УДК 621.396

Координатный метод синхронизации и распознавания двоичных составных кодовых последовательностей

© А.С. Косолапов, А.В. Второв

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Показана возможность применения координатного метода для синхронизации и распознавания М-последовательностей, а также построенных на их основе составных кодовых последовательностей. Метод основан на структурных особенностях сложных кодовых последовательностей и на выводах из положений теории полей Галуа. Решение поставленной задачи возможно при условии разложения составной кодовой последовательности на компонентные М-последовательности. Координаты текущих символов компонентных последовательностей рассчитываются с использованием сопровождающих матриц многочленов. Определяются векторы-столбцы координат следующих подряд символов, и после установления их упорядоченности одновременно решается задача синхронизации и распознавания составных кодовых последовательностей. В виде графиков представлены результаты расчетов необходимых вероятностных характеристик.

Ключевые слова: *координатный метод, шумоподобные сигналы, поля Галуа, элемент поля, сопровождающая матрица, вектор координат, мажоритарный элемент, проверочные уравнения.*

Существуют так называемые алгебраические методы, обеспечивающие синхронизацию в системе с шумоподобными сигналами на основе использования структурных свойств псевдослучайных последовательностей. В статье рассматривается метод, названный координатным методом синхронизации и распознавания двоичных составных кодовых последовательностей. Он основан на структурных особенностях псевдослучайных последовательностей и на выводах из основных положений теории полей Галуа [1].

Известно, что полная система вычетов по двойному модулю $\left(f\left(x\right), p\right)$ образует конечное поле, содержащее p^n элементов, которое обозначают через $GF\left(p^n\right)$ и называют расширением поля или расширением степени n простого поля $GF\left(p\right)$. Здесь $f\left(x\right)$ — первообразный, не приводимый над полем $GF\left(2^n\right)$ многочлен степени n:

$$f\left(x\right) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 .$$

В случае двоичных *М*-последовательностей $p = 2$ элементами простого поля являются числа 0 и 1, а элементами расширенного поля $GF\left(2^n\right)$ — многочлены степени не выше $n-1$ с коэффициентами из поля $GF(2)$:

$$R(x) = a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a_0 .$$

Всегда существует некоторая наименьшая степень ε элемента поля *c*, такая, что $c^{\varepsilon} = 1\left(\operatorname{mod} f(x), 2\right)$, или в сокращенном виде $c^{\varepsilon} = 1$, где ε — период элемента *c*. Элементы расширенного поля Галуа $GF\left(2^n\right)$ можно записать в виде многочленов $R(x)$ и в виде степеней первообразного элемента θ^i, $i = 0, 1, \ldots, 2^n - 2$. Первообразный элемент поля $GF\left(2^n\right)$ имеет максимально возможный период. Его степени пробегают все ненулевые элементы поля. Нулевой элемент не входит в мультипликативную группу поля.

Каждый элемент поля $GF\left(2^n\right)$ может быть представлен в векторной форме:

$$c = \Omega X.$$

Здесь Ω — *n*-мерная вектор-строка (система из *n* элементов), называемая натуральным базисом поля $GF\left(2^n\right)$:

$$\Omega = \left(\theta^0, \theta^1, \ldots, \theta^{n-1}\right),$$

а X — *n*-мерный вектор-столбец координат (система из *n* элементов):

$$X = \left(x^0,\, x^1,\, \ldots,\, x^i,\, \ldots,\, x^{n-1}\right)^{\mathrm{T}},$$

где x^i, $i = 0, 1, \ldots, n-1$ — координаты элемента поля в натуральном базисе.

Справедливо матричное уравнение [2]

$$X_{i+l} = H^l X_i, \tag{1}$$

где X_{i+l} и X_i — *n*-мерные векторы-столбцы координат элементов θ^{i+l} и θ^i поля $GF\left(2^n\right)$; H — невырожденная матрица порядка *n*, с помощью которой можно найти координаты $(i+l)$-го элемента, если известны координаты *i*-го элемента.

Если $f(x)$ — первообразный, не приводимый над полем $GF\left(2^n\right)$ многочлен степени *n*, то $f(\theta)=0$,

$$\theta^n = a_{n-1}\theta^{n-1} + a_{n-2}\theta^{n-2} + \ldots + a_1\theta + a_0$$

и матричное уравнение (1) можно представить в виде

$$\begin{pmatrix} x_{i+l}^0 \\ x_{i+l}^1 \\ \ldots \\ x_{i+l}^k \\ \ldots \\ x_{i+l}^{n-1} \end{pmatrix} = H^l \begin{pmatrix} x_i^0 \\ x_i^1 \\ \ldots \\ x_i^k \\ \ldots \\ x_i^{n-1} \end{pmatrix}, \tag{2}$$

где X_{i+l} и X_i записаны в виде *n*-мерных векторов-столбцов координат, причем *k*-я координата любого элемента принимает значение 0 или 1. Выражение (2) показывает, что каждый элемент поля $GF\left(2^n\right)$ характеризуется своим персональным вектором-столбцом координат и все элементы поля $GF\left(2^n\right)$ взаимосвязаны. Нулевые координаты ненулевых элементов поля являются символами *M*-последовательности, т. е. $x_i^0 = b_i$.

В процессе вхождения в синхронизм (определения фазы принимаемой *M*-последовательности) задача должна решаться за время поступления на вход приемного устройства ограниченного числа символов *M*-последовательности. Однако по любой совокупности принятых символов невозможно непосредственно определить номера текущих символов или отождествляемые с ними номера нулевых координат элементов поля, т. е. решить поставленную ранее задачу синхронизации. Известно, что по совокупности *n* символов *M*-последовательности при условии, что эти символы распознаны без ошибок, можно сформировать поступающую на вход *M*-последовательность. Однако ее фаза не будет определена. Ненулевые элементы поля $GF\left(2^n\right)$ обладают вполне определенными *n*-мерными векторами координат:

$$X_i = \left(x_i^0, x_i^1, \ldots, x_i^k, \ldots, x_i^{n-1}\right)^{\mathrm{т}}. \tag{3}$$

В связи с этим представляется целесообразным для решения задачи определения фазы принимаемой *М*-последовательности и ее распознавания использовать не только текущие значения принимаемых символов, но и совокупность значений всех координат этих символов. Действительно, номер некоторого символа *М*-последовательности однозначно определяется номером соответствующего элемента поля с конкретным *n*-мерным вектором-столбцом координат. Избыточность в описании каждого символа *М*-последовательности не одной нулевой координатой позволяет решить поставленную задачу после поступления на вход ограниченного числа символов *М*-последовательности.

Таким образом, задача определения фазы (номера символа) принимаемой последовательности состоит в определении соответствующего этому символу вектора-столбца координат, элемента поля $GF\left(2^n\right)$ и последующем определении по этому вектору номера символа. Таблица соответствия значений векторов-столбцов координат и номеров элементов поля для принимаемой *М*-последовательности известна заранее.

Решение о распознавании входной последовательности будет принято, если текущие измерения векторов-столбцов координат будут связаны с предшествующими значениями. Следовательно, упорядоченный характер серии векторов-столбцов координат является критерием правильного распознавания входной последовательности.

Очевидно, что ошибочная оценка принимаемых символов *М*-последовательности из-за воздействия помех будет приводить к погрешностям в определении векторов-столбцов координат. Для исправления ошибок в распознавании входных символов можно использовать мажоритарную оценку символов, так как *М*-последовательность принадлежит к классу циклических кодов. При этом значение каждого символа (1 или 0) принимается по большинству значений, задаваемых системой проверочных уравнений [3]. Любой символ *М*-последовательности равен сумме по модулю два двух других символов. На периоде последовательности проверяемый символ вычисляется с помощью $2^{n-1}-1$ проверочных уравнений. Структура проверочных уравнений следует из свойств элементов поля $GF\left(2^n\right)$.

Вероятность $P_{\text{у}}$ ошибочной оценки символа *М*-последовательности на выходе блока проверочных уравнений (БПУ) в зависимости от вероятности $P_{\text{э}}$ ошибочной оценки принимаемых символов (элементов) определяется выражением

$$P_{\text{у}} = 2P_{\text{э}}\left(1-P_{\text{э}}\right) \tag{4}$$

и представлена на рис. 1.

С выхода БПУ символы поступают на мажоритарный элемент (МЭ), на выходе которого вероятность ошибочной оценки символов уменьшается до величины

$$P_{\text{м.э}} = \sum_{r=\frac{m+1}{2}}^{m} C_m^r P_{\text{у}}^r \left(1 - P_{\text{у}}\right)^{m-r}, \tag{5}$$

где C_m^r — число сочетаний из m по r; m — число проверочных уравнений. Соответствующие зависимости $P_{\text{м.э}}$ от числа m при различных значениях $P_{\text{э}}$ показан на рис. 2.

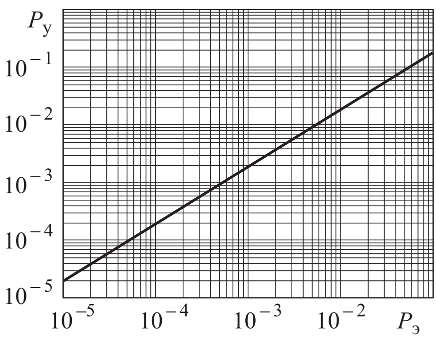

Рис. 1. Зависимость вероятности ошибочной оценки символов на выходе БПУ от вероятности ошибочной оценки принимаемых символов

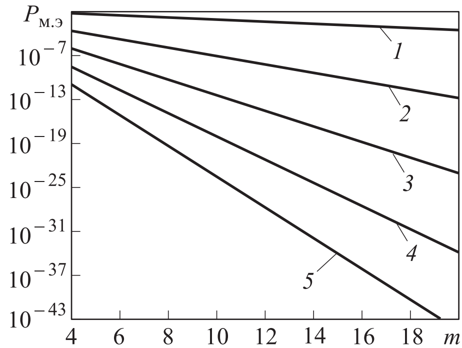

Рис. 2. Зависимость вероятности ошибочной оценки символов на выходе МЭ от количества проверочных уравнений при различных значениях вероятности ошибочной оценки принимаемых символов:

1 — $P_{\text{э}} = 10^{-1}$; *2* — $P_{\text{э}} = 10^{-2}$; *3* — $P_{\text{э}} = 10^{-3}$; *4* — $P_{\text{э}} = 10^{-4}$; *5* — $P_{\text{э}} = 10^{-5}$

Выборка из n символов с выхода МЭ, необходимая для определения координат текущего элемента поля $GF(2^n)$, поступает на блок определения координат (БОК).

Используя сопровождающую матрицу многочлена, а также матричное уравнение (1) и учитывая, что $x_i^0 = b_i$, можно показать, что [4]:

$$x_i^k = \sum_{j=0}^{n-k-1} a_{n-j}\, b_{i+n-k-j}\,, \tag{6}$$

где x_i^k — k-я координата i-го элемента поля $GF(2^n)$. Блок определения координат с учетом выражения (6) представляет собой совокупность сумматоров по модулю два.

Вероятность ошибочной оценки k-й координаты вектора-столбца координат в БОК

$$P_k = \sum_{r=1}^{s} C_s^r P_{\text{м.э}}^r \left(1 - P_{\text{м.э}}\right)^{s-r}, \qquad (7)$$

где s — число слагаемых, определяющих k-ю координату; r — нечетные числа от 1 до s, причем $r_{\max} = s - 1$, если s — четное число. Соответствующие зависимости вероятности P_k от значений $P_{\text{м.э}}$ при различных числах s представлены на рис. 3.

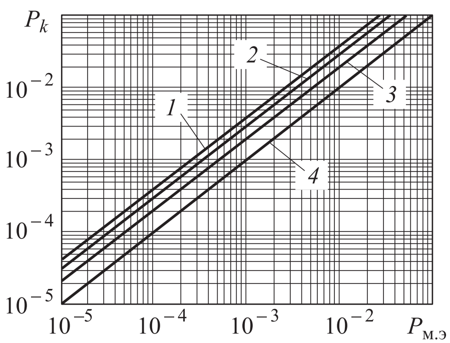

Рис. 3. Зависимость вероятности ошибочной оценки k-й координаты вектора-столбца координат от вероятности ошибочной оценки символов на выходе МЭ:

1 — $s = 4$; *2* — $s = 3$; *3* — $s = 2$; *4* — $s = 1$

В БОК последовательно рассчитывается серия векторов-столбцов, проверяемая на упорядоченность в блоке контроля координат (БКК) (см. формулу (1)).

Из выражения (6) следует, что вектор-столбец координат некоторого i-го символа определяется на основе опорной выборки размерности n, состоящей из символов $b_i, b_{i+1}, \ldots, b_{i+n-1}$, а вектор-столбец следующего $(i+1)$-го символа — с помощью символов $b_{i+1}, b_{i+2}, \ldots, b_{i+n}$. Для установления упорядоченного характера серии векторов соседние векторы должны определяться независимыми выборками, не имеющими общих символов, т. е. вектор X_i определяется опорной выборкой $b_i, b_{i+1}, \ldots, b_{i+n-1}$, а вектор X_{i+n} — выборкой $b_{i+n}, b_{i+n+1}, \ldots, b_{i+2n-1}$.

Размер серии из упорядоченных векторов-столбцов координат находится из выражения, справедливого при отсутствии на входе устройств обработки своей кодовой последовательности:

$$P_{\text{л}t} = 0{,}5^{n(t-1)}, \qquad (8)$$

где $P_{\text{л}t}$ — вероятность ложного распознавания входной последовательности; t — число векторов, входящих в упорядоченную серию.

Зависимость вероятности $P_{\text{л}t}$ от числа t при заданных значениях n представлена на рис. 4. При заданном значении $P_{\text{л}t}$ параметр t определяется исходя из требуемого значения вероятности правильной синхронизации и распознавания входной последовательности.

Вероятность правильной оценки упорядоченности двух векторов находится по формуле

$$\prod_{k=0}^{n-1}\left[1-2P_k\left(1-P_k\right)\right].$$

Тогда вероятность правильной синхронизации и распознавания входной последовательности, т. е. вероятность упорядоченного характера серии из t векторов-столбцов координат, определяется величиной P:

$$P=\left[\prod_{k=0}^{n-1}\left[1-2P_k\left(1-P_k\right)\right]\right]^{t-1}.$$

Вероятность правильной синхронизации зависит от многих параметров. На рис. 5 приведены графики зависимостей величины P от вероятности ошибочной оценки символов $P_э$ на входе устройства обработки при различных значениях m и $t=4$. Графики получены в программе MathCAD 15. При этом учитывались зависимости (4), (5), (7), (8).

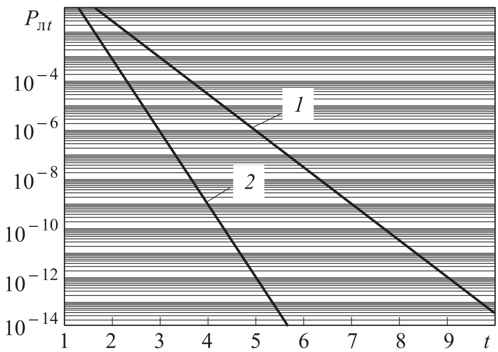

Рис. 4. Зависимость вероятности ложного распознавания входной последовательности от числа векторов упорядоченной серии при различных значениях n:

1 — $n=5$; *2* — $n=10$

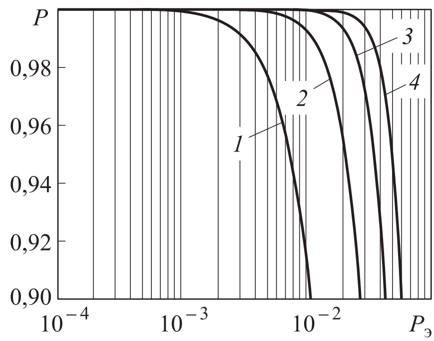

Рис. 5. Зависимость вероятности правильной синхронизации от величины $P_э$ при числе векторов упорядоченной серии $t=4$ и различном числе проверочных уравнений:

1 — $m=3$; *2* — $m=5$; *3* — $m=7$; *4* — $m=9$

Момент времени установления упорядоченности серии из t векторов фиксируется, при этом последний вектор серии поступает в блок установления синхронизации (БУС). Этому вектору ставится в соответствие номер символа входной последовательности. Определяемый номер символа будет меньше номера символа, поступившего в этот момент на вход устройства, на величину T/τ, где T — суммарное время выполнения всех операций в устройстве обработки; τ — длительность символа входной последовательности. Время T зависит от числа символов последовательности, записываемых в регистры РГ1 и РГ2, количества символов, требуемых для установления упорядоченности серии из t векторов-столбцов координат, длительности входных символов и времени выполнения всех вычислительных операций.

Среднее время установления синхронизации и распознавания определяется выражением $T_{\text{ср}} = T/P$.

Функциональная схема устройства обработки, позволяющего решить задачу синхронизации и распознавания входной M-последовательности, показана на рис. 6.

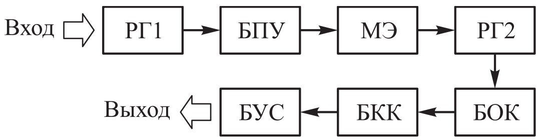

Рис. 6. Функциональная схема устройства обработки

В регистр РГ1 записываются входные символы M-последовательности. Их число определяется требуемым количеством проверочных уравнений. С выхода БПУ символы поступают на МЭ, а затем с выхода МЭ n символов записываются в регистр РГ2. Векторы-столбцы координат, рассчитанные в БОК, поступают в БКК для оценки их упорядоченности. В момент установления упорядоченности в БУС определяется номер символа M-последовательности, поступившего в это время на вход РГ1. Таким образом в режиме реального времени решается задача синхронизации и распознавания входной M-последовательности.

Координатный метод может быть использован для синхронизации и распознавания составных кодовых последовательностей, построенных на основе M-последовательностей. Это возможно, если составную последовательность разложить на компоненты — M-последовательности. Задача разложения была решена в работе [5]. После разложения на компоненты устройство синхронизации и распознавания становится многоканальным (число каналов определяется числом компонент). Последующая обработка этих компонент позволяет решить задачу синхронизации и распознавания входной составной кодовой последовательности.

Рассмотрим решение поставленной задачи на примере *составной кодовой последовательности малого семейства Касами* [6]. Символы такой последовательности являются результатом суммирования по модулю два символов двух M-последовательностей, одна длиной $N_1 = 2^n - 1$, другая длиной $N_2 = 2^{n/2} - 1$:

$$a_k = b_i + b_j, \tag{9}$$

где a_k — k-й символ последовательности Касами; b_i и b_j — символы компонентных M-последовательностей.

Степень порождающего многочлена последовательности Касами равна сумме степеней порождающих *М*-последовательности многочленов, т. е. равна $3n/2$.

Используя выражение (9), можно составить систему из $3n/2$ уравнений:

$$\begin{cases} a_k = b_i + b_j; \\ a_{k+1} = b_{i+1} + b_{j+1}; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{k+l} = b_{i+l} + b_{j+l}; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{k+\frac{3n}{2}-1} = b_{i+\frac{3n}{2}-1} + b_{j+\frac{3n}{2}-1}. \end{cases} \tag{10}$$

Учитывая, что символы *М*-последовательности представляют собой совокупность нулевых координат ненулевых элементов поля Галуа, и используя сопровождающие матрицы многочленов и матричное уравнение (1), можно записать

$$\begin{aligned} b_{i+l} &= H_{1,1}^l X_i; \\ b_{j+l} &= H_{2,1}^l X_j, \end{aligned} \tag{11}$$

где $H_{1,1}^l$ и $H_{2,1}^l$ — первые строки сопровождающих матриц H_1 и H_2 в степени l соответственно первой и второй компонентных *М*-последовательностей.

Тогда система уравнений (10) принимает вид [2]

$$\begin{cases} a_k = b_i + b_j; \\ a_{k+1} = H_{1,1} X_i + H_{2,1} X_j; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{k+l} = H_{1,1}^l X_i + H_{2,1}^l X_j; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{k+\frac{3n}{2}-1} = H_{1,1}^{\frac{3n}{2}-1} X_i + H_{2,1}^{\frac{3n}{2}-1} X_j, \end{cases} \tag{12}$$

где $b_i = x_i^0$; $b_j = x_j^0$.

Система уравнений (12) связывает символы последовательности Касами с координатами i-го и j-го символов образующих ее M-последовательностей.

Поскольку число уравнений в системе (12), равное $3n/2$, соответствует суммарному количеству всех координат элементов полей $GF\left(2^n\right)$ и $GF\left(2^{n/2}\right)$, то она может быть решена относительно величин b_i и b_j. Таким образом, последовательность малого семейства Касами разлагается на компоненты — M-последовательности. Затем определяются номера текущих символов компонентных M-последовательностей с учетом изложенной методики. В итоге находятся фаза и номер последовательности Касами, поступающей на вход двухканального устройства обработки. Считая, что при формировании последовательности Касами одна из M-последовательностей (M_1) длиной N_1 является опорной, т. е. относительно нее сдвигается другая M-последовательность (M_2) длиной N_2, можно определить фазу принятой последовательности Касами. Значение фазы соответствует i-му номеру символа опорной последовательности, рассчитанному в одном из каналов обработки.

Обозначив через j номер символа второй M-последовательности, рассчитанный в другом канале обработки в тот же момент времени, можно записать

$$x = \left[i - j\left(\operatorname{mod} N_2\right)\right]\left(\operatorname{mod} N_2\right),$$

где x — сдвиг между компонентными M-последовательностями (M_1 и M_2), т. е. номер опознанной последовательности Касами.

Нахождение величины x поясняется на рис. 7.

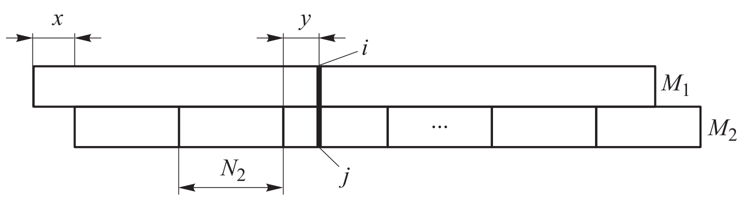

Рис. 7. Определение номера последовательности малого семейства Касами

Величина x определяется выражением

$$x = \left(i - y\right)\left(\operatorname{mod} N_2\right),$$

где $y = j\left(\operatorname{mod} N_2\right)$.

Таким образом решается задача синхронизации и распознавания составной кодовой последовательности.

При разложении составной последовательности на компоненты и решении системы уравнений относительно $x_i^0 = b_i$ и $x_j^0 = b_j$ вероятность ошибочной оценки символов b_i и b_j будет увеличиваться по сравнению с вероятностью ошибочной оценки символов составной последовательности Касами, поступающих на вход устройства обработки. Это объясняется тем, что символы b_i и b_j в результате решения системы уравнений (12) определяются суммой некоторого числа входных символов. Избежать этого можно, если попытаться применить мажоритарную оценку входных символов составной последовательности до процедуры ее разложения на компонентные *M*-после-довательности. Как будет показано далее, это возможно не для всех пар *M*-последовательностей, формирующих последовательность Касами.

Рассмотрим малое семейство Касами, формируемое двумя *M*-последовательностями с порождающими многочленами:

$$f_1(x) = x^{10} + x^3 + 1 \quad \text{и} \quad f_2(x) = x^5 + x^4 + x^2 + x + 1.$$

Матрица *H*, соответствующая многочлену

$$f(x) = f_1(x) f_2(x) = x^{15} + x^{10} + x^9 + x^7 + x^3 + x^2 + 1,$$

имеет вид

$$H = \begin{pmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{pmatrix}.$$

С помощью этой матрицы строятся векторы-столбцы координат всех элементов поля с размерностью 2^{15} (но это не элементы поля Галуа $GF(2^{15})$, так как $n = 15$ — степень многочлена $f(x) = f_1(x) f_2(x)$). По аналогии с нумерацией элементов поля Галуа для *M*-последовательностей начальный элемент введенного в рассмотрение поля обозначим вектором-столбцом координат $\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}^{\text{т}}$. Последующие векторы-столбцы координат определялись с помощью выражения (2).

Для построенных векторов-столбцов координат проверялось существование проверочных уравнений. Было установлено, что можно построить 30 проверочных уравнений на длине последовательностей Касами, равных 977 символам.

Существует 60 многочленов, порождающих *M*-последовательности длиной $N_1 = 1023$ символа, и шесть многочленов, порождающих *M*-последовательности длиной $N_2 = 31$ символ (табл. 1 и 2). Всего можно сформировать 360 семейств малых последовательностей Касами.

Таблица 1

Многочлены 10-й степени

№ п/п	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}
1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
2	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
3	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1
4	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1
5	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1
6	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
7	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1
8	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1
9	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1
10	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1
11	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1
12	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1
13	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1
14	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1
15	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1
16	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1
17	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1
18	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1
19	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1
20	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1
21	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1
22	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1
23	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1
24	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1
25	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1
26	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1
27	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1

Окончание табл. 1

№ п/п	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}
28	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1
29	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1
30	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1
31	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1
32	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1
33	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1
34	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1
35	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1
36	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1
37	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1
38	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1
39	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1
40	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1
41	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1
42	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1
43	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1
44	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1
45	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1
46	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1
47	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1
48	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1
49	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1
50	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1
51	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1
52	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1
53	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1
54	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1
55	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1
56	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1
57	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1
58	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1
59	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1
60	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1

Таблица 2

Многочлены 5-й степени

№ п/п	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
1	1	0	0	1	0	1
2	1	0	1	0	0	1
3	1	0	1	1	1	1
4	1	1	1	1	0	1
5	1	1	0	1	1	1
6	1	1	1	0	1	1

Количество проверочных уравнений, которые можно построить для каждого из 360 семейств малых последовательностей Касами, порождаемых M-последовательностями 10-й и 5-й степени, приведено в табл. 3.

Таблица 3

Количество проверочных уравнений

Номер многочлена 10-й степени	Номер многочлена 5-й степени					
	1	2	3	4	5	6
1	0	30	0	15	30	0
2	30	0	15	0	0	30
3	0	15	30	0	0	30
4	15	0	0	30	30	0
5	30	0	0	30	0	15
6	0	30	30	0	15	0
7	15	0	0	30	30	0
8	0	15	30	0	0	30
9	0	30	30	0	15	0
10	30	0	0	30	0	15
11	30	0	0	30	0	15
12	0	30	30	0	15	0
13	30	0	15	0	0	30
14	0	30	0	15	30	0
15	30	0	0	30	0	15
16	0	30	30	0	15	0
17	30	0	15	0	0	30
18	0	30	0	15	30	0
19	0	30	0	15	30	0
20	30	0	15	0	0	30
21	0	30	30	0	15	0
22	30	0	0	30	0	15
23	0	15	30	0	0	30
24	15	0	0	30	30	0
25	0	30	30	0	15	0
26	30	0	0	30	0	15
27	0	30	0	15	30	0
28	30	0	15	0	0	30
29	0	15	30	0	0	30
30	15	0	0	30	30	0
31	15	0	0	30	30	0
32	0	15	30	0	0	30
33	30	0	0	30	0	15
34	0	30	30	0	15	0
35	0	15	30	0	0	30
36	15	0	0	30	30	0
37	15	0	0	30	30	0
38	0	15	30	0	0	30
39	15	0	0	30	30	0
40	0	15	30	0	0	30
41	30	0	15	0	0	30
42	0	30	0	15	30	0
43	30	0	15	0	0	30
44	0	30	0	15	30	0

Окончание табл. 3

Номер многочлена 10-й степени	Номер многочлена 5-й степени					
	1	2	3	4	5	6
45	30	0	15	0	0	30
46	0	30	0	15	30	0
47	0	30	0	15	30	0
48	30	0	15	0	0	30
49	0	15	30	0	0	30
50	15	0	0	30	30	0
51	30	0	0	30	0	15
52	0	30	30	0	15	0
53	0	30	0	15	30	0
54	30	0	15	0	0	30
55	30	0	0	30	0	15
56	0	30	30	0	15	0
57	0	15	30	0	0	30
58	15	0	0	30	30	0
59	0	30	30	0	15	0
60	30	0	0	30	0	15

Из табл. 3 следует, что не для всех семейств малых последовательностей Касами существуют проверочные уравнения. Для многих из них можно построить 15 или 30 уравнений. Каждый многочлен 10-й степени со всеми многочленами 5-й степени образует три семейства, для которых не существует проверочных уравнений. Для одного семейства можно построить 15 проверочных уравнений, для двух семейств — 30 проверочных уравнений.

В работе рассмотрен координатный метод синхронизации и распознавания двоичных составных кодовых последовательностей. Результаты работы могут быть использованы для построения устройств обработки различных составных последовательностей любой длительности.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Чеботарев Н.Г. *Основы теории Галуа. Ч. 1.* Москва, Медиа, 2012, 221 с.

[2] Косолапов А.С., Тимошенков В.Ф., Наумкин С.И. О распознавании последовательностей Голда. *Техника средств связи. Сер. Техника связи,* 1989, вып. 1, с. 20–26.

[3] Берлекэмп Э. *Алгебраическая теория кодирования.* Москва, Мир, 1971, 478 с.

[4] Косолапов А.С., Галев А.В. Исследование возможности декодирования сложных кодовых последовательностей. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 1. URL: http://engjournal.ru/catalog/pribor/radio/1170.html

[5] Косолапов А.С. (СССР). *Система декодирования двоичных последовательностей.* А.с. 1295527 СССР, опубл. 07.03.87, бюл. № 9, 5 с.

[6] Варакин Л.Е. *Системы связи с шумоподобными сигналами*. Москва, Радио и связь, 1985, 384 с.

Статья поступила в редакцию 03.10.2014

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Косолапов А.С., Второв А.В. Координатный метод синхронизации и распознавания двоичных составных кодовых последовательностей. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 6. URL: http://engjournal.ru/catalog/pribor/ radio/1238.html

Косолапов Андрей Сергеевич родился в 1939 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1962 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Радиоэлектронные системы и устройства» факультета «Радиоэлектроника и лазерная техника» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 100 научных работ, изобретений и учебных пособий. Область научных интересов: исследование структурных свойств широкополосных сигналов и их обработка. e-mail: a.s.kosolapov@mail.ru

Второв Антон Владимирович родился в 1991 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2014 г. Область научных интересов: обработка широкополосных сигналов и их использование в системах передачи информации. e-mail: avtorov2@gmail.com

Coordinate method of synchronization and recognition of binary compound code sequences

© A.S. Kosolapov, A.V. Vtorov

Bauman Moscow State Techical University, Moscow, 105005, Russia

Pseudonoise signals are widely used in various communication systems and control systems. The development of processing devices of input signals of such systems, able to solve tasks of synchronization and recognition of received code sequences simultaneously, is of current importance. A possibility of using the coordinate method for synchronization and recognition of M-sequences, as well as composite code sequences, built on their basis, is presented in this article, based on the structural features of complex code sequences and using the basic provisions of the Galois fields theory. The possibility of using the coordinate method being proposed is considered by the example of code sequences of small Kasami family. The solution of this problem is possible provided that compound code sequence was decomposed into component M-sequences. The use of accompanying matrixes of polynomials, generating component M-sequences, made it possible to calculate the coordinates of current symbols of the components. The problem is solved after defining the vector-column of coordinates of follow-related consecutive symbols and establishment of their orderliness in accordance with a certain criteria of correct synchronization and recognition. The diagrams present the results of computing of the required probability characteristics.

Keywords: *the coordinate method, pseudonoise signals, Galois fields, field element, an accompanying matrix, vector of coordinates, majoritarian element, parity-check equations.*

REFERENCES

[1] Chebotarev N.G. *Osnovy teorii Galua* [The fundamentals of the Galois's theory]. Part. 1. Moscow, Yo-Yo Media Publ., 2012, 221 p.

[2] Kosolapov A.S., Timoshenkov V.F., Naumkin S.I. *Tekhnika sredstv svyazi. Seriya Tekhnika svyazi* [The techniques of the communication facilities. Seriya Communication engineering], 1989, iss. 1, pp. 20–26.

[3] Berlekamp E. *Algebraic coding theory.* McGraw-Hill Book Company, 1968, 474 p.

[4] Kosolapov A.S., Galev A.V. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2014, iss. 1. Available at: http://www.engjournal.ru/eng/catalog/pribor/radio/1170.html

[5] Kosolapov A.S. (USSR). *Sistema dekodirovaniya dvoichnykh posledovatel'nostei* [The system of decoding of the binary sequences]. A.c. 1295527 USSR, Published 07.03.87, bulletin no. 9, 5 p.

[6] Varakin L.E. *Sistemy svyazi s shumopodobnymi signalami* [Communication systems with noise-type signals]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1985, 384 p.

Kosolapov A.S. (b. 1939) graduated from Bauman Moscow Higher Technical School in 1962. Ph. D., assoc. professor of the Radioelectronic Systems and Devices Department of the Radioelectronics and Laser Technology Faculty at Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 100 scientific works, patents and manuals. Sphere of scientific interests includes research of structural properties of wideband signals and their processing. e-mail: a.s.kosolapov@mail.ru

Vtorov A.V. (b. 1991) graduated from Bauman Moscow State Technical University in 2014. Sphere of scientific interests includes problems of processing of wideband signals and their use in communication systems. e-mail: avtorov2@gmail.com