

## Метод расчета апланатической сферической линзы с осевым линейным распределением показателя преломления

© Т.С. Ровенская<sup>1</sup>, А.Е. Алимов<sup>2</sup>, К.Э. Квиткина<sup>1</sup>

<sup>1</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

<sup>2</sup>ЗАО «МНИТИ», Москва, 105094, Россия

*Предложен метод синтеза сферических линз с осевым линейным распределением показателя преломления, обладающих при условии дальнего расположения предмета апланатической степенью исправления aberrаций третьего порядка. Эффективность применения метода показана на примере синтеза двух типов линз с градиентным слоем в пределах а) стрелки первой поверхности и б) осевой толщины линзы.*

**Ключевые слова:** *градиентная линза, апланатическая коррекция aberrаций, градиентный слой, показатель преломления, осевое распределение.*

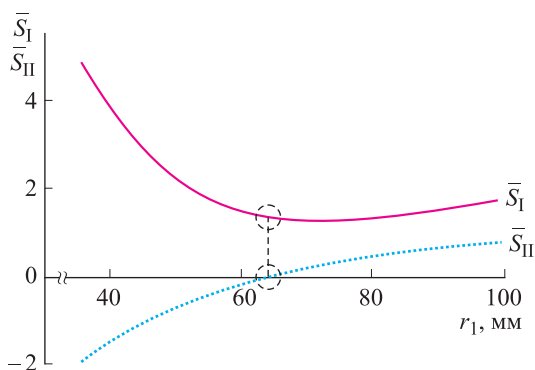
**Введение.** Представленный материал является продолжением исследований, посвященных сферическим базовым линзам из материала с осевым линейным распределением показателя преломления (ОЛРПП) [1, 2].

В статье [2] был сделан вывод о возможности получения в сферических базовых линзах с ОЛРПП апланатической степени коррекции в области третьих порядков aberrаций. В данной работе решаются задачи обоснования метода определения конструктивных параметров ограниченной сферическими поверхностями линзы с ОЛРПП, удовлетворяющей условиям исправления сферической aberrации и комы третьего порядка, а также разработки практической методики расчета таких линз. В результате обеспечиваются условия для исследования aberrационных свойств базовых апланатических элементов и их практического применения при проектировании оптических систем.

**Предпосылки метода определения конструктивных параметров апланатической базовой сферической линзы с ОЛРПП.** Известно, что при расположении предмета относительно оптической системы в бесконечности (предмет дальнего типа) в находящейся в воздухе тонкой сферической линзе из материала с однородным показателем преломления (ПП) не реализуются решения с апланатической степенью коррекции, что обусловлено неустранимой в таких линзах сферической aberrацией. В контексте данной статьи термин «тонкая» линза не предполагает равенства нулю ее осевой толщины, а обозначает факт отнесения рассматриваемой линзы к оптическим элементам с

толщинами, определяемыми из конструктивных соображений. Так, в «тонком» оптическом элементе его толщина  $d_{т.э}$  и заднее фокусное расстояние  $f'$  связаны условием:  $d_{т.э} \leq 0,1f'$  [3]. Аберрация кома рассматриваемой линзы зависит от ее формы и положения входного зрачка. При совмещении входного зрачка с линзой (соответствует совмещению плоскостей входного зрачка и плоскости, касательной к первой поверхности линзы в ее вершине) изменение формы линзы при сохранении ее фокусного расстояния сопровождается изменением знака характеристического коэффициента третьего порядка комы (второй суммы Зейделя  $S_{II}$ ) с принятием суммой  $S_{II}$  нулевого значения при конкретной форме линзы. За параметр, определяющий форму линзы, принято значение радиуса  $r_1$  кривизны первой поверхности. При этом нулевое значение второй суммы Зейделя определяется в области значений параметра формы линзы, близких к значению, при котором находится минимум сферической аберрации [3].

На рис. 1 представлены зависимости первой  $S_I$  и второй  $S_{II}$  сумм Зейделя однородной сферической линзы от параметра формы линзы  $r_1$  при расположении предмета относительно линзы в бесконечности и совмещении входного зрачка с линзой. Значения сумм Зейделя определены при канонической форме соответствующих им выражений [3]. Конструктивные параметры сферических однородных линз получены при заднем фокусном расстоянии  $f'=100$  мм и осевой толщине  $d = 10$  мм для ПП материала линз  $n = 1,7$ , при допущении, что радиус кривизны первой поверхности является свободным параметром.

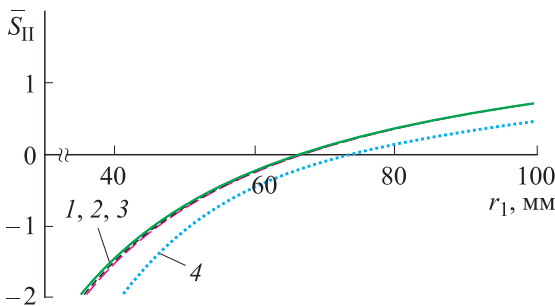


**Рис. 1.** Первая и вторая суммы Зейделя однородной сферической линзы при дальнем предмете и входном зрачке в плоскости линзы.

В [2] конструктивные параметры исправленных в отношении сферической аберрации градиентных линз были получены при указанных значениях фокусного расстояния и осевой толщины для относительного отверстия  $D/f' = 1:2$  и углового поля  $2\omega = 30^\circ$  с использо-

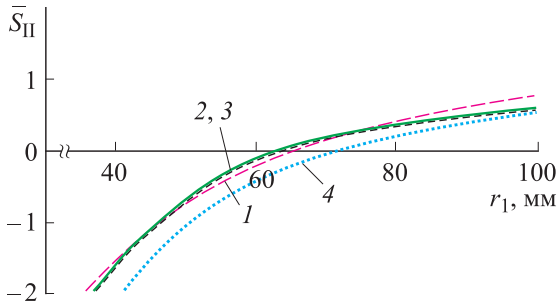
ванием в качестве исходных решение однородной линзы, удовлетворяющее условию минимума сферической aberrации третьего порядка, и решения с близким к нему состоянием коррекции. В последних сферическая aberrация несколько превышает достигаемое минимальное значение. В [2] было показано, что при переходе от линзы с постоянным значением ПП к градиентной линзе с устраненной сферической aberrацией путем введения ОЛРПП в пределах стрелки прогиба первой поверхности линзы или осевой толщины линзы вторая сумма Зейделя градиентной линзы принимает значения, близкие к значениям этой суммы в исходной линзе с постоянным значением ПП при расположении входного зрачка в ее плоскости. После устранения в линзе сферической aberrации путем введения градиентного слоя вторая сумма Зейделя перестает зависеть от положения входного зрачка.

На рис. 2, 3 представлены зависимости от радиуса кривизны первой поверхности линзы второй суммы Зейделя для однородной линзы  $\bar{S}_{IIод}$  и для исправленных в отношении сферической aberrации неоднородных линз  $\bar{S}_{IIод}(r_1)$ . Зависимости приведены для двух положений входного зрачка, а именно: при расположении входного зрачка в плоскости, касательной к первой поверхности линзы ( $s_p = 0$ ), и при вынесении входного зрачка в пространство предметов на расстояние  $s_p = -15$  мм. Отрезок  $s_p$  определяет расстояние от вершины первой поверхности линзы до центра входного зрачка. В линзах ОЛРПП обеспечивается в пределах стрелки прогиба первой поверхности (см. рис. 2) или на всей толщине линзы (см. рис. 3).



**Рис. 2.** Первая и вторая суммы Зейделя однородной сферической линзы и исправленной в отношении сферической aberrации градиентной линзы с ОЛРПП в пределах стрелки прогиба первой поверхности для дальнего предмета:

1 –  $\bar{S}_{IIод}(r_1)$  для однородной линзы при  $s_p = 0$ ; 2 –  $\bar{S}_{IIод}(r_1)$  для неоднородной линзы при  $s_p = 0$ ; 3 –  $\bar{S}_{IIод}(r_1)$  для неоднородной линзы при  $s_p = -15$  мм; 4 –  $\bar{S}_{IIод}(r_1)$  для однородной линзы при  $s_p = -15$  мм



**Рис. 3.** Первая и вторая суммы Зейделя однородной сферической линзы и исправленной в отношении сферической aberrации градиентной линзы с ОЛРПП на толщине линзы для дальнего предмета:

1 –  $\bar{S}_{IIод}(r_1)$  для однородной линзы при  $s_p = 0$ ; 2 –  $\bar{S}_{IIод}(r_1)$  для неоднородной линзы при  $s_p = 0$ ; 3 –  $\bar{S}_{IIод}(r_1)$  для неоднородной линзы при  $s_p = -15$  мм; 4 –  $\bar{S}_{IIод}(r_1)$  для однородной линзы при  $s_p = -15$  мм

Кривые  $\bar{S}_{IIод}(r_1)$  при  $s_p = 0$  и  $s_p = -15$  мм не совпадают; изменение положения зрачка путем выноса его в пространство предметов практически приводит к эквидистантному смещению кривой  $\bar{S}_{IIод0}(r_1)$  вправо по оси  $r_1$ . При обоих способах введения в линзу распределения ПП для исправления в ней сферической aberrации наблюдается совпадение кривых  $\bar{S}_{IIод}(r_1)$ , соответствующих  $s_p = 0$  и  $s_p = -15$  мм, что показывает независимость значения второй суммы Зейделя от положения входного зрачка при указанном варианте исправления линзы. В области значений параметра  $r_1$ , в которой вторая сумма принимает близкие к нулю значения, обе кривые  $\bar{S}_{IIод}(r_1)$  практически совпадают с кривой  $\bar{S}_{IIод}(r_1)$ .

Таким образом, если сферическая базовая линза с однородным ПП синтезируется с расположенным в ее плоскости входным зрачком с нулевым значением второй суммы Зейделя, а затем путем применения в ней тем или иным способом градиентной среды с ОЛРПП обеспечивается исправление сферической aberrации, то достигается сформулированная цель – получение решения с апланатической или практически близкой к ней коррекцией в области aberrаций третьего порядка.

**Реализация предложенного метода получения апланатического решения для сферической линзы с ОЛРПП.** Синтез исходной сферической линзы с постоянным значением ПП выполнен путем компьютерного моделирования с использованием параметров первого вспомогательного луча в пакете прикладных программ (ППП) ОПАЛ [4] из условия равенства нулю второй суммы Зейделя ( $\bar{S}_{IIод0} = 0$ ) при нахождении предмета в бесконечности, линзы – в воздухе и при размещении входного зрачка плоскости, касательной к

первой поверхности линзы. Исходные данные при синтезе остаются прежними, т. е. фокусное расстояние  $f' = 100$  мм, толщина по оси  $d = 10$  мм, ПП материала линзы  $n = 1,7$ . Полученные конструктивные параметры далее обозначены как вариант с индексом 1.

В прямоугольной системе координат  $OXYZ$  осевое распределение ПП (ОРПП) среды описывается функцией вида

$$n(z) = n_0 + n_1z + n_2z^2 + n_3z^3 + \dots = \sum_{i=0}^k n_i z^i, \quad (1)$$

где  $n_0$  соответствует значению ПП в начале системы координат (при  $z = 0$ ),  $n_1, n_2, \dots, n_i$  – коэффициенты с размерностью  $\text{мм}^{-1}, \text{мм}^{-2}, \dots, \text{мм}^{-i}$  соответственно, если единицей измерения линейных величин  $z$  является миллиметр. При  $i = 1$  наблюдается следующее ОЛРПП:

$$n^{(1)}(z) = n_0 + n_1z. \quad (2)$$

Синтез элемента с градиентной средой по всей толщине линзы (вариант 1б) проводился с помощью пакета прикладных программ (ППП) ZEMAX [5]. При синтезе фокусное расстояние  $f'$  и толщина линзы  $d$  сохранялись равными их значениям для однородной линзы, коэффициент  $n_0$  принимал значение 1,7. Значение радиуса кривизны первой поверхности  $r_1$  оставалось таким же, как и в ранее синтезированной однородной линзе при  $n = n_0$  (вариант 1). Радиус кривизны второй поверхности  $r_2$  и коэффициент  $n_1$  в ОЛРПП определялись путем оптимизации из условий получения заданного значения фокусного расстояния и устранения сферической аберрации.

Синтез элемента с градиентной средой в пределах стрелки первой сферической поверхности выполнен с применением описанной в [2] модели линзы. При этом данный градиентный элемент рассматривается как квазисклеенный компонент, состоящий из градиентной и однородной частей, где градиентная часть представляет собой выпукло-плоскую линзу с «острым» краем, в которой радиус кривизны  $r_1$  сохраняет такое же значение, как и у однородной линзы (вариант 1). Градиентная среда с ОЛРПП (2) вводилась в пределах стрелки прогиба первой поверхности склеенного компонента; эта стрелка определяла осевую толщину  $d_1$  элемента;  $n_0$  принимался равным 1,7. Однородная часть имела первую плоскую поверхность  $r_2$ , а радиус кривизны ее второй поверхности  $r_3$  и коэффициент  $n_1$  в ОЛРПП устанавливались посредством оптимизации в ППП ZEMAX из условия получения заданного значения фокусного расстояния и устранения сферической аберрации. ПП однородной части приравнивался к величине ПП градиентной части при  $z = d_1$ . Общая осевая толщина склеенного компонента сохранялась равной 10 мм. Полученное решение соответствует варианту 1а.

Конструктивные параметры синтезированных линз представлены в табл. 1.

Таблица 1

**Конструктивные параметры сферической однородной линзы с нулевым значением второй суммы (вариант 1) и градиентных линз с ОЛРПП, исправленных в отношении сферической aberrации и комы (варианты 1а, 1б)**

Вариант	Схема	$r$ , мм	$d$ , мм	$n$
1		66,258	10,0	1,7
		1162,594		
1а		66,258	4,897	$1,7 - 0,006z$
		$\infty$	5,103	1,671
		1107,827		
1б		66,258	10,0	$1,7 - 0,006z$
		1063,729		

**Аберрационный анализ синтезированных линз.** Анализ однородного и градиентных решений выполнены в отношении монохроматических aberrаций третьего порядка для двух положений входного зрачка  $s_p = -15$  и  $0$  мм путем расчета aberrаций по значениям соответствующих сумм Зейделя с учетом условий нормировок [3, 6]. Положение  $s_p$  определено осевым расстоянием от первой поверхности линзы до центра входного зрачка. Расчет в области реальных aberrаций проводился в ППП ZEMAX.

В табл. 2 приведены значения сумм Зейделя однородных и градиентных линз с  $s_p$ , равным 0 и  $-15$  мм.

Таблица 2

**Суммы Зейделя однородной линзы с  $n_0 = 1,7$  (вариант 1) и градиентных линз с ОЛРПШ, исправленных в отношении сферической аберрации и комы (варианты 1а, 1б)**

Суммы Зейделя		Варианты линз		
		1	1а	1б
$\bar{S}_I$		1,3356	-0,0007	0,0002
$\bar{S}_{II}$	$s_p = 0$ мм	0,0	-0,0009	-0,0007
	$s_p = -15$ мм	-0,2003	-0,0009	-0,0007
$\bar{S}_{III}$	$s_p = 0$ мм	0,9709	0,9711	0,9713
	$s_p = -15$ мм	1,0009	0,9714	0,9715
$\bar{S}_{IV}$		0,5860	0,5854	0,5847
$\bar{S}_V$	$s_p = 0$ мм	-0,0288	-0,0285	-0,0284
	$s_p = -15$ мм	-0,5581	-0,5532	-0,5533

На основе анализа сумм Зейделя можно сделать вывод о достижении поставленной цели – получении решений с апланатической степенью коррекции в области аберраций третьего порядка: первая и вторая суммы градиентных линз вариантов 1а и 1б практически равны нулю.

В табл. 3 представлены монохроматические аберрации третьего порядка и реальные аберрации выбранных лучей для вариантов линз 1, 1а и 1б при положениях входного зрачка  $s_p = 0$  и  $-15$  мм. Кроме того, даны значения относительной доли аберраций высших порядков  $\partial W$ , которая аналогично с [1, 2] рассчитывалась по следующей формуле:

$$\partial W = \left| \frac{W_p - W_{3п}}{W_p} \right| 100, \quad (3)$$

где  $W_p$  – величина реальной аберрации,  $W_{3п}$  – величина аберрации третьего порядка.

Аберрации линз вариантов 1, 1а, 1б при  $f'=100$  мм,  $D/f'=1:2$ ,  $2\omega=30^\circ$ , мм

Название аберрации, единица измерения		Порядок аберрации	Вариант линзы		
			1	1а	1б
Поперечная сферическая для $m = 25$ мм		Третий порядок	-1,0434	0,0006	-0,0002
		Реальная	-1,1939	0,0009	0,0
		$\partial W$ , %	12,61	33,33	50
Меридиональная кома для $k = 22$ %, $\omega = -15^\circ$	$s_p = 0$	Третий порядок	0,0	-0,0024	-0,0017
		Реальная	0,5203	0,2660	0,2669
		$\partial W$ , %	100	100	50
	$s_p = -15$	Третий порядок	-0,3835	-0,0016	-0,0014
		Реальная	-0,3880	0,0069	0,0071
		$\partial W$ , %	1,16	100	100
Астигматическая разность для $\omega = -15^\circ$	$s_p = 0$	Третий порядок	6,6541	6,6579	6,6571
		Реальная	6,1402	6,1442	6,1430
		$\partial W$ , %	8,37	8,36	8,37
	$s_p = -15$	Третий порядок	6,8600	6,6598	6,6586
		Реальная	6,1947	6,0188	6,0175
		$\partial W$ , %	10,74	10,65	10,65
Средняя кривизна изображения для $\omega = -15^\circ$	$s_p = 0$	Третий порядок	-8,6624	-8,6646	-8,6609
		Реальная	-8,2965	-8,2991	-8,2950
		$\partial W$ , %	4,41	4,40	4,41
	$s_p = -15$	Третий порядок	-8,8683	-8,6664	-8,6624
		Реальная	-8,3575	-8,1693	-8,1652
		$\partial W$ , %	6,11	6,08	6,09
Дисторсия для $\omega = -15^\circ$ , %	$s_p = 0$	Третий порядок	-0,0963	-0,0955	-0,0952
		Реальная	-0,0982	-0,0971	-0,0970
		$\partial W$ , %	1,93	1,65	1,86
	$s_p = -15$	Третий порядок	-1,8686	-1,8530	-1,8519
		Реальная	-2,0366	-2,0173	-2,0175
		$\partial W$ , %	8,25	8,14	8,21

Примечания 1. Стрелка первой поверхности в варианте 1 определена для относительного отверстия линзы  $D/f' = 1:2$ , что составляет 4,897 мм.

2. В варианте 1а изменение ПП в пределах градиентного слоя равно -0,029.

3. В варианте 1б изменение ПП в пределах осевой толщины 10 мм равно -0,060.

4. Координата луча  $m$  на входном зрачке в канонической форме:  $m = 0$  соответствует центру входного зрачка,  $m = 1 = m_{кр}$  – краю входного зрачка (координата  $m$  в линейной мере:  $m_{кр} = D/2 = 25$  мм).

5.  $k$  – коэффициент линейного виньетирования, учитывающий при вынесеном в пространство предметов зрачке ограничение действующего размера входного зрачка для края поля.



При сравнении aberrаций третьего порядка и реальных aberrаций полученных линз наблюдается близость значений как для градиентных, так и для однородных линз. Исключение составляют результаты, полученные для меридиональной комы при  $s_p = 0$  мм. Это объясняется определенным вкладом в реальное значение меридиональной комы aberrации высших порядков при фактически нулевых aberrациях третьего порядка. При вынесении входного зрачка в пространство предметов (при  $s_p = -15$  мм) обеспечивается снижение уровня этой aberrации в линзах с ОЛРПП.

**Заключение.** Предложен метод получения конструктивных параметров сферических базовых линз с апланатической степенью коррекции в области третьих порядков aberrаций путем использования ОЛРПП. Для этого на первом этапе синтезируется сферическая линза из материала с однородным показателем преломления  $n = n_0$  с устраненной в ней меридиональной комой третьего порядка при условии расположения входного зрачка в плоскости линзы. На втором этапе в синтезированной линзе устраняется сферическая aberrация путем использования ОЛРПП. Разработана методика, реализующая данный метод, и показана эффективность ее применения.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Алимов А.Е. *Свойства базовых сферических линз с осевым распределением показателя преломления*: дис. ... канд. техн. наук. Москва, 2012, 265 с.
- [2] Ровенская Т.С., Алимов А.Е. Базовая сферическая линза с исправленной сферической aberrацией путем применения градиентного материала с осевым линейным распределением показателя преломления. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 7. URL: <http://engjournal.ru/catalog/pribor/optica/942.html>
- [3] Запрягаева Л.А., Свешникова И.С. *Расчет и проектирование оптических систем*. Москва, Логос, 2000, 584 с.
- [4] Пакет программ автоматизированного проектирования оптических систем ОПАЛ-ПК.: рук. для пользователя. [Электрон.ресурс] Оптимизация центрированных оптических систем (работы ОРТ, ОРТW, ОРТZ). Ленингр. ин-т точной механики и оптики. Санкт-Петербург, 1992.
- [5] ZEMAX Optical Design Program. User's Guide. Version 10.0. Focus Software, Incorporated. Tucson (Arizona, USA), 2003, 478 p.
- [6] Ровенская Т.С. *Методы проектирования оптических систем с градиентными элементами*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1994, 39 с.

Статья поступила в редакцию 06.05.2014

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Ровенская Т.С., Алимов А.Е., Квиткина К.Э. Метод расчета апланатической сферической линзы с осевым линейным распределением показателя преломления. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 2.

URL: <http://engjournal.ru/catalog/pribor/optica/1209.html>

**Ровенская Тамара Сергеевна** окончила МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1970. Канд. техн. наук, доц. кафедры «Лазерные и оптико-электронные системы» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 30 научных работ в области проектирования оптико-электронных устройств и систем, абберационных расчетов оптических систем. e-mail: rovtvs@yandex.ru

**Алимов Андрей Евгеньевич** родился в 1982 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2006 г. Канд. техн. наук, зам. нач. оптического отдела Московского научно-исследовательского телевизионного института (ЗАО «МНИТИ»). Автор 21 научной публикации в области проектирования оптических систем с градиентными оптическими средами, разработка оптических систем различного назначения с повышенными характеристиками. e-mail: deminox@yandex.ru

**Квиткина Ксения Эдуардовна** — студентка кафедры «Лазерные и оптико-электронные системы» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: kvitkina.ksenia@gmail.com

## Method for calculating an aplanatic spherical lens with an axial linear refractive index

© T.S. Rovenskaya<sup>1</sup>, A.E. Alimov<sup>2</sup>, K.E. Kvitkina<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

<sup>2</sup>Moscow Scientific Research Television Institute, Moscow, 105094, Russia

*The article proposes a method for the synthesis of aplanatic gradient lenses, which are limited by spherical surfaces. Gradient lenses with the axial linear refractive index were derived from homogeneous lenses with the corrected third-order coma at the location of the entrance pupil in the plane of the lens. The effectiveness of this method of synthesis is shown on the basis of two types of gradient aplanatic lenses. One type had a gradient layer adjacent to the first surface, the other type had a gradient layer on the entire axial thickness of the lens.*

**Keywords:** gradient lens, aplanatic correction of aberrations, a gradient layer, the refractive index, the axial distribution.

### REFERENCES

[1] Alimov A.E. *Svoistva bazovykh sfericheskikh linz s oseвым raspredeleniem pokazatelya prelomleniya*. Kand. Diss. [Properties of basic spherical lenses with axial refractive index. Ph.D. Diss.], Moscow, 2012, 265 p.

[2] Rovenskaya T.S., Alimov A.E. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2013, iss. 7. Available at: <http://engjournal.ru/catalog/pribor/optica/942.html>

[3] Zakaznov H.P., Kiryushin S.I., Kuzichev V.I. *Teoriya opticheskikh sistem* [The theory of optical systems]. 4th ed. Sankt-Petersburg, «Lan» Publ., 2008, 448 p.

[4] Rovenskaya T.S. *Metody proektirovaniya opticheskikh sistem s gradientnymi elementami* [Methods of designing optical systems with gradient elements]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 1994, 39 p.

[5] *Paket programm avtomatizirovannogo proektirovaniya opticheskikh sistem OPAL-PK.: Ruk. dlya pol'zovatelya. Optimizatsiya tsentrirovannykh opticheskikh sistem (raboty OPT, OPTW, OPTZ)*. [Package of computer-aided design of optical systems OPAL PC: User Manual. Optimization of centered optical systems (work OPT, OPTW, OPTZ)]. El. prog., Leningrad, Institute of Precision Mechanics and Optics, Sankt-Petersburg, 1992.

[6] ZEMAX Optical Design Program. User's Guide. Version 10.0. Focus Software, Incorporated, Tucson, Arizona, USA, 2003, 478 p.

**Rovenskaya T.S.** graduated from Bauman Moscow Higher Technical School in 1970. Ph.D., Assoc. Professor of the Laser and Optoelectronic Systems Department at Bauman Moscow State Technical University. Scientific interests include optoelectronic devices and systems, engineering, aberration calculations. e-mail:rovts@yandex.ru

**Alimov A.E.** (b. 1982) graduated from Bauman Moscow State Technical University in 2006. Ph.D., Deputy Head of the Optical Department of Moscow Scientific Research Television Institute. He is the author of 21 scientific publications. Scientific interests include engineering of optical systems with gradient optical media, designing of optical systems of different purpose with heightened characteristic. e-mail: deminox@yandex.ru

**Kvitkina K.E.**, a student of the Laser and Optoelectronic Systems Department at Bauman Moscow State Technical University. e-mail: kvitkina.ksenia@gmail.com