УДК 627.844:532.5

Особенности изменения давления в трубопроводе при его закрытии

© Н.И. Бондаренко, Ю.И. Терентьев

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Рассмотрено неустановившееся движение идеальной сжимаемой жидкости в однородной упругой трубе, вызванное срабатыванием отсечного устройства. Используется устойчивая конечно-разностная схема решения уравнений движения и неразрывности потока. На примере однониточного трубопровода иллюстрируется ее применение к случаю уменьшения массового расхода жидкости до нуля по заданному линейному закону. В частном случае выявлена возможность прекращения колебаний давления жидкости в трубопроводе после его полного закрытия. В общем же случае при любом времени срабатывания отсечного устройства давление перед ним изменяется по одному из двух вариантов, которые представлены в виде двух обобщенных графических зависимостей.

Ключевые слова: *трубопровод, расход жидкости, разностная схема, давление, фаза гидравлического удара.*

В процессе эксплуатации магистральных трубопроводов жидкостных ракет могут возникать экстремальные ситуации [1], сопровождающиеся возникновением гидравлического удара, например, в случае аварийного выключения двигателей при стендовых испытаниях или на пусковой установке. Поэтому при проведении прочностных расчетов как самих трубопроводов, так и их опор необходимо знать распределение давления по длине трубопровода и при гидравлическом ударе. Этому вопросу посвящено много работ, в частности [2–11]. Вместе с тем представляет интерес поиск такого инженерного метода определения характеристик переходных процессов в трубопроводах, который позволял бы с заданной точностью оперативно их прогнозировать.

В данной работе предлагается подход, основанный на численном решении уравнений движения и неразрывности идеальной сжимаемой жидкости в полностью заполненной однониточной трубе, который дает возможность определить изменение параметров потока во времени при быстром перекрытии трубопровода, а в частном случае — получить обобщенные зависимости давления перед клапаном, перекрывающим проходное сечение трубы, от времени.

Уравнения движения и неразрывности потока для рассматриваемого случая имеют вид [5, 8]

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0,$$
$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho a^2 \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \tag{1}$$

где v, p — скорость и давление возмущенного потока в сечении x в момент времени t, т. е. v и p отсчитываются от своих начальных значений v_0 и p_0, которые были в момент времени перед началом закрытия клапана; ρ — плотность жидкости в невозмущенном потоке; a — эффективная скорость звука в потоке с учетом упругости стенок трубы, определяемая для цилиндрической трубы

$$a = c\sqrt{E\delta / (E\delta + \varepsilon D)},$$

где c — скорость звука в бесконечном объеме жидкости; D и δ — диаметр и толщина стенки трубы; E и ε — модули упругости материала стенки и жидкости.

В уравнении движения не учитывается гидравлическое сопротивление трения трубы, так как в расходных магистралях жидкостных ракет скорость потока небольшая и гидравлическое сопротивление незначительно [5].

При обозначении через F площадь проходного сечения, а через $G = \rho v F$ — массового расхода, и при вводе переменных $\phi = \frac{G}{F} + \frac{p}{a}$, $\psi = \frac{G}{F} - \frac{p}{a}$ система уравнений (1) принимает вид

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + a\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0,$$
$$\frac{\partial \psi}{\partial t} - a\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0. \tag{2}$$

Для построения разностного аналога уравнений (2) используем схему, в соответствии с которой однородная труба длиной l разделяется вдоль своей продольной оси x на N элементов одинаковой длины $h = l / N$. Время t разбивается на слои, отстоящие друг от друга на шаг τ. Обозначим через k номер слоя по t, через n — номер сечения по x. Неизвестные ϕ и ψ на k-м временном слое в сечении n обозначим ϕ_n^k, ψ_n^k. Частные производные представим в виде

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial t}\right)_n^k = \frac{\phi_n^{k+1} - \phi_n^k}{\tau}, \left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_n^k = \frac{\phi_n^k - \phi_{n-1}^k}{h},$$

$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)_n^k = \frac{\psi_n^{k+1} - \psi_n^k}{\tau}, \left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)_n^k = \frac{\psi_{n+1}^k - \psi_n^k}{h}.$$

Тогда уравнения (2) запишем так:

$$\phi_n^{k+1} = (1-s)\phi_n^k + s\phi_{n-1}^k, \tag{3}$$

$$\psi_n^{k+1} = (1-s)\psi_n^k + s\psi_{n+1}^k, \tag{4}$$

где $s = a\tau / h$ — критерий Куранта [12].

Выражение (3) справедливо для сечений $n = \overline{2, N+1}$, а (4) — для $n = \overline{1, N}$.

Возвращаясь к переменным v, p, из (3) и (4) находим зависимости, связывающие давление и скорость на границах ($n = 1$ и $n = N+1$) трубы:

$$a\rho v_1^{k+1} - p_1^{k+1} = (1-s)(a\rho v_1^k - p_1^k) + s(a\rho v_2^k - p_2^k), \tag{5}$$

$$a\rho v_{N+1}^{k+1} - p_{N+1}^{k+1} = (1-s)(a\rho v_{N+1}^k + p_{N+1}^k) + s(a\rho v_N^k + p_N^k), \tag{6}$$

а также в ее промежуточных ($n = \overline{2, N}$) сечениях:

$$p_n^{k+1} = p_n^k(1-s) + \frac{s}{2}\left[a\rho(v_{n-1}^k - v_{n+1}^k) + p_{n-1}^k + p_{n+1}^k\right], \tag{7}$$

$$v_n^{k+1} = v_n^k(1-s) + \frac{s}{2}\left[v_{n-1}^k + v_{n+1}^k + \frac{1}{a\rho}(p_{n-1}^k - p_{n+1}^k)\right]. \tag{8}$$

Решение разностных уравнений (3) и (4) будет устойчивым и приближающимся к решению системы (2) лишь при условии $s \le 1$ [12].

Применим рассмотренную разностную схему решения к случаю нестационарного течения жидкости в трубе, которая в начале ($n = 1$) подсоединена к емкости (трубопровод акустически открыт — давление $p_1 = 0$) и у которой на выходе ($n = N+1$) находится клапан, перекрывающий проходное сечение трубы таким образом, что расход уменьшается от первоначального G_0 до нуля по известному линейному закону. Тогда из выражений (5) и (6) для крайних сечений трубы имеем

$$G_1^{k+1} = (1-s)G_1^k + s(G_2^k - \frac{F}{a} p_2^k),$$
$$p_{N+1}^{k+1} = (1-s)(\frac{a}{F} G_{N+1}^k + p_{N+1}^k) + s(\frac{a}{F} G_N^k + p_N^k) - \frac{a}{F} G_{N+1}^{k+1},$$

а для внутренних сечений ($n = \overline{2, N}$) из уравнений (7) и (8)

$$p_n^{k+1} = (1-s)p_n^k + \frac{s}{2}\left[\frac{a}{F}(G_{n-1}^k - G_{n+1}^k) + p_{n-1}^k + p_{n+1}^k \right],$$
$$G_n^{k+1} = (1-s)G_n^k + \frac{s}{2}\left[\frac{F}{a}(p_{n-1}^k - p_{n+1}^k) + G_{n-1}^k + G_{n+1}^k \right].$$

Для акустически открытой трубы фаза гидравлического удара — $\beta = 2l / a$ [10], а период колебаний потока по низшему тону — $T = 4l / a = 2\beta$ [5].

Если время $t_з$ перекрытия выходного сечения трубы $t_з \le \beta$ (прямой гидроудар), то максимальное давление в этом сечении определяется по формуле Жуковского [4, 7]

$$p_{ГУ} = \rho v_0 a = \frac{G_0}{F} a . \tag{9}$$

Если же $t_з > \beta$ (непрямой гидроудар) и жидкость тормозится по линейному закону, то максимальное давление определяется по формуле Мишо [2, 7]:

$$p = \rho v_0 a \beta / t_з = p_{ГУ} \beta / t_з . \tag{10}$$

Для проверки предлагаемой модели выполнены расчеты давления в выходном сечении трубопровода при различных значениях времени $t_з$ и $s = 1$ [13].

Анализ расчетных данных свидетельствует, что если расход жидкости на выходе трубы уменьшается до нуля по линейному закону и время $t_з$ полного перекрытия трубы представить в виде $t_з = i\beta + \Delta t$, где $0 \le \Delta t \le \beta$, $i = 0, 1, 2, 3, \ldots$, то для определения величины отклонения давления от стационарного значения в этом сечении в любой момент времени достаточно воспользоваться одним из двух графиков.

При $i = 0, 2, 4, 6, \cdots$ обобщенный график изменения давления от времени имеет вид, представленный на рис. 1.

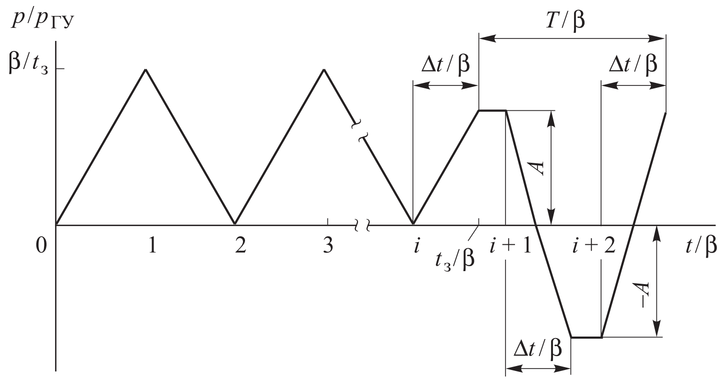

Рис. 1. Зависимость давления в конце трубы от времени при $t_з = i\beta + \Delta t$; $i = 0, 2, 4, 6, ...$; $A = 1 - i\beta / t_з$

Полагая $i = 0$, из него получаются графики изменения давления при прямом гидроударе. Максимальное значение давления в этом случае равно $p_{ГУ}$ и определяется формулой Жуковского (9). При $\Delta t = 0$ (мгновенное перекрытие) график принимает вид прямоугольной ступенчатой функции [13]. Такой график обычно приводится в учебной литературе [10].

При $i \neq 0$ максимальные значения давления достигаются в моменты времени $t = (i-1)\beta$ и совпадают со значениями, вычисленными по формуле Мишо (10). В момент же полного перекрытия ($t = t_з$) трубопровода давление равно $p = Ap_{ГУ}$, где $A = 1 - i\beta / t_з$.

Если время перекрытия трубопровода равно четному числу фаз гидравлического удара, то $A = 0$, следовательно, и $p = 0$, т. е. колебания давления в трубопроводе прекращаются.

При $i = 1, 3, 5, ...$ обобщенный график изменения давления имеет вид, представленный на рис. 2. Видно, что и в этих случаях максимальные значения давления определяются формулой Мишо (10) и достигаются в моменты времени, равные нечетному числу фаз гидравлического удара. В моменты же полного перекрытия проходного сечения давление $p = Ap_{ГУ}$, где $A = (i+1)\beta / t_з - 1$.

Таким образом, в работе представлена методика определения параметров потока сжимаемой жидкости в отсутствие гидравлического сопротивления в однородном прямом трубопроводе при известном законе изменения расхода в его выходном сечении.

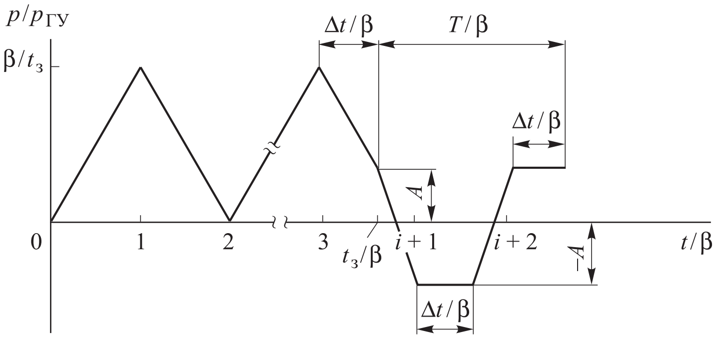

Рис. 2. Зависимость давления в конце трубы от времени при $t_з = i\beta + \Delta t$; $i = 1, 3, 5, ...$; $A = (i+1)\beta / t_з - 1$

Для случая уменьшения расхода по линейному закону до нуля предложен способ оперативного получения зависимости давления на выходе трубы от времени, которая может быть использована для расчетов динамических нагрузок на опоры и другие элементы конструкции трубопровода.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Гладкий В.Ф. *Динамика конструкции летательного аппарата.* Москва, Наука, 1969, 496 с.

[2] Бержерон Л. *От гидравлического удара в трубах до разряда в электрической сети.* Москва, Машгиз, 1962, 348 с.

[3] Жмудь А.Е. *Гидравлический удар в гидротурбинных установках. Элементы теории и расчет.* Москва, Госэнергоиздат, 1953, 230 с.

[4] Жуковский Н.Е. *О гидравлическом ударе в трубах.* Полн. собр. соч. Т. VII. Москва, ОНТИ, 1937, 410 с.

[5] Колесников К.С. *Продольные колебания ракет с жидкостным ракетным двигателем*. Москва, Машиностроение, 1971, 260 с.

[6] Колесников К.С., Джикаев Б.Л. Нестационарные процессы в простом трубопроводе при быстром срабатывании отсечных устройств. *Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт*, 1975, № 1, с.174–176.

[7] Колесников К.С., Рыбак С.А., Самойлов Е.А. *Динамика топливных систем ЖРД.* Москва, Машиностроение, 1975, 172 с.

[8] Натанзон М.С. *Продольные автоколебания жидкостной ракеты.* Москва, Машиностроение, 1977, 208 с.

[9] Попов Д.Н., Орлов А.Е. Математическая модель неустановившегося движения реальной жидкости в цилиндрической трубе с круглым сечением и упругими стенками. *Изв. вузов. Машиностроение*, 1988, № 4, с. 60–63.

[10] Попов Д.Н., Панаиотти С.С., Рябинкин М.В. *Гидромеханика*. Москва, Изд-во МГТУ им Н.Э. Баумана, 2002, 384 с.

[11] Чарный И.А. *Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах.* Москва, Недра, 1975, 296 с.

[12] Самарский А.А., Попов Ю.П. *Разностные методы решения задач газовой динамики.* Москва, Едиториал УРСС, 2004, 424 с.

[13] Бондаренко Н.И., Терентьев Ю.И. К вопросу об определении давления в трубопроводе при его закрытии. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2012, № 7. URL: http://engjournal.ru/search/author/460/page1.html

Статья поступила в редакцию 05.02.2014

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:
Бондаренко Н.И., Терентьев Ю.И. Особенности изменения давления в трубопроводе при его закрытии. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 1. URL: http://engjournal.ru/catalog/eng/teormech/1176.html

Бондаренко Николай Иванович родился в 1940 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Теоретическая механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: colia.bond@yandex.ru

Терентьев Юрий Иванович родился в 1948 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: yury_terentev@mail.ru