УДК 531

Об одном способе моделирования походки человека

© Г.П. Колесникова[1], А.М. Формальский[2]

[1]Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации» (Финансовый университет), Москва, 125993, Россия

[2]Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» (НИИ механики МГУ), Москва, 119192, Россия

Представлен один из возможных алгоритмов моделирования походки человека. Описана плоская задача — движение происходит в сагиттальной плоскости. Фаза двойной опоры считается мгновенной. Влияние движения рук не учитывается. На основе моделирования походки человека (в том числе сил, приложенных к концу опорной ноги в одноопорной фазе шага) получены данные о моментах, приложенных в тазобедренных, коленных и голеностопном (для опорной ноги) суставах в процессе движения.

Ключевые слова: *моделирование, шаг, ходьба человека, одноопорная фаза, маятник, антропоморфный механизм.*

Введение. Целью настоящей работы является моделирование движения (ходьбы) человека для определения данных о моментах, возникающих в процессе движения в тазобедренных, коленных и голеностопном (для опорной ноги) суставах, а также реакции опоры в стопе опорной ноги. Описан один из возможных методов моделирования ходьбы человека.

Основные положения. В качестве механической модели шагающего человека рассмотрен плоский пятизвенный антропоморфный механизм (рис. 1). Механизм состоит из пяти звеньев — корпуса AD и двух одинаковых двузвенных ног. Каждая из ног состоит из бедра (DF_1 в опорной ноге и DF_2 — в переносимой) и голени (OF_1 в опорной ноге и BF_2 — в переносимой). Звенья механизма соединяются одно с другим шарнирами (суставами). Коленные (в точках F_1 и F_2), тазобедренные (в точке D) и голеностопные (в точках O и B) суставы будем считать одноосными шарнирами, оси которых перпендикулярны продольной (сагиттальной) плоскости — плоскости чертежа. Поскольку трение в суставах человека мало, то, пренебрегая им, шарниры механизма полагаем идеальными.

В связи с тем, что двуопорная фаза шага занимает не более 20% от общего времени его выполнения [1], шаг сведен к одноопорной фазе, во время которой голеностопный сустав одной из ног (опорной) все время находится на опоре. Движением механизма во фронталь-

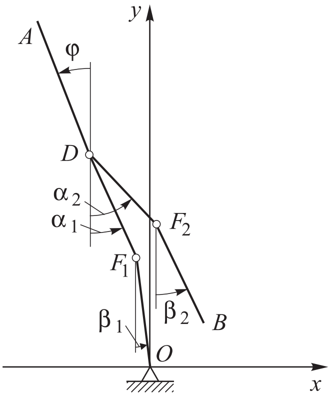

Рис. 1. Кинематическая схема плоского пятизвенного антропоморфного механизма

ной плоскости пренебрегаем, поскольку при ходьбе отклонение центра масс человека во фронтальной плоскости происходит не более чем на 2,5 см (корпус человека отклоняется на 1—2 градуса при росте человека 1,75…2,0 м). Таким образом, при движении в сагиттальной плоскости рассматривается одноопорная фаза шага пятизвенного антропоморфного механизма с пятью степенями свободы (опорная стопа неподвижна).

Математическая модель. Положение плоского пятизвенного антропоморфного механизма в одноопорной фазе шага однозначно задается пятью обобщенными координатами (см. рис. 1): φ — угол отклонения корпуса от вертикали; α_1 и β_1 — углы отклонения от вертикали бедра и голени опорной ноги соответственно; α_2 и β_2 — углы отклонения от вертикали бедра и голени переносимой ноги соответственно. Все углы отсчитываются в положительном направлении — против часовой стрелки.

Для получения уравнений движения плоского пятизвенного антропоморфного механизма используем уравнения Лагранжа II рода. Если семимерный вектор $z = \left\| x_D, y_D, \varphi, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2 \right\|^T$, где x_D, y_D — координаты тазобедренного сустава *D*, принять за вектор-столбец обобщенных координат, то уравнения плоского движения пятизвенника можно записать в матричной форме [2, 3]:

$$B(z)\ddot{z} + gA\left\|\sin z_i\right\| + D(z)\left\|\dot{z}_i^2\right\| = C(z)w, \qquad (1)$$

где

$$\left\|\sin z_i\right\| = \left\|0, 1, \sin\varphi, \sin\alpha_1, \sin\alpha_2, \sin\beta_1, \sin\beta_2\right\|^T,$$

$$\left\|z_i^2\right\| = \left\|0, 0, \varphi^2, \alpha_1^2, \alpha_2^2, \beta_1^2, \beta_2^2\right\|^T;$$

$B(z)$ — матрица кинетической энергии; gA — матрица членов, зависящих от гравитации (g — ускорение свободного падения); w — вектор-столбец 7×7 сил и моментов сил, приложенных к системе, включая суставные моменты в тазобедренных (Mk_1, Mk_2), коленных (M_1, M_2) и голеностопном (M_s для опорной ноги) суставах, развиваемые человеком при движении, а также компоненты R_x, R_y силы реакции опоры в стопе опорной ноги. Матрицы $B(z)$, gA, $D(z)$ и $C(z)$ имеют порядок 7×7.

Моделирование шага человека при ходьбе. *Траектория и закон движения тазобедренного сустава (точка D) в одноопорной фазе шага.* Согласно [4, 5], положения центра масс человека и тазобедренного сустава при выполнении шага практически совпадают и движутся по подобным траекториям. Также, согласно [4], в одноопорной фазе шага опорная нога остается практически прямой, т. е. точка D тазобедренного сустава движется по части окружности радиуса, равного сумме длин бедра и голени (рис. 2, траектория f_D). Будем считать, что уравнение движения точки D по траектории f_D представляет собой уравнение движения свободного перевернутого математического маятника:

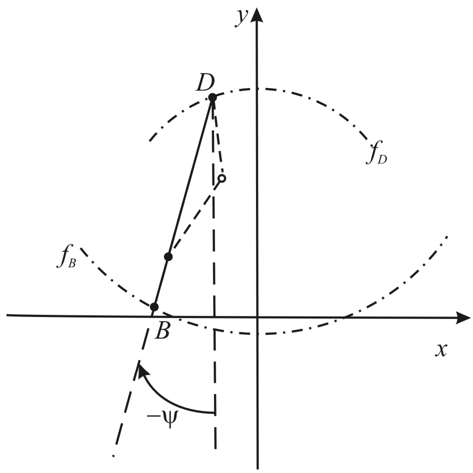

Рис. 2. Моделирование движения точки B, где f_B — относительная траектория, являющаяся частью окружности с центром в точке D и радиуса BD, равного сумме длин голени и бедра ноги человека

$$\ddot{\gamma} = \frac{g}{OD} \sin \gamma$$

или, с учетом малости угла γ, уравнение

$$\ddot{\gamma} = k^2 \gamma,$$

где $k^2 = \dfrac{g}{OD}$.

При условиях, что $\gamma(0) = -\gamma(T)$ (где T — конечный момент времени выполнения шага), закон изменения угла γ (в линейном приближении) имеет вид

$$\gamma(t) = c_1 e^{kt} + c_2 e^{-kt},$$

где

$$c_1 = \gamma(0) \frac{1 + e^{kT}}{1 - e^{2kT}}, c_2 = \gamma(0) \frac{1 + e^{-kT}}{1 - e^{-2kT}}.$$

Построение траектории и закон движения по ней конца переносимой ноги (точка B) в одноопорной фазе шага. В одноопорной фазе шага переносимая нога ведет себя подобно обычному маятнику [4, 6]. Рассмотрим маятник *DB* с точкой подвеса в подвижной точке *D*. Относительная траектория точки *B* соответствует части окружности радиуса, равного сумме длин бедра и голени (длина отрезка *DB*).

Уравнение движения маятника *DB* в относительном движении:

$$\ddot{\psi} = -\frac{g}{BD}\sin\psi.$$

С учетом малости угла ψ после линеаризации оно принимает вид

$$\ddot{\psi} = -\frac{g}{BD}\psi.$$

Закон относительного движения точки *B* при условии $\psi(0) = -\psi(T)$:

$$\psi(t) = \psi(0)\left(\cos\omega t - \frac{1+\cos\omega T}{\sin\omega T}\sin\omega t\right),$$

где $\omega^2 = \dfrac{g}{BD}$.

Абсолютная траектория движения стопы человека в одноопорной фазе шага может быть приближена, например, частью окружности достаточно большого радиуса [5] (рис. 3 траектория $f_{\text{стопы}}$).
Формирование закона движения стопы по заданной траектории является объектом поиска и зависит от целей моделирования движения. В результате проведенных вычислений было установлено, что движение пятизвенного антропоморфного механизма наиболее близко по параметрам ходьбе человека, если в каждый момент времени за абсциссу конца переносимой ноги точку *B* принять абсциссу точки пересечения прямой, проходящей через отрезок *BD* $\left(\dfrac{x-x_D}{x_B-x_D} = \dfrac{y-y_D}{y_B-y_D}\right)$, и заданной абсолютной траектории точки *B* (соответствующая ордината определяется из уравнения кривой выбранной абсолютной траектории). Точек пересечения оказывается две, и выбор абсциссы (рис. 3) логично определить как $x_{\text{стопы}} = \max(x_1, x_2)$.

Вычисления углов отклонения от вертикали бедра и голени опорной и переносимой ног. В настоящем исследовании функции углов α_1, α_2, β_1, β_2 были заданы как полиномы пятого порядка по времени:

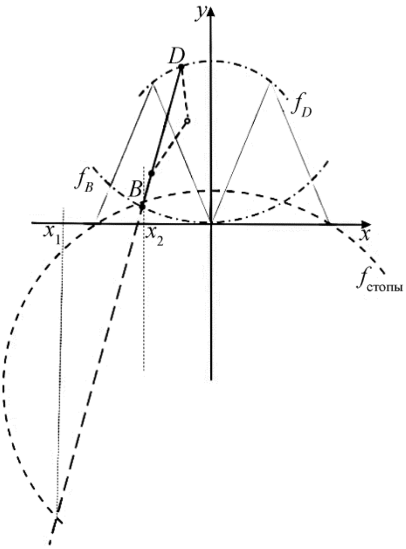

Рис. 3. Иллюстрация к алгоритму задания движения конца переносимой ноги, точка *B*

$$f_i(t) = \sum_{j=0}^{5} a_{ij} t^j, \quad i = 1, ..., 4.$$

При вычислении коэффициентов a_{ij} согласно описанным выше алгоритмам были определены абсолютные координаты точек *B* и *D* для шести моментов времени. Для этого отрезок времени *T* выполнения одного шага был поделен на шесть равных частей так, что $t_k = t_{k-1} + \Delta t$, где $k = 1, ..., 6$, $\Delta t = \frac{T}{6}$, $t_0 = 0$. Далее на основании формул планиметрии были получены значения α_1, α_2, β_1, β_2 в эти моменты времени при условиях, что $\alpha_1 > \beta_1$ и $\alpha_2 > \beta_2$.

Моделирование движения корпуса *AD* в одноопорной фазе шага. На значения вычисляемых моментов и реакций достаточно сильно влияет изменение угла наклона корпуса. Рассмотрим корпус как опрокинутый маятник с центром масс, находящимся на расстоянии S_k от тазобедренного сустава. Тогда уравнение движения корпуса имеет вид

$$\ddot{\varphi} = \omega_k \sin \varphi,$$

где $\omega_k{}^2 = \frac{g}{s_k}$.

Поскольку отклонение корпуса от вертикали достаточно мало (2…4 градуса) [5, 7], то после линеаризации этого уравнения получаем

$$\ddot{\varphi} = \omega_k{}^2 \varphi.$$

В результате, при условии $\varphi(0) = \varphi(T)$ движение корпуса задается функцией

$$\varphi(t) = c_1 e^{\omega_k t} + c_2 e^{-\omega_k t},$$

где

$$c_1 = \frac{\varphi(0)}{1 + e^{\omega_k T}}, c_2 = \frac{\varphi(0)}{1 + e^{-\omega_k T}},$$

или

$$\varphi(t) = \varphi(0)\frac{\mathrm{ch}(t) + \mathrm{ch}(T - t)}{1 + \mathrm{ch}(T)}.$$

Результаты моделирования. В настоящем параграфе представлены результаты моделирования обычной ходьбы человека при следующих физических параметрах [2]: масса корпуса — 75 кг, массы бедра и голени — 8,6 и 4,6 кг соответственно; высота корпуса — 0,386 м, длина бедра и голени — 0,41 и 0,497 м соответственно.

Функции углов опорной и переносимой ног (рис. 4):

$$\alpha_1 = \beta_1 = 0,198 - 0,945t + 0,954t^2 - 1,508t^3 + 0,710t^4 - 0,568t^5,$$

$$\alpha_2 = -0,198 + 4,546t - 17,540t^2 + 45,266t^3 - 53,113t^4 + 5,413t^5,$$

$$\beta_2 = -0,198 - 3,036t + 18,534t^2 - 38,374t^3 + 30,526t^4 + 5,413t^5.$$

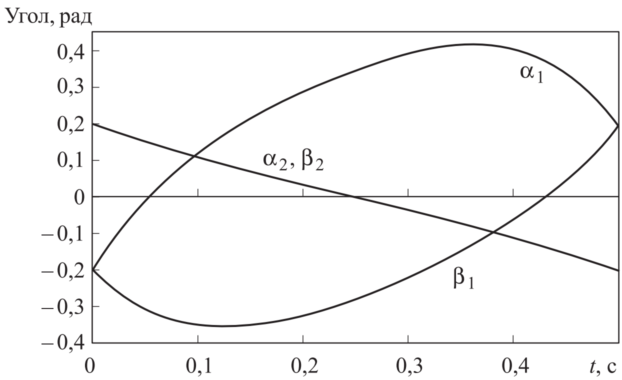

Рис. 4. Графики изменения углов опорной (α_1, β_1) и переносимой (α_2, β_2) ног

При решении прямой задачи динамики на основании уравнений (1) были вычислены реакция в точке *O* опорной ноги и моменты, развиваемые при движении в тазобедренном, коленном и голеностопном (опорная нога) суставах (рис. 5–10).

Представленные расчеты достаточно близки данным, полученным в результате исследований физиологии ходьбы человека [4, 5, 7], что и являлось целью настоящего исследования.

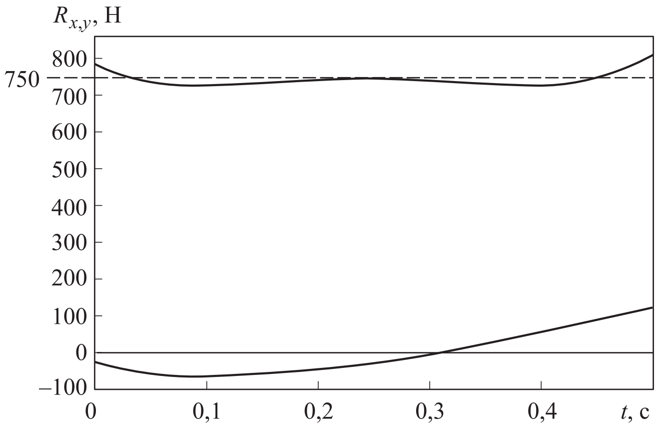

Рис. 5. Графики изменения реакций в точке *O* опорной ноги

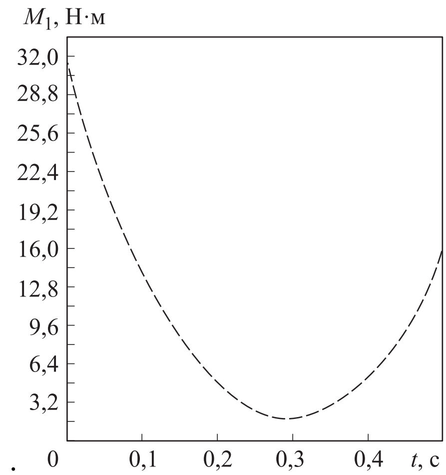

Рис. 6. Момент M_1 в коленном суставе переносимой ноги, Н·м

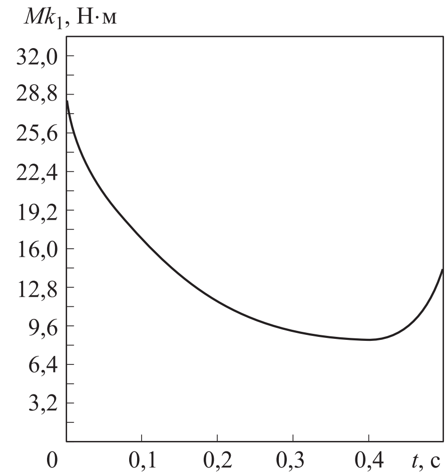

Рис. 7. Момент Mk_1 в тазобедренном суставе переносимой ноги, Н·м

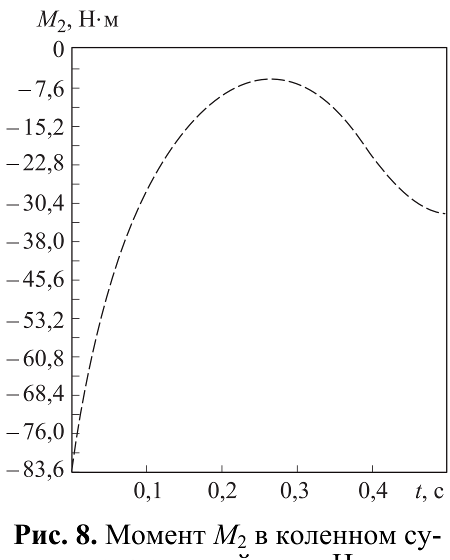

Рис. 8. Момент M_2 в коленном суставе опорной ноги, Н·м

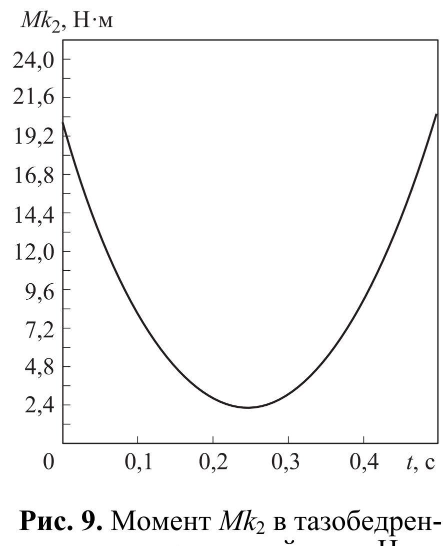

Рис. 9. Момент Mk_2 в тазобедренном суставе опорной ноги, Н·м

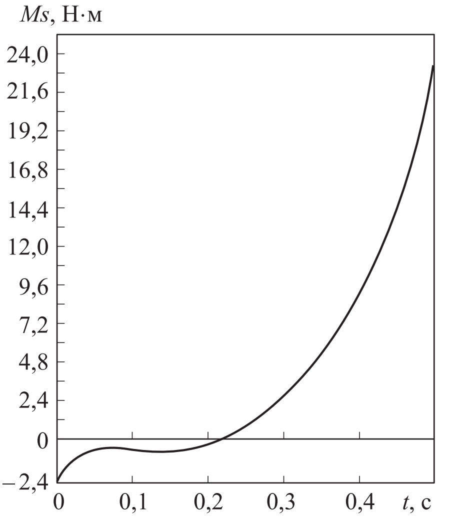

Рис. 10. Момент *Ms* в голеностопном суставе опорной ноги

Представленные исследования проведены в рамках государственного контракта от 3 ноября 2011 г. № 07.524.11.4012 «Разработка программно-аппаратного комплекса дублирования опорно-двигательного аппарата человека «ПАК «Экзоскелетон».

ЛИТЕРАТУРА

[1] Богданов В.А., Гурфинкель В.С. Биомеханика локомоций человека. В кн.: *Физиология движений*. Ленинград, Наука, 1976, с. 276–315.

[2] Формальский А.М. *Перемещение антропоморфных механизмов*. Москва, Наука, 1982, 362 с.

[3] Белецкий В.В. *Двуногая ходьба: модельные задачи динамики и управления*. Москва, Наука, 1984, 288 с.

[4] Ирвинг П. Герман. *Физика организма человека*. Долгопрудный: издательский дом «Интелект», 2011, 992 с.

[5] Капанджи А.И. *Функциональная анатомия. Нижняя конечность. Т. 2.* Москва, ЭКСМО, 2010, 352 с.

[6] Бернштейн Н.А. *Физиология движений и активность*. Москва, Наука, 1990, с. 373–392.

[7] Витензон А.С. *Закономерности нормальной и патологической ходьбы человека*. Москва, ООО «Зеркало-М», 1998, 271 с.

Статья поступила в редакцию 05.02.2014

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:
Колесникова Г.П., Формальский А.М. Об одном способе моделирования походки человека. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 1.
URL: http://engjournal.ru/catalog/eng/teormech/1181.html

Колесникова Галина Петровна — преподаватель Финансового университета при Правительстве Российской Федерации. Область научных интересов: теория управления, теория оптимизации, теория управления ходьбой, робототехника, мехатроника, биомеханика. e-mail: kolesnikovagp@mail.ru

Формальский Александр Моисеевич — д-р физ.-мат. наук, профессор, член Российского национального комитета по теоретической и прикладной механике, лауреат премий им. М.В. Ломоносова МГУ и им. А.А. Андронова РАН, главный научный сотрудник Научно-исследовательского института механики МГУ им. М.В. Ломоносова. Область научных интересов: теория управления, теория оптимизации, теория управления с использованием информации об усилиях, теория управления ходьбой, теория управления манипуляторами с податливыми звеньями, робототехника, мехатроника, биомеханика.