть метода заключается в организации двухконтурной итерационной схемы. При этом задача подбора толщин слоев решена во внутреннем контуре, где применяется упрощенная математическая модель (ММ), отличающаяся от модели (3), (4) использованием фиксированных значений теплофизических свойств для каждого слоя пакета. Кроме того, решение задачи прогрева получено для малого числа узлов значений искомых функций. Корректировка этой ММ осуществляется во внешнем контуре с помощью решения, найденного по ММ (3), (4). Она должна обеспечить идентичность температур в узлах загруженной ММ, вычисленных при одинаковых толщинах слоев пакета с использованием ММ (3), (4) и упрощенной модели.

Поиск толщин слоев, удовлетворяющих нелинейному уравнению (2), осуществляется модифицированным методом Ньютона. При этом расчет частных производных температур по толщинам варьируемых слоев в контролируемых узлах проведен с помощью функций чувствительности [4]. Согласно разработанному методу, число варьируемых слоев равно числу контролируемых точек (на некоторых границах слоев).

В настоящей работе предложен способ устранения этого ограничения. Он заключается в добавлении необходимого числа «фиктив-

ных» слоев и, значит, контролируемых точек. Увеличивая последовательно коэффициенты теплообмена в дополнительных слоях за счет неограниченного увеличения коэффициента теплопроводности (если введенный слой конденсированный) или коэффициента приведенной степени черноты (если слой газовый), получаем в результате предельного перехода решение исходной задачи.

В качестве примера рассмотрим следующую задачу проектирования.

Пусть задан трехслойный пакет, подверженный двухстороннему нагреву. Трехслойные конструкции, например, в виде сотовых заполнителей, внешней и внутренней силовых обшивок широко применяют в аэрокосмической технике [5–9]. Рассчитаем тепловые потоки  $w_0$  и  $w_n$  на граничных поверхностях, используя следующую формулу:

$$q_s = \left( \frac{\alpha}{c_p} \right)_s (H_{r,s} - H_s) - \varepsilon_s \sigma T_s^4, \quad s = w_0, w_n,$$

где  $w_0$  — коэффициент теплообмена на поверхности, моделируется зависимостью

$$\left( \frac{\alpha}{c_p} \right)_{w_0} = 0,03 \exp \left[ \left( \frac{3(\tau - 1000)}{1000} - 2 \right) \left( \frac{\tau - 500}{500} \right)^2 \right];$$

$H_{r,s}$  — энтальпия восстановления газового потока,

$$H_{r,s} = 3 \cdot 10^5 \left( 1 + \cos \frac{\pi \tau}{200} \right), \quad s = w_0, w_n.$$

Энтальпию газового потока при температуре  $s$  стенки вычислим по формуле

$$H_s = 954T_s + 0,0862T_s^2, \quad s = w_0, w_n.$$

Коэффициент теплообмена  $w_n$  на поверхности представим в виде

$$\left( \frac{\alpha}{c_p} \right)_{w_n} = 0,2 \left( \frac{\alpha}{c_p} \right)_{w_0}.$$

Принимаем степень черноты поверхностей, участвующих в радиационном теплообмене,  $\varepsilon_s = 0,8$ ,  $s = w_0, w_n$ . Внутренний слой рассматриваемого пакета (силовая конструкция) имеет фиксированную толщину 0,5 мм. Наружные слои составлены из одного и того же теплозащитного материала. Теплофизические свойства материалов приведены в таблице.

Свойства материалов

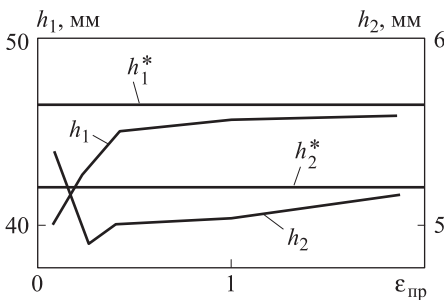
Слой	Зависимость		Усредненные значения		Плотность $\rho$
	$\lambda(T)$	$c(T)$	$\lambda$	$c$	
Внутренний	$20 + 25\bar{T}$	$150 + 0,5T$	30	450	7 880
Наружный	$0,05(1 + \bar{T} + \bar{T}^2)$	$800 + 0,5T$	0,1	1000	200

Примечание.  $\bar{T} = T/1000$ .

Максимальная температура внутреннего слоя не должна превышать 1 073 К. Это требование обеспечивается вариацией толщин наружных теплозащитных слоев. Начальная температура пакета 300 К. Расчет температурного режима проводился на временном интервале 1 000 с.

Для решения рассматриваемой задачи структуру пакета усложним за счет введения воздушного зазора между силовым слоем конструкции и одним из теплозащитных слоев. Теплообмен в зазоре радиационный с приведенной степенью черноты  $\epsilon_{пр}$ .

Задачу решим в несколько этапов, различающихся только значением приведенной степени черноты  $\epsilon_{пр}$  и начальным приближением к решению задачи. При этом переходу с одного этапа на другой соответствует увеличение значения  $\epsilon_{пр}$  и использование в качестве начального приближения последнего найденного к этому моменту решения.



Анализ возможности решения задачи проектирования многослойного пакета в случае, когда число варьируемых слоев больше числа контролируемых границ ( $h_1, h_2$  — итерационные значения толщин)

Таким образом, за искомое решение задачи проектирования трехслойного пакета при двух варьируемых слоях и одной контролируемой границе можно принять решение, полученное на последней фазе проведенной серии расчетов:  $h_1^* = 46,1$  мм,  $h_2^* = 5,2$  мм.

**Выводы.** Предложен эффективный способ решения задачи проектирования теплозащитной конструкции, не использующий трудоемкой процедуры оптимизации. Особенность данного подхода состоит в отсутствии ограничения на равенство числа варьируемых слоев

числу контролируемых точек. Показано, что решение, полученное разработанным методом, асимптотически приближается к решению, построенному с использованием оптимизационной процедуры.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Михайлов В.В. *Инженерно-физический журнал*, 1980, т. 39, № 2, с. 286–291.
- [2] Бушуев А.Ю., Тимофеев В.Н. Задача проектирования многослойного теплозащитного покрытия. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2012, вып. 2. URL: <http://engjournal.ru/articles/53/53.pdf>
- [3] Бушуев А.Ю., Горский В.В. Применение аппарата функций чувствительности и двухконтурного алгоритма в задачах синтеза многослойных конструкций. *Инженерно-физический журнал*, 2000, т. 73, № 1, с. 155–159.
- [4] Бушуев А.Ю., Горский В.В. Об использовании функций чувствительности в задаче проектирования многослойной теплозащитной конструкции. *Инженерно-физический журнал*, 1991, т. 61, № 6, с. 1014–1018.
- [5] Димитриенко Ю.И., Федонюк Н.Н., Губарева Е.А., Сборщиков С.В., Прозоровский А.А. Многомасштабное конечно-элементное моделирование трехслойных сотовых композитных конструкций. *Наука и образование. Электронное научно-техническое издание*. 2014, № 7. URL: <http://technomag.bmstu.ru/doc/717805.html>. DOI: 10.7463/0714.0717805
- [6] Димитриенко Ю.И., Яковлев Н.О., Ерасов В.С., Федонюк Н.Н., Сборщиков С.В., Губарева Е.А., Крылов В.Д., Григорьев М.М., Прозоровский А.А. Разработка многослойного полимерного композиционного материала с дискретным конструктивно-ортотропным наполнителем. *Композиты и наноструктуры*, 2014, № 1, т. 6, с. 32–48.
- [7] Dimitrienko Yu.I., Efremov G.A., Chernyavsky S.A. Optimal Designing of Erosion-Stable Heat-Shield Composite Materials. *Int. Journal of Appl. Composite Materials*, 1997, vol. 4, no. 1, pp. 35–52.
- [8] Димитриенко Ю. И., Коряков М. Н., Балакшин А. И. Моделирование нестационарного внутреннего теплопереноса в теплозащитных конструкциях на основе трехмерного конечно-элементного анализа. *Наука и образование. Электронное научно-техническое издание*, 2013, № 10. DOI: 10.7463/1013.0606069
- [9] Димитриенко Ю.И., Дроголюб А.Н., Соколов А.П., Шпакова Ю.В. Метод решения задачи оптимизации структуры дисперсно-армированных композитов при ограничениях на тепловые и прочностные свойства. *Наука и образование. Электронное научно-техническое издание*, 2013, № 11. DOI: 10.7463/1113.0621065
- [10] Химмельблау Д. *Прикладное нелинейное программирование*. Москва, Мир, 1975. 510 с.

Статья поступила в редакцию 10.10.2014

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Бушуев А.Ю. К задаче проектирования теплозащитных конструкций. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 07/2014. URL: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/technic/1239.html>

**Бушуев Александр Юрьевич** родился в 1951 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1974 г., МГУ им. М.В. Ломоносова в 1985 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика». Автор более 20 научных работ. Область научных интересов: математическое моделирование в технике, методы оптимизации и принятия решений, численные методы. e-mail: [a.ju.bushuev@ya.ru](mailto:a.ju.bushuev@ya.ru)

# On the problem of designing thermal protection structures

© A.Ju. Bushuev

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

*In this paper we propose a method for determining a combination of layer thicknesses ensuring the predetermined maximum allowable temperature at the layer boundaries provided that the number of variable layers is not equal to the number of controlled points. We present a numerical example of solving the problem of designing a three-layer structure subject to bilateral heating, with the requirement that the maximum temperature of the construction inner layer should not exceed 1073 K. This requirement is satisfied by varying the thickness of the outer thermal insulation layers. The solution obtained by using the developed method, asymptotically approaches the optimal solution in extreme setting of the problem.*

**Keywords:** thermal designing, composite thermal protection structures, optimal solution.

## REFERENCES

- [1] Mikhaylov V.V. Inzhenerno-Fizicheskii Zhurnal – Journal of Engineering Thermophysics, 1980, vol. 39, no. 2, pp. 286–291.
- [2] Bushuev A.Ju., Timofeev V.N. Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovations, 2012, iss. 2. Available at: <http://engjournal.ru/articles/53/53.pdf>
- [3] Bushuev A.Ju., Gorskiy V.V. Inzhenerno-Fizicheskii Zhurnal – Journal of Engineering Thermophysics, 2000, vol. 73, no. 1, pp. 155–159.
- [4] Bushuev A.Ju., Gorskiy V.V. Inzhenerno-Fizicheskii Zhurnal – Journal of Engineering Thermophysics, 1991, vol. 61, no. 6, pp. 1014–1018.
- [5] Dimitrienko Yu.I., Fedonyuk N.N., Gubareva E.A., Sborshchikov S.V., Prozorovskiy A.A. Nauka i obrazovanie. Elektronnoe nauchno-tehnicheskoe izdanie – Science and Education. Electronic Scientific and Technical Journal, 2014, no. 7. URL: <http://technomag.bmstu.ru/doc/717805.html>. DOI: 10.7463/0714.0717805
- [6] Dimitrienko Yu.I., Yakovlev N.O., Erasov V.S., Fedonyuk N.N., Sborshchikov S.V., Gubareva E.A., Krylov V.D., Grigoryev M.M., Prozorovskiy A.A. Kompozity i nanostrukturny – Composites and Nanostructures, 2014, no. 1, vol. 6, pp. 32–48.
- [7] Dimitrienko Yu.I., Efremov G.A., Chernyavskiy S.A. Optimal Designing of Erosion-Stable Heat-Shield Composite Materials. Int. Journal of Appl. Composite Materials, 1997, vol. 4, no. 1, pp. 35–52.
- [8] Dimitrienko Yu.I., Koryakov M.N., Balakshin A.I. Nauka i obrazovanie. Elektronnoe nauchno-tehnicheskoe izdanie – Science and Education. Electronic Scientific and Technical Journal, 2013, no. 10. DOI: 10.7463/1013.0606069
- [9] Dimitrienko Yu.I., Drogolyub A.N., Sokolov A.P., Shpakova Yu.V. Nauka i obrazovanie. Elektronnoe nauchno-tehnicheskoe izdanie – Science and Education. Electronic Scientific and Technical Journal, 2013, no. 11. DOI: 10.7463/1113.0621065
- [10] Himmelblau D.M. Applied Nonlinear Programming. McGraw-Hill Book Company, 1972.

**Bushuev A. Ju.** (b.1951) graduated from Bauman Moscow Higher Technical School in 1974, Lomonosov Moscow State University in 1985. Ph.D., Assoc. Professor of the Computational Mathematics and Mathematical Physics Department at Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 20 scientific works. Scientific interests: mathematical simulation in technology, the methods of optimization and decision making, numerical methods. e-mail: [a.ju.bushuev@ya.ru](mailto:a.ju.bushuev@ya.ru)