

Определение пеленгационной панорамы по сигналам от разреженных радиоизлучателей

© А.А. Грешилов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Рассмотрена проблема многосигнальной пеленгации, когда одновременно на одной частоте в антенную систему поступают несколько разреженных сигналов от разных источников радиоизлучения, т. е. в заданном интервале углов регистрируется несколько сигналов с заметными амплитудами, а остальное пространство имеет нулевую или близкую к нулю амплитуду.

Достижимый технический результат — получение углового спектра (пеленгационной панорамы) источников радиоизлучения (ИРИ), уменьшение времени расчета пеленгов и повышение точности пеленгации. Повышения точности пеленгации достигают за счет введения переопределенного базиса и решения полученной системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с помощью сформированного функционала методом максимума правдоподобия в предположении, что результаты измерений подчиняются распределению Пуассона. Точка минимума функционала определяет точечные оценки промежуточной переменной. Отыскание точки минимума функционала проводилось с помощью метода сопряженных градиентов. Затем решалась переопределенная система алгебраических уравнений с тремя неизвестными, из которой получали оценки амплитуды (мощности) сигнала, азимутальных и угломестных пеленгов и начальной фазы сигналов.

Согласно методу максимального правдоподобия (ММП) оценки искоемых значений могут быть получены из условия максимума логарифма совместной плотности вероятности результатов измерений. Интервальные оценки пеленгов получают на основе теоремы Крамера—Рао — путем вычисления обратной матрицы, составленной из вторых производных минимизируемого функционала, доверительные интервалы найденных оценок — из анализа закона распределения логарифма совместной плотности вероятности результатов измерений или приближенно с помощью обратной матрицы вторых производных от логарифма совместной плотности вероятности результатов измерений.

Ключевые слова: пеленг, антенные системы, итерационный процесс, обратная матрица.

Многосигнальная пеленгация источников радиоизлучения (ИРИ) имеет место в процессе мониторинга радиоэлектронной обстановки при многолучевом распространении радиоволн, воздействии преднамеренных и непреднамеренных помех, отражениях сигнала от различных объектов и слоев атмосферы [1–10]. Необходимо получить угловой спектр (пеленгационную панораму) ИРИ, уменьшить время расчета пеленгов и обеспечить повышение точности пеленгации при приеме радиосигналов от нескольких источников радиоизлучения, работающих на одной частоте, с использованием антенных систем

(АС), состоящих из слабонаправленных элементов (вибраторов), а также получить интервальные оценки пеленгов.

Анализ методов многосигнальной пеленгации приведен в [1]. Задача радиопеленгации является некорректной по Адамару [1]. В таких задачах бесконечно малым изменениям исходных данных могут отвечать сколь угодно большие отклонения в решении. Мера некорректности задачи определяется отношением максимального собственного числа матрицы системы к минимальному.

В принципе задачу многосигнальной пеленгации всегда можно решить. Однако затраты времени и получаемая точность решения не позволяют применять эти методы на практике.

Рассмотрим способ пеленгации с повышенной разрешающей способностью [2]. Согласно этому способу, исходная постановка задачи получения пеленгационной панорамы сводится к линейной задаче путем введения сетки значений пеленгов в заданном диапазоне углов. Несмотря на линейность, задача остается *некорректной*. В данном подходе не используются корреляционные методы, так как коэффициенты корреляции имеют большие интервальные оценки. Применяются методы оценки параметров функции известного вида, подверженной аддитивным помехам. Следует обратить внимание на то, что количество узлов сетки намного больше количества ИРИ, т. е. большинство элементов вектора амплитуд \mathbf{u} в идеальном случае равны нулю. Определяя амплитуду \mathbf{u} , получаем пеленгационную панораму разреженных сигналов, или пеленгационный спектр сигналов, по причине ограниченного количества источников.

В работе [2] применен метод l_p -регуляризации, зарекомендовавший себя как наиболее приемлемый. С помощью этого метода достигнуто разделение двух сигналов, различие в азимутах которых составляет $0,5^\circ$, а углов места — больше 10° . В методе l_p -регуляризации для нахождения решения строится функционал вида

$$J(\mathbf{u}, \lambda) = \|\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{y}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{u}\|_p^p, \quad 0 < p \leq 1; \quad J(\mathbf{u}, \lambda) \rightarrow \min_{\mathbf{u}}, \quad (1)$$

где $\mathbf{A}\mathbf{u} = \mathbf{y}$ — система линейных алгебраических уравнений с матрицей \mathbf{A} , вектором решений \mathbf{u} и правой частью \mathbf{y} ; λ — параметр регуляризации; p — показатель степени и размерности элементов пространства.

Регуляризирующий функционал (1) за счет дробных значений p способствует получению вектора решения, большинство элементов которого равны нулю, а несколько элементов имеют относительно большие значения. Значение параметра регуляризации λ и показателя степени p определяются в процессе калибровки алгоритма.

Способ, описанный в работе [2], обладает следующими недостатками:

- 1) длительный вычислительный процесс;
- 2) необходимость в квалифицированных операторах пеленгатора, так как для обработки зарегистрированного сигнала следует ПОДОБРАТЬ значение параметра регуляризации λ и показателя степени p . Для выполнения этой процедуры требуются большой опыт и много времени.

Указанные недостатки часто не позволяют применять этот способ в реальных условиях.

Предлагаемый в настоящей работе математический метод свободен от указанных выше недостатков и является параметрическим методом многосигнального пеленгования на одной частоте. Полагают, что сигналы детерминированные, подверженные аддитивной помехе, оценки параметров которых подлежат определению.

В качестве АС рассматривают две системы, состоящие из нескольких слабонаправленных элементов (вибраторов): круговая АС и линейная АС (рис. 1). В круговой АС (рис. 1, а) в качестве фазового центра (точки, относительно которой проходит измерение фаз сигналов, приходящих на элементы АС), как правило, берут центр окружности. В линейной АС (рис. 1, б) в качестве фазового центра выбирают один из вибраторов.

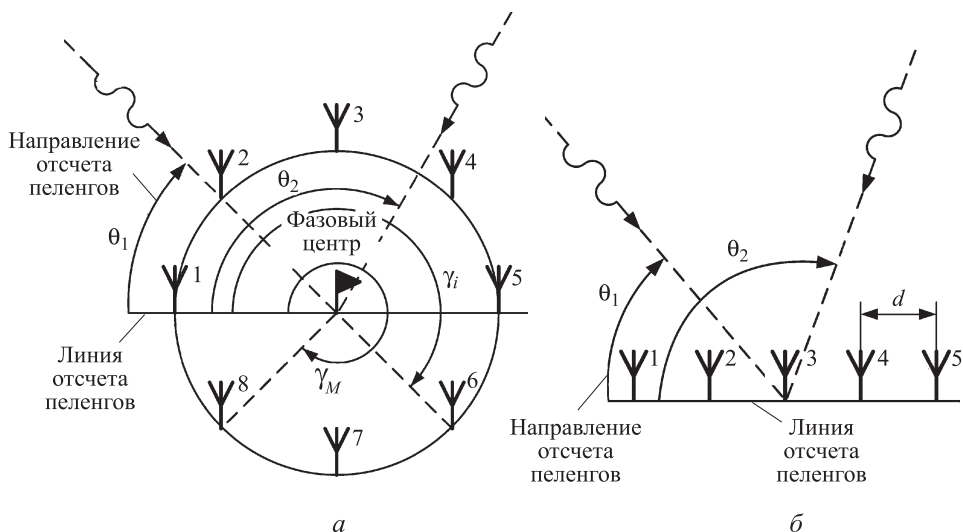


Рис. 1. Пространственные конфигурации круговой (а) и линейной (б) антенных систем

Ставится задача определения следующих параметров присутствующих в эфире ИРИ: их количество, амплитуды (мощности) излучаемых сигналов, азимутальные пеленги, угломестные пеленги,

начальные фазы поступивших сигналов (при необходимости). Для идеальной линейной АС невозможно выделить азимутальный и угломестный пеленги, если не ввести несколько элементов вне линейки АС, хотя линейную АС получают из круговой АС для определения пеленгов. В этом случае определяют и азимутальный, и угломестный пеленги.

Поскольку на результаты измерений неизбежно накладывается помеха, а также имеют место ошибки измерений, обусловленные используемой аппаратурой, необходимо получить не только точечные оценки искомых параметров, но и их ковариационные матрицы или, по крайней мере, дисперсии.

Задачу пеленгации запишем в следующей постановке. В эфире присутствует K ИРИ с азимутальными пеленгами $\theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_K]^T$, угломестными пеленгами $\beta = [\beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_K]^T$, начальными фазами сигналов $\varphi = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k]$ и амплитудами (мощностями) излучаемых сигналов $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_K]^T$; $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_M]^T$ — сигнал комплексного амплитудно-фазового распределения, описывающий амплитуды и фазы сигналов, принятых элементами АС, где M — количество элементов АС. Будем считать, что сигналы не модулированы.

В общем случае математическая модель задачи имеет следующий вид:

$$\mathbf{A}(\theta, \beta, \varphi, t) \mathbf{u} + \mathbf{n}(t) = \mathbf{y}(t), \quad t = \{t_1, t_2, \dots, t_T\}, \quad (2)$$

где $\mathbf{n}(t)$ — вектор аддитивной помехи, имеющей нулевое математическое ожидание и ковариационную матрицу вида $\sigma^2 \mathbf{I}$; \mathbf{I} — единичная матрица; σ — среднеквадратичное отклонение (СКО); матрица $\mathbf{A}(\theta, \beta, \varphi, t)$ (фазирующая функция) формируется с учетом вида сигналов пеленгуемых ИРИ и пространственной конфигурации АС. Система (2) — это система нелинейных уравнений относительно неизвестных θ , β , φ и \mathbf{u} .

Для круговой АС (см. рис. 1, а) запишем матрицу $\mathbf{A}(\theta, \beta, t)$:

$$\mathbf{A}(\theta, \beta, \varphi, t) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}(\theta_1, \beta_1, \varphi_1, t) & \mathbf{a}(\theta_2, \beta_2, \varphi_2, t) & \dots & \mathbf{a}(\theta_K, \beta_K, \varphi_K, t) \end{bmatrix},$$

в которой m -й элемент, $m = 1, 2, \dots, M$, вектора-столбца $\mathbf{a}(\theta_k, \beta_k, \varphi_k, t)$ имеет вид

$$a_m(\theta_k, \beta_k, t) = \exp \left\{ j \left[2\pi f_0 t + \varphi_k + (2\pi R/\lambda) \cos(\theta_k - \gamma_m) \cos \beta_k \right] \right\}. \quad (3)$$

Для линейной антенной системы (см. рис. 1, б) с фазовым центром, расположенным на вибраторе № 1, матрицу $\mathbf{A}(\theta, \beta, \varphi, t)$ запишем как

$$a_m(\theta_k, \beta_k, t) = \exp\left\{j\left[2\pi f_0 t + \varphi_k + (m-1)(2\pi/\lambda)d \cos\theta_k \cos\beta_k\right]\right\}, \quad (4)$$

где f_0 — частота сигналов, излучаемых пеленгуемыми ИРИ; φ_k — начальная фаза k -го сигнала; R — радиус окружности, вдоль которой расположены элементы антенной системы; λ — длина волны сигналов ИРИ; d — расстояние между соседними элементами антенной системы; $\gamma_i, i=1, 2, \dots, M$ — угол между линией отсчета пеленгов и линией, проведенной через центр окружности и i -й элемент антенной системы (для круговой АС); M — количество элементов в антенной системе.

В задаче (2) требуется определить для каждого из одновременно поступивших на АС сигналов амплитуду (мощность) u_k , азимутальный пеленг θ_k и угломестный пеленг β_k , начальную фазу φ_k k -го сигнала.

Линеаризуем задачу (2) с помощью введения переопределенного базиса. Будем считать, что задан интервал возможных значений азимутальных пеленгов (например, $0^\circ \dots 180^\circ$) и угломестных пеленгов (например, $0^\circ \dots 90^\circ$). На данном интервале введем сетку пеленгов $\theta = [\tilde{\theta}_1 \quad \tilde{\theta}_2 \quad \dots \quad \tilde{\theta}_{N_\theta}]^T$, сетку углов места $\tilde{\beta} = [\tilde{\beta}_1 \quad \tilde{\beta}_2 \quad \dots \quad \tilde{\beta}_{N_\beta}]^T$ и сетку начальных фаз φ_k сигналов. В системе (1) матрицу $\mathbf{A}(\theta, \beta, \varphi, t)$ заменим матрицей $\mathbf{A}(\tilde{\theta}, \tilde{\beta}, \tilde{\varphi}, t)$:

$$\mathbf{A}(\tilde{\theta}, \tilde{\beta}, \tilde{\varphi}, t) = \left[\mathbf{a}(\tilde{\theta}_1, \tilde{\beta}_1, \tilde{\varphi}_1, t) \quad \mathbf{a}(\tilde{\theta}_2, \tilde{\beta}_2, \tilde{\varphi}_2, t) \quad \dots \quad \mathbf{a}(\tilde{\theta}_{N_\theta}, \tilde{\beta}_{N_\beta}, \tilde{\varphi}_{N_\varphi}, t) \right], \quad (5)$$

в которой неизвестными остаются только амплитуды, соответствующие азимутальным пеленгам $\tilde{\theta}$, угломестным пеленгам $\tilde{\beta}$ и начальным фазам φ_k k -го сигнала. Получаем систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно вектора неизвестных \mathbf{u} :

$$\mathbf{A}(\tilde{\theta}, \tilde{\beta}, \tilde{\varphi}, t_i) \mathbf{u} + \mathbf{n}(t_i) = \mathbf{y}(t_i), \quad i=1, 2, \dots, L. \quad (6)$$

Количество элементов вектора \mathbf{u} амплитуд сигналов (количество столбцов матрицы системы) увеличивается до произведения размерностей сеток азимутальных и угломестных пеленгов и начальных фаз ($N_\theta \times N_\beta \times N_\varphi$). Теперь вектор \mathbf{u} представляет собой распределение

амплитуд (мощностей) по пеленгам (угловой спектр). В идеальном случае (шумы отсутствуют) количество ненулевых элементов вектора \mathbf{u} равно количеству фактически присутствующих в эфире ИРИ. Положение ненулевых элементов в векторе \mathbf{u} (в сетке пеленгов) характеризует пеленги соответствующих ИРИ. Таким образом, введение сетки пеленгов решает не только проблему нелинейности задачи, но и проблему определения количества ИРИ. Количество узлов сетки намного больше количества ИРИ, т. е. большинство элементов вектора \mathbf{u} в идеальном случае равны нулю. Несмотря на линейность, задача (6) остается некорректной.

Решив систему линейных алгебраических уравнений (6), получаем оценки искомых величин.

Для того чтобы решить подобные задачи, применяют методы регуляризации [1], в которых дополнительно вводят стабилизаторы, определяющие форму решения.

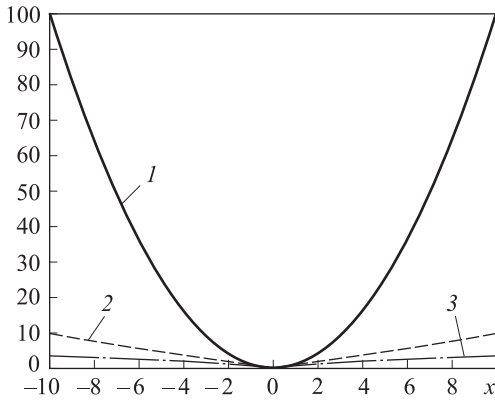


Рис. 2. Зависимость штрафа различных стабилизаторов от показателя степени $p = 2$ (1), $p = 1$ (2) и $p = 0,5$ (3)

Графики зависимости штрафов различных стабилизаторов от p представлены на рис. 2, на котором видно, что стабилизатор Тихонова ($p = 2$) накладывает намного больший штраф на мощные составляющие вектора решения, чем другие стабилизаторы. Этим объясняется «сглаженность» решений, получаемых методом Тихонова. Наименьший штраф на мощные составляющие решения накладывают l_1 - ($p = 1$) и $l_{0,5}$ -стабилизаторы ($p = 0,5$). Таким образом, l_p -стабилизаторы при $0 < p \leq 1$ являются более подходящими для решения задач, в которых большинство элементов вектора решения равны нулю. Однако недостатки этого функционала уже указаны.

Получим функционал другого вида для достижения пеленгационной панорамы, свободный от выбора параметра регуляризации и показателя степени стабилизатора, но обеспечивающий меньший штраф, чем стабилизатор Тихонова.

Кроме того, введем одномерную сетку (не трехмерную!). В качестве переменной этой сетки введем промежуточную величину — набег фаз: примем в линейной АС величину $2\pi \frac{R}{\lambda} \cos \theta_k \cos \beta_k + \varphi_k$, в круговой АС — $2\pi \frac{R}{\lambda} \cos(\theta_k - \gamma_i) \cos \beta_k + \varphi_k = 2\pi \frac{R}{\lambda} - [\cos \theta_k \cos \gamma_i \cos \beta_k + \sin \theta_k \sin \gamma_i \cos \beta_k + \tilde{\varphi}_k]$. Обозначим эту переменную Θ_k . Подставим в систему (6) сетку значений θ (без учета β и φ) в заданном диапазоне значений углов и с выбранным шагом. Например, от 0 до 360° с шагом 1°. Получим систему линейных алгебраических уравнений для вектора \mathbf{u} амплитуд. На пеленгационной панораме в заданном диапазоне значений углов возможных пеленгов появятся пики, амплитуды которых определяют мощность сигналов, а абсциссы — значения Θ_k . Если изменим начало отсчета углов γ_i , то изменятся и положения Θ_k на оси абсцисс — пики сместятся. Это смещение позволит определить θ_k и β_k . Для каждого значения γ_i (для каждого элемента АС) в конкретный момент времени можно записать уравнение

$$P_i = 2\pi \frac{R}{\lambda} \cos(\theta_k - \gamma_i) \cos \beta_k + \varphi_k =$$

$$= 2\pi \frac{R}{\lambda} [\cos \theta_k \cos \gamma_i \cos \beta_k + \sin \theta_k \sin \gamma_i \cos \beta_k + \tilde{\varphi}_k] = a_i,$$

где a_i — измеренное значение переменной Θ_k .

Изменив начало отсчета углов γ_i несколько раз (не менее двух), составим систему уравнений [1]:

$$\cos \theta_k \cos \gamma_i \cos \beta_k + \sin \theta_k \sin \gamma_i \cos \beta_k + \tilde{\varphi}_k = \frac{\lambda}{2\pi R} a_i = p_i, \quad i=1, 2, \dots, m. \quad (7)$$

К системе (7) можно приписать аналогичные уравнения для разных моментов времени. Обратим внимание на $\tilde{\varphi}_k$. Переменная Θ_k — набег фаз k -го сигнала, который описывается равенством

$$\frac{2\pi R}{\lambda} \cos(\theta_k - \gamma_i) \cos \beta_k + \tilde{\varphi}_k = \frac{2\pi R}{\lambda} \left[\cos(\theta_k - \gamma_i) \cos \beta_k + \varphi_k \frac{1}{2\pi R / \lambda} \right].$$

Подставляем в (6) только значения θ_k и получаем Θ_k , в котором

$$\tilde{\Phi}_k = \frac{\Phi_k}{2\pi R / \lambda}.$$

Для нахождения значений азимутального пеленга θ_k и угломестного пеленга β_k , начальной фазы ϕ_k k -го сигнала необходимо решить систему уравнений с тремя неизвестными $\theta_k, \beta_k, \phi_k$. Запишем эти уравнения в матричном виде:

$$A\bar{\theta} = Y,$$

где

$$A = \begin{pmatrix} \sin \gamma_2 & 1 - \cos \gamma_2 \\ \sin \gamma_3 & 1 - \cos \gamma_3 \\ \sin \gamma_n & 1 - \cos \gamma_n \end{pmatrix}; \quad \bar{\theta}_k = \begin{pmatrix} \text{tg} \theta_k (P_{1k} - \tilde{\Phi}_k) \\ \tilde{\Phi}_k \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} P_{2k} - P_{1k} \cos \gamma_2 \\ P_{3k} - P_{1k} \cos \gamma_3 \\ - \\ P_{nk} - P_{1k} \cos \gamma_n \end{pmatrix}.$$

В результате аналитического решения данной системы получаем аналитические формулы для вычисления пеленгов и начальной фазы:

$$\begin{pmatrix} \text{tg} \theta_k (P_{1k} - \tilde{\Phi}_k) \\ \tilde{\Phi}_k \end{pmatrix} = (A^T A)^{-1} A^T Y; \quad \cos \beta_k = \frac{P_{1k} - \tilde{\Phi}_k}{\cos \theta_k}. \quad (8)$$

Теперь обратимся к главной проблеме — как найти оценки Θ_k .

Экспериментальные данные $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_M]^T$ представим как дискретные неотрицательные случайные безразмерные величины $N_i = y_i / \Delta y_i$, где Δy_i — наименьшая единица измерения случайной величины y_i . Распределение N_i в каждой точке аппроксимируем законом Пуассона. Такая аппроксимация справедлива для широкого диапазона погрешностей значений N_i . Поскольку для случайных величин N_i , подчиняющихся распределению Пуассона, погрешность равна $\sqrt{N_i}$, то, для того чтобы относительная погрешность N_i была равна относительной погрешности ε_i значения y_i , величину Δy_i следует брать равной $\varepsilon_i^2 y_i$.

Истинные значения исходных данных задачи связаны между собой соотношением $A\theta = Y$, где $\theta \equiv \Theta$ — вектор, содержащий пеленги, т. е. математическое ожидание случайной величины N_i будет $N_{mi} = (A\theta)_i / (\Delta y_i)$. Тогда совместная плотность вероятности P получения совокупности статистически независимых величин $\{N_i\}$

$$P = \prod_i \left(\exp(-N_{mi}) N_{mi}^{N_i} / N_i! \right) \quad (9)$$

Согласно методу максимального правдоподобия (ММП), оценки искомых значений могут быть получены из условия максимума $\ln P$, а доверительные интервалы найденных оценок — из анализа закона распределения $\ln P$ или приближенно с помощью матрицы вторых производных от $\ln P$ [4].

Из (9) имеем

$$\sum_i (N_{mi} - N_i \ln N_{mi}) + \sum_i \ln N_i! \rightarrow \min.$$

Последнее слагаемое — константа, в дальнейшем ее можно не рассматривать. Возвращаясь к исходным данным, получаем функционал вида

$$\Phi = \sum_{i=1}^n - \frac{\sum_{j=1}^m a_{ij} \Theta_j - y_i \ln \sum_{j=1}^m a_{ij} \Theta_j}{\varepsilon_i^2 y_i}, \quad (10)$$

точка минимума которого определяет точечные оценки параметров Θ_k — промежуточной переменной.

Если в функционале (10) положить $\varepsilon_i^2 y_i \equiv 1$ и считать, что $\|a_{ij}\|$ — стохастическая матрица, а $0 < y_i < 1$, то придем к функционалу, для которого доказано, что он является строго выпуклым на выпуклом множестве M допустимых решений матричного пространства F , т. е. имеет единственную точку минимума [1].

Вычислительные эксперименты показали, что исходные данные для последующего определения решения целесообразно нормировать следующим образом: вместо исходной системы уравнений берем систему $\mathbf{B}\mathbf{g} = \mathbf{P}$, где $B_{ik} = a_{ik} / \sum_{i=1}^n a_{ik}$; $P_i = y_i / \sum_{i=1}^n y_i$, $i = \overline{1, n}$; $k = \overline{1, m}$;

$g_k = \left(\sum_{i=1}^n a_{ik} \theta_k \right) / \sum_{i=1}^n y_i$. Функционал (10) записываем затем в новых

переменных.

Регуляризирующий функционал вида (10) способствует получению вектора решения, большинство элементов которого равны нулю, а несколько элементов имеют относительно большие значения.

Нормировка функционала (10) позволяет получить решение задач одного класса за близкое число итераций, а в целом ряде случаев — заметно уменьшить число итераций в решении задач. В результате

этого значительно сокращается время расчета пеленгов по сравнению с прототипом.

Дисперсии оценок пеленгов определяем с помощью матрицы вторых производных от функционала (10). Аналитический вид формулы для дисперсий оценок [4] показывает, что дисперсия увеличивается практически по линейному закону с ростом значения θ от точки минимума и уменьшается с уменьшением значений θ . В то же время дисперсию оценок в точке минимума для систем линейных алгебраических уравнений $\mathbf{A}\theta = \mathbf{Y}$ можно найти как $(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}$. Этот факт часто бывает полезным для анализа того, в «какой стороне» от точки минимума остановился итерационный процесс при заданных условиях — ограничениях. Для плохо обусловленных систем этот факт важно знать, так как разные нулевые приближения в них могут привести к существенно различающимся точечным оценкам.

Устойчивость решения задач с помощью функционала (8) определяем дополнительным ограничением $\sum_j a_{ij} \theta_j > 0$, которое содержит функционал, а также резким изменением скорости движения приближений к решению в окрестности точки минимума, что (согласно [1]) демпфирует неустойчивость некорректной задачи, и выбором оптимального числа n_0 итераций, обеспечивающих устойчивость решения.

Отыскание точки минимума функционала (10) проводилось с помощью метода сопряженных градиентов [1]. Метод сопряженных градиентов обеспечивает сходимость к точке минимума квадратичной функции за n итераций, где n — число переменных. Для произвольной функции используем идею квадратичной аппроксимации. Если через некоторое число шагов произвольная функция станет квадратичной, то процедура сходится за конечное число шагов. Представим функционал (10) в виде

$$\Phi(\mathbf{g}) = \frac{1}{2} \mathbf{g}^T \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{g} + \mathbf{q}^T \mathbf{g},$$

где $\tilde{\mathbf{A}}$ — положительно определенная симметричная матрица. Выберем точку начального приближения \mathbf{g}^0 и построим первое приближение

$$\mathbf{g}^1 = \mathbf{g}^0 - \alpha_0 \frac{\partial \Phi(\mathbf{g}^0)}{\partial \mathbf{g}} = \mathbf{g}^0 - \alpha^0 \mathbf{d}^1,$$

где α^0 выбираем из равенства

$$\Phi(\mathbf{g}_0 - \alpha^0 \mathbf{d}^1) = \min_{\alpha} \Phi(\mathbf{g}^0 - \alpha \mathbf{d}^1).$$

Для следующих шагов по методу сопряженных градиентов

$$\mathbf{g}^{s+1} = \mathbf{g}^s - \alpha_s \mathbf{d}^{s+1}, \quad s = 1, 2, \dots,$$

где

$$\mathbf{d}^{s+1} = \frac{\partial \Phi(\mathbf{g}^s)}{\partial \mathbf{g}} + \beta_s \mathbf{d}^s; \quad \alpha_s = \frac{\left| \frac{\partial \Phi(\mathbf{g}^s)}{\partial \mathbf{g}} \right|^2}{(\mathbf{d}^{s+1})^T \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{d}^{s+1}}; \quad \beta_s = \frac{\left| \frac{\partial \Phi(\mathbf{g}^s)}{\partial \mathbf{g}} \right|^2}{\left| \frac{\partial \Phi(\mathbf{g}^{s-1})}{\partial \mathbf{g}} \right|^2}.$$

Анализ сходимости показывает, что метод сопряженных градиентов имеет квадратичную скорость сходимости [1]. При минимизации функционала (10) методом сопряженных градиентов в программе предусмотрено «обновление» направления. Направление $\mathbf{d}^{s+1} = \partial \Phi(\mathbf{g}^s) / \partial \mathbf{g}$ выбирается вновь в точке \mathbf{g}^s , если функционал $\Phi(\mathbf{g}^s)$ начал расти, или через заданное число m_0 итераций. Число итераций m_0 определяется дополнительно для различных классов задач. При использовании метода сопряженных градиентов, в принципе, двигаясь по поверхности $\Phi(\mathbf{g})$, можно получить отрицательные значения \mathbf{g} . Поэтому в программе для таких случаев предусмотрена операция уменьшения шага движения до тех пор, пока не будет выполняться условие $\mathbf{g} \geq 0$.

Процедура получения углового спектра Θ_k (пеленгационной панорамы) в предлагаемом методе реализуется следующим образом.

1. Принимают многолучевой сигнал антенной системой, состоящей из M элементов и формируют ансамбль сигналов $y_m(t)$, $m = 1, 2, \dots, M$, зависящих от времени t .

2. Синхронно преобразуют ансамбль принятых сигналов $y_m(t)$ в цифровые сигналы $y_m(z)$, где z — номер временного отсчета сигнала.

3. Преобразуют цифровые сигналы $y_m(z)$ в сигнал комплексного амплитудно-фазового распределения (АФР), описывающий амплитуды и фазы сигналов, принятых элементами АС. Восстанавливается вектор комплексных амплитуд сигналов $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_M]^T$, полученных с выхода каждого элемента АС.

4. Данные поступают в блок определения точки минимума Θ функционала (10) с заданным шагом обновления направления спуска. Затем по аналитическим формулам находят значения пеленгов всех сигналов, поступивших на АС.

5. Пеленги поступают на блок вычисления дисперсий оценок пеленгов.

6. Вывод углового спектра (пеленгационной панорамы).

Приведенные процедуры не содержат ни параметров регуляризации, ни дополнительных сглаживающих операторов. Регуляризация решения обеспечивается формой (видом) функционала (10). Процедуры используют простейшие математические операции, благодаря чему обеспечивается малое время вычислительного процесса.

Алгоритм в работе [1] исследован на функциях, имеющих участки с резким изменением значений производных (рис. 3). Идеальная ступенчатая функция свертывалась с ядром (линия 3 на рис. 3). Затем по описанному алгоритму определения точки минимума функционала (10) восстанавливалась исходная функция. Ступенчатая функция — более сложная функция, чем пеленгационная панорама.

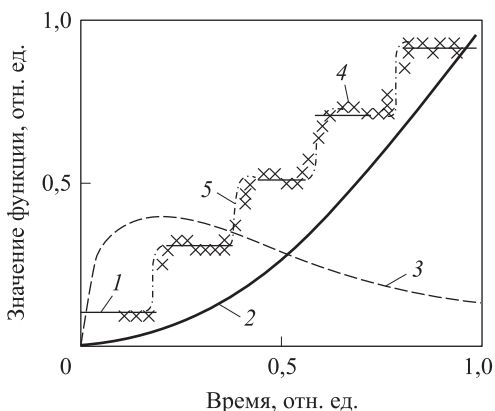


Рис. 3. Восстановление ступенчатой функции:

1 — заданная ступенчатая функция; 2 — результат свертки с ядром;
3 — ядро; 4, 5 — результаты восстановления соответственно
после 100 и 300 итераций

Результаты восстановления ступенчатой функции методом сопряженных градиентов при различном числе итераций приведены на рис. 3. Начальные приближения принимали постоянными и равными 1. На рис. 3 видно, что с увеличением числа итераций (до 300) получаемые приближения искомой функции монотонно стремятся к точному значению.

Пример. Приведем результаты модельного расчета пеленга на компьютере с тактовой частотой процессора 2 ГГц.

Исходные данные: несущая частота 100 МГц; пленги ИРИ $\theta_1 = 50^\circ$, $\beta_1 = 20^\circ$, $\theta_2 = 80^\circ$, $\beta_2 = 30^\circ$; амплитуды излучаемых сигналов $u_1 = 20$ мВ, $u_2 = 10$ мВ; соотношение сигнал/шум 10,5 дБ. Пеленгация осуществляется посредством круговой АС, состоящей из $M = 16$ элементов, на основе одного временного отсчета вектора комплексной огибающей выходов элементов АС. Обработку сигналов проводили методом l_p -регуляризации при $p = 0,9$; $\lambda = 2$ и по описанному алгоритму.

Результат решения в обоих случаях с точностью до $0,1^\circ$ совпал:

$$\theta_1 = 50^\circ, \beta_1 = 20^\circ; \theta_2 = 80^\circ, \beta_2 = 30^\circ; u_1 = 20,1 \text{ мВ}, u_2 = 10,3 \text{ мВ};$$

$$\sigma(\theta_1) = 0,07^\circ, \sigma(\beta_1) = 0,19^\circ; \sigma(\theta_2) = 0,31^\circ, \sigma(\beta_2) = 0,38^\circ;$$

$$\sigma(u_1) = 0,37 \text{ мВ}, \sigma(u_2) = 0,45 \text{ мВ}.$$

Результат метода статистических испытаний ($N = 1000$ экспериментов):

$$\sigma(\theta_1) = 0,1^\circ, \sigma(\beta_1) = 0,28^\circ; \sigma(\theta_2) = 0,43^\circ, \sigma(\beta_2) = 0,53^\circ;$$

$$\sigma(u_1) = 0,67 \text{ мВ}; \sigma(u_2) = 0,33 \text{ мВ}.$$

Время выполнения алгоритма l_p -регуляризации в пакете Matlab составляет 11,7 с, при использовании внешней библиотеки, написанной на C++, — 1,49 с. Время выполнения описываемого алгоритма при использовании внешней библиотеки, написанной на C++, — 0,7 с. Время расчета предлагаемым способом в 2 раза меньше, чем алгоритмом прототипа, даже без учета затрат времени на подбор в алгоритме прототипа параметров p и λ .

Таким образом, сокращения времени определения пленгов удалось достичь за счет использования функционала специального вида. Значения пленгов получили посредством итерационного процесса уточнения методом сопряженных градиентов значений промежуточной переменной.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Грешилов А.А. *Некорректные задачи цифровой обработки информации и сигналов*. Изд. 2-е, доп. Москва, Университетская книга; Логос, 2009, 360 с.
- [2] Грешилов А.А., Плохута П.А. *Способ многосигнальной пеленгации источников радиоизлучения на одной частоте*. Пат. РФ № 2382379, С2, бюл. № 5, 20.02.2010.

- [3] Грешилов А.А., Плехута П.А. *Способ определения азимутальных и угломестных пеленгов источников радиоизлучения с повышенным быстродействием*. Пат. РФ № 2380720, МПК G 01 S5/04, 27.01 2010.
- [4] Грешилов А.А. *Математические методы принятия решений*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006, 584 с.
- [5] Кинкулькин И.Е., Рубцов В.Д., Фабрик М.А. *Фазовый метод определения координат*. Москва, Сов. радио, 1979.
- [6] Царьков Н.М. *Многоканальные радиолокационные измерители*. Москва, Сов. радио, 1980, 192 с.
- [7] Уфаев В.А. *Обнаружение сигналов и оценивание их параметров при многоканальном приеме*. Москва, МО РФ, 1983, 162 с.
- [8] Радзиевский В.Г., Уфаев В.А. Алгоритмы обнаружения и пеленгования совокупности частотно неразделимых радиосигналов. *Радиотехника*. 2005, № 9, с. 56–69.
- [9] Артемов М.Л., Дмитриев И.С., Москалева Е.А. Исследование возможности пространственной селекции двух источников радиоизлучения трехэлементной антенной решеткой. *Радиолокация, навигация, связь. Тр. 10-й Юбилейной Междунар. конф.* Воронеж, 2004, т. 2, с. 1378–1382.
- [10] Тихонов В.И. *Статистическая радиотехника*. 2-е изд., перераб. и доп. Москва, Радио и связь, 1982, 680 с.

Статья поступила в редакцию 05.07.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Грешилов А.А. Определение пеленгационной панорамы по сигналам от разреженных радиоизлучателей. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 12.

URL: <http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/1163.html>

Грешилов Анатолий Антонович родился в 1939 г., окончил Московский инженерно-физический институт в 1964 г. Д-р техн. наук, профессор кафедры «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 150 научных работ, в том числе более 30 монографий, 27 авторских свидетельств и патентов в области разработки математических методов учета неопределенности исходной информации в задачах математической физики, распознавания образов, прогнозирования и в других технических приложениях. e-mail: agresh@mail.ru