УДК 519.248

Оптимизация форсированных испытаний восстанавливаемых систем

© В.И. Тимонин, Н.Д. Тянникова

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

В работе рассмотрен метод планирования форсированных испытаний восстанавливаемых систем, с помощью которого оптимизируются дисперсии оценок параметров регрессионной модели зависимости интенсивности потока отказов от факторов нагружения. Поток отказов технической системы является нестационарным пуассоновским процессом со степенной зависимостью интенсивности потока от времени (модель Кроу). Факторы нагружения оказывают влияние только на параметр масштаба модели, параметр формы остается неизменным. Оценки параметров вычисляют методом максимального правдоподобия, дисперсии оценок заменяются их приближенными асимптотическими значениями путем обращения наблюдаемой матрицы Фишера. Параметрами, по которым проводят оптимизацию испытаний, являются доли общего числа изделий, испытываемых на каждой ступени. При произвольном количестве ступеней испытаний оптимизируют обобщенную дисперсию оценок модели (определитель матрицы ковариаций оценок). В частном случае (для двух ступеней испытаний) получены точные выражения для параметров, оптимизирующих как обобщенную дисперсию, так и дисперсии оценок каждого параметра. Во всех случаях необходимым условием испытаний является равенство продолжительности испытаний на разных ступенях.

Ключевые слова: *модель Кроу, восстанавливаемая система, форсированные испытания, обобщенная дисперсия, метод максимального правдоподобия.*

Форсированные испытания широко применяют для ускоренного определения показателей надежности технических систем [1–4]. Для невосстанавливаемых систем разработаны различные методы проведения форсированных испытаний и методы анализа их результатов [5–7]. Значительно в меньшей степени данные методы используют для оценки показателей надежности восстанавливаемых систем. Эти показатели подробно исследованы в [8]. В настоящей работе предлагается метод проведения форсированных испытаний восстанавливаемых систем с нулевым временем восстановления. В основу положена модель Кроу [9, 10] старения восстанавливаемых систем, параметры которой зависят от нагрузки испытаний.

Пусть имеется восстанавливаемая система, для которой считаем, что время ее восстановления пренебрежимо мало. Известно, что со временем система стареет, и интенсивность потока ее отказов увеличивается. Для описания старения восстанавливаемых систем широко применяют модель Кроу [9–11], в которой интенсивность потока отказов имеет вид

$$z(t) = \lambda\beta t^{\beta-1},$$

где $\lambda > 0$ — параметр масштаба; $\beta > 0$ — параметр формы.

Сам процесс появления отказов является нестационарным пуассоновским потоком, для которого количество отказов $N(t)$ за время t имеет математическое ожидание $H(t) = MN(t) = \lambda t^{\beta}$. Очевидно, что $z(t) = [M\ N(t)]' = \lambda\beta t^{\beta-1}$. Кроме того, количество отказов для непересекающихся промежутков времени есть независимые случайные величины, причем

$$P(N(t_i) - N(t_{i-1}) = k) = \frac{[H(t_i) - H(t_{i-1})]^k}{k!} e^{-\left[H(t_i) - H(t_{i-1})\right]}.$$

Для прогнозирования показателей надежности восстанавливаемых систем требуется знание параметров λ, β. Проблема заключается в том, что невозможно получить достаточное количество статистической информации для достоверной оценки этих параметров — настолько надежными бывают системы. По этой причине применяют форсированные испытания, которые ускоряют процесс наступления отказов (увеличивают $z(t)$) за счет воздействия на изделие утяжеляющего фактора x. В дальнейшем под фактором будем всегда понимать температуру испытаний T (в абсолютных единицах *К*). Кроме того, в расчетах применяется широко распространенная модель Аррениуса, в которой:

– параметр шкалы $\lambda = e^{\beta_1 + \beta_2 / T}$;

– параметр формы не зависит от фактора.

Уточним, что выводы работы будут теми же самыми для любого воздействующего фактора x, не обязательно для абсолютной температуры. Важно только, чтобы зависимость параметра шкалы от фактора x описывалась логарифмически линейной моделью $\lambda = e^{\beta_1 + \beta_2 x}$.

Форсированные испытания изделий проводят следующим образом:

– при каждом значении фактора T_i испытывается n_i изделий в течение времени $t_i, i = 1, \ldots, k$;

– на каждой ступени испытаний фиксируются времена наступления отказов t_{ij} и их общее количество r_i, $j = 1, \ldots, r_i$.

Обозначим $n = \sum_{i=1}^{k} n_i$. Задача состоит в оптимальном распределении общего числа испытываемых изделий n по k ступеням испытаний. Оптимизируемым параметром будет являться обобщенная дисперсия, т. е. определитель матрицы, обратной наблюдаемой матрице

Фишера (матрице асимптотических ковариаций оценок параметров $\widehat{\beta}, \widehat{\beta}_1, \widehat{\beta}_2$).

Во всех дальнейших выкладках предполагаем, что $t_i = t$, т. е. продолжительность испытаний на всех ступенях одинакова.

Функцию правдоподобия для восстанавливаемых систем запишем следующим образом:

$$L = \prod_{i=1}^{k}\left[\prod_{j=1}^{r_i}\beta\lambda_i t_{ij}^{\beta-1} e^{-\lambda_i\left(t_{ij}^{\beta}-t_{i,j-1}^{\beta}\right)}\right] e^{-\lambda_i\left(t^{\beta}-t_{i,r_i}^{\beta}\right)} = \prod_{i=1}^{k}\left[\beta^{r_i}\lambda_i^{r_i} e^{-\lambda_i t^{\beta}}\prod_{j=1}^{r_i} t_{ij}^{\beta-1}\right] =$$

$$= \prod_{i=1}^{k}\left[\beta^{r_i}\left(n_i e^{\beta_1+\beta_2/T_i}\right)^{r_i} e^{-\left(n_i e^{\beta_1+\beta_2/T_i}\right)t^{\beta}}\prod_{j=1}^{r_i} t_{ij}^{\beta-1}\right].$$

Логарифм функции правдоподобия будет иметь вид

$$\ln L = \ln\prod_{i=1}^{k}\left[\beta^{r_i}\left(n_i e^{\beta_1+\beta_2/T_i}\right)^{r_i} e^{-\left(n_i e^{\beta_1+\beta_2/T_i}\right)t^{\beta}}\prod_{j=1}^{r_i} t_{ij}^{\beta-1}\right] =$$

$$= \sum_{i=1}^{k}\ln\left[\beta^{r_i}\left(n_i e^{\beta_1+\beta_2/T_i}\right)^{r_i} e^{-\left(n_i e^{\beta_1+\beta_2/T_i}\right)t^{\beta}}\prod_{j=1}^{r_i} t_{ij}^{\beta-1}\right] =$$

$$= \sum_{i=1}^{k}\left[r_i\ln\beta + r_i\ln n_i + r_i\left(\beta_1+\beta_2/T_i\right) - \left(n_i e^{\beta_1+\beta_2/T_i}\right)t^{\beta} + (\beta-1)\sum_{j=1}^{r_i} t_{ij}\right].$$

Оценки параметров $\widehat{\beta}, \widehat{\beta}_1, \widehat{\beta}_2$ находим стандартным образом из системы уравнений

$$\frac{\partial\ln L}{\partial\beta} = 0,\ \frac{\partial\ln L}{\partial\beta_1} = 0,\ \frac{\partial\ln L}{\partial\beta_2} = 0\,.$$

Особенности нахождения оценок описаны далее.

Асимптотическую матрицу ковариаций оценок $\widehat{\beta}, \widehat{\beta}_1, \widehat{\beta}_2$ получаем обращением наблюдаемой информационной матрицы Фишера, которую составили из вторых частных производных $\ln L$, взятых со знаком минус. Ввиду громоздкости вычислений и несложности преобразований выпишем конечный результат — асимптотическую матрицу ковариации оценок:

$$D=\begin{pmatrix} \dfrac{\widehat{\beta}^2}{r} & -\dfrac{\widehat{\beta}^2}{r}\left(\ln t\right) & 0 \\ -\dfrac{\widehat{\beta}^2}{r}\left(\ln t\right) & \dfrac{S_2}{\left(t^{\widehat{\beta}}e^{\widehat{\beta}_1}\right)\left[S_0S_2-S_1^2\right]}+\dfrac{\widehat{\beta}^2}{r}\left(\ln t\right)^2 & -\dfrac{S_1}{\left(t^{\widehat{\beta}}e^{\widehat{\beta}_1}\right)\left[S_0S_2-S_1^2\right]} \\ 0 & -\dfrac{S_1}{\left(t^{\widehat{\beta}}e^{\widehat{\beta}_1}\right)\left[S_0S_2-S_1^2\right]} & \dfrac{S_0}{\left(t^{\widehat{\beta}}e^{\widehat{\beta}_1}\right)\left[S_0S_2-S_1^2\right]} \end{pmatrix} \qquad (1)$$

Здесь

$$S=\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{r_i}t_{ij};\ r=\sum_{i=1}^{k}r_i;\ S_0=\sum_{i=1}^{k}\left(n_i e^{\widehat{\beta}_2/T_i}\right);\ S_1=\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{n_i}{T_i}e^{\widehat{\beta}_2/T_i}\right);\ S_2=\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{n_i}{T_i^2}e^{\widehat{\beta}_2/T_i}\right).$$

Рассмотрим определитель матрицы (1). Оптимальные доли общего числа испытываемых изделий на k ступенях, дающие минимум определителя матрицы D, совпадают с оптимальными долями, дающими максимум определителя обратной матрицы D^{-1}. После несложных преобразований получаем

$$\left(\det D\right)^{-1}=\frac{t^{2\widehat{\beta}}e^{2\widehat{\beta}_1}r}{\widehat{\beta}^2}\left[S_0S_2-S_1^2\right]=$$

$$=\frac{t^{2\widehat{\beta}}e^{2\widehat{\beta}_1}rn^2}{\widehat{\beta}^2}\left[\sum_{i=1}^{k}\left(\rho_i e^{\widehat{\beta}_2/T_i}\right)\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{\rho_i}{T_i^2}e^{\widehat{\beta}_2/T_i}\right)-\left(\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{\rho_i}{T_i}e^{\widehat{\beta}_2/T_i}\right)\right)^2\right],$$

где $n=\sum_{i=1}^{k}n_i;\ \rho_i=\dfrac{n_i}{n};\ \sum_{i=1}^{k}\rho_i=1$.

Введем обозначения:

$$\vec{\alpha}=\begin{pmatrix} e^{\widehat{\beta}_2/T_1} \\ e^{\widehat{\beta}_2/T_2} \\ \dots \\ e^{\widehat{\beta}_2/T_k} \end{pmatrix};\ \vec{\eta}=\begin{pmatrix} \dfrac{e^{\widehat{\beta}_2/T_1}}{T_1^2} \\ \dfrac{e^{\widehat{\beta}_2/T_2}}{T_2^2} \\ \dots \\ \dfrac{e^{\widehat{\beta}_2/T_k}}{T_k^2} \end{pmatrix};\ \vec{\gamma}=\begin{pmatrix} \dfrac{e^{\widehat{\beta}_2/T_1}}{T_1} \\ \dfrac{e^{\widehat{\beta}_2/T_2}}{T_2} \\ \dots \\ \dfrac{e^{\widehat{\beta}_2/T_k}}{T_k} \end{pmatrix};\ \vec{\rho}=\begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \dots \\ \rho_k \end{pmatrix};\ \vec{e}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix};\ h=\frac{t^{2\widehat{\beta}}e^{2\widehat{\beta}_1}rn^2}{\widehat{\beta}^2}.$$

Определим матрицы $\Theta_{\alpha\eta}$, Θ_{γ} размером $k \times k$ следующим образом:

$$\Theta_{\alpha\eta} = \vec{\alpha}\vec{\eta}^{T}; \Theta_{\gamma} = \vec{\gamma}\vec{\gamma}^{T}.$$

Тогда

$$\left(\det D\right)^{-1} = \frac{t^{2\hat{\beta}} e^{2\hat{\beta}_1} r n^2}{\hat{\beta}^2} \left[\sum_{i=1}^{k} \left(\rho_i \alpha_i\right) \sum_{i=1}^{k} \left(\rho_i \eta_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{k} \rho_i \gamma_i \right)^2 \right] =$$

$$= h\left[\vec{\rho}^{T}\vec{\alpha}\vec{\eta}^{T}\vec{\rho} - \vec{\rho}^{T}\vec{\gamma}\vec{\gamma}^{T}\vec{\rho}\right] = h\left[\vec{\rho}^{T}\left(\Theta_{\alpha\eta} - \Theta_{\gamma}\right)\vec{\rho}\right].$$

Для поиска оптимальных долей выборки на каждой ступени используем метод Лагранжа. Введем $\tilde{\lambda}$ — неопределенный множитель Лагранжа. Тогда, учитывая условие $\vec{\rho}^{T}\vec{e} = 1$, функция Лагранжа имеет вид

$$\Lambda = h\left[\vec{\rho}^{T}\left(\Theta_{\alpha\eta} - \Theta_{\gamma}\right)\vec{\rho}\right] - \tilde{\lambda}\left(\vec{\rho}^{T}\vec{e} - 1\right).$$

Обозначим $\Theta = \left[\left(\Theta_{\alpha\eta} - \Theta_{\gamma}\right) + \left(\Theta_{\alpha\eta} - \Theta_{\gamma}\right)^{T}\right]$. В этом случае

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \vec{\rho}} = h\Theta\vec{\rho} - \tilde{\lambda}\vec{e} = 0; \ \vec{\rho}^{T}\vec{e} = 1. \qquad (2)$$

Умножая первое уравнение в (2) слева на $\vec{e}^{T}$, нетрудно получить $\tilde{\lambda} = \vec{e}^{T}\left(h\Theta\vec{\rho}\right)/k$. После подстановки $\tilde{\lambda}$ в (2), учитывая ограничение $\vec{\rho}^{T}\vec{e} = 1$, получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \vec{\rho}^{T}\vec{e} = 1; \\ \Theta\vec{\rho} - \dfrac{1}{k}\left\lceil \vec{e}^{T}\left(\Theta\vec{\rho}\right)\right\rceil \vec{e} = 0. \end{cases} \qquad (3)$$

Пусть θ_{ij} — элемент матрицы Θ. Представляя второе слагаемое во втором уравнении системы (3) в виде $A\vec{\rho}$, где $A = \left\{ a_{ij} = \frac{1}{k}\sum_{l=1}^{k}\theta_{lj} \right\}$, получим представление для второго уравнения $\Theta\vec{\rho} - A\vec{\rho} = 0$. Вводя матрицу Φ с элементами $\varphi_{ij} = \theta_{ij} - \frac{1}{k}\sum_{l=1}^{k}\theta_{lj}$, $i = \overline{1,k}; j = \overline{1,k}$, окончательно можем записать

$$\begin{cases} \vec{\rho}^T \vec{e} = 1; \\ \Phi \vec{\rho} = 0. \end{cases} \tag{4}$$

Поскольку определитель матрицы Φ равен нулю, то система (4) имеет ненулевое решение. Если заменить последнюю строку матрицы Φ на строку $\vec{e}^T$, а последний элемент в нулевом столбце на единицу, то получим неоднородную систему уравнений с невырожденной матрицей. Система записывается в виде

$$\begin{pmatrix} \theta_{11} - \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\theta_{i1} & \theta_{12} - \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\theta_{i2} & \dots & \theta_{1k} - \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\theta_{ik} \\ \theta_{21} - \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\theta_{i1} & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \theta_{k-1,1} - \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\theta_{i1} & \dots & \dots & \theta_{k-1,k} - \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\theta_{ik} \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \dots \\ \rho_{\mathrm{k}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{5}$$

Систему (5) можно решить любым из известных методов решения линейных систем. Таким образом, получаем оптимальные доли выборки для каждой ступени.

Во многих случаях важно оптимизировать дисперсию оценок $\widehat{\beta}_1, \widehat{\beta}_2$, показывающих скорость возрастания параметра шкалы интенсивности потока отказов. Решим задачу оптимизации для частного случая $k = 2$. Используя вид матрицы D, после несложных преобразований получим асимптотические дисперсии $\widehat{\beta}_1, \widehat{\beta}_2$ как функции от ρ_1:

$$D\left\{\widehat{\beta}_1\right\} = \frac{n\frac{1}{T_1^2}}{\left(t^{\widehat{\beta}} e^{\widehat{\beta}_1}\right)(1-\rho_1)\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)^2 e^{\widehat{\beta}_2/T_2}} + \frac{n\frac{1}{T_2^2}}{\left(t^{\widehat{\beta}} e^{\widehat{\beta}_1}\right)\rho_1\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)^2 e^{\widehat{\beta}_2/T_1}},$$

$$D\left\{\widehat{\beta}_2\right\} = \frac{n}{\left(t^{\widehat{\beta}} e^{\widehat{\beta}_1}\right)(1-\rho_1)\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)^2 e^{\widehat{\beta}_2/T_2}} + \frac{n}{\left(t^{\widehat{\beta}} e^{\widehat{\beta}_1}\right)\rho_1\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)^2 e^{\widehat{\beta}_2/T_1}}.$$

Стандартным способом дифференцируя $D\left\{\widehat{\beta}_1\right\}, D\left\{\widehat{\beta}_2\right\}$ по ρ_1, вычисляем оптимальные значения для ρ_1, ρ_2 в каждом случае:

для $D\left\{\widehat{\beta}_1\right\}$

$$\rho_{1,\text{опт}} = \frac{T_1^2 e^{\widehat{\beta}_2/T_2} - T_1 T_2 e^{\frac{1}{2}\widehat{\beta}_2(1/T_2+1/T_1)}}{T_1^2 e^{\widehat{\beta}_2/T_2} - T_2^2 e^{\widehat{\beta}_2/T_1}};\ \rho_{2,\text{опт}} = 1-\rho_{1,\text{опт}};$$

для $D\left\{\widehat{\beta}_2\right\}$

$$\rho_{1,\text{ опт}} = \frac{1}{1+e^{0{,}5\widehat{\beta}_2\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)}};\ \rho_{2,\text{опт}} = 1-\rho_{1,\text{опт}}.$$

Отметим, что для рассматриваемого случая $k = 2$ минимизация детерминанта D реализуется при $\rho_{1,\text{опт}} = \frac{1}{2};\ \rho_{2,\text{опт}} = \frac{1}{2}$.

Недостатком данной методологии [12] является тот факт, что оптимальные значения ρ_1, ρ_2 зависят от неизвестных параметров $\widehat{\beta}, \widehat{\beta}_1, \widehat{\beta}_2$. По этой причине необходимо заранее знать хотя бы приближенные значения $\widehat{\beta}, \widehat{\beta}_1, \widehat{\beta}_2$ или диапазон их возможных значений.

В заключение получим выражения для определения оценок $\widehat{\beta}, \widehat{\beta}_1, \widehat{\beta}_2$.

Оценки $\widehat{\beta}, \widehat{\beta}_1, \widehat{\beta}_2$ находим с использованием первых частных производных логарифма функции правдоподобия, приравнивая их к нулю. Опуская промежуточные выкладки, запишем систему уравнений:

$$\frac{r}{\beta} - t^{\beta}\left(\ln t\right) e^{\beta_1} \sum_{i=1}^{k}\left(n_i e^{\beta_2/T_i}\right) + S = 0;$$

$$r - t^{\beta} e^{\beta_1} \sum_{i=1}^{k}\left(n_i e^{\beta_2/T_i}\right) = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{k}\frac{r_i}{T_i} - t^{\beta} e^{\beta_1} \sum_{i=1}^{k}\left(\frac{n_i}{T_i} e^{\beta_2/T_i}\right) = 0.$$

Отсюда $\widehat{\beta} = \dfrac{r}{r\ln t - S}$. Оценку $\widehat{\beta}_2$ находим из уравнения

$$r\sum_{i=1}^{k}\frac{n_i}{T_i} e^{\widehat{\beta}_2/T_i} - \left(\sum_{i=1}^{k}\frac{r_i}{T_i}\right)\sum_{i=1}^{k} n_i e^{\widehat{\beta}_2/T_i} = 0.$$

Тогда $\widehat{\beta}_1 = \ln\dfrac{r}{t^{\widehat{\beta}}\sum_{i=1}^{k} n_i e^{\widehat{\beta}_2/T_i}}$.

Второе уравнение решаем численным методом. Для $k=2$ можно получить явный вид решений: $\widehat{\beta}_2 = \ln\left(\dfrac{r_1(1-\rho_1)}{r_2\rho_1}\right)^{\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}}$.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Nelson W. *Accelerated Testing: Statistical Models Test Plans and Data Analyses*. New York, John Wiley & Sons, 1990, 578 p.

[2] Lawrence L.M. *Reliability — Probabilistic Models and Statistical Methods*. New Jersey, Englewood Cliffs, Prentice Hall, Inc., 1995, 323 p.

[3] Тимонин В.И. Математические методы в теории ускоренных испытаний. *Зарубежная радиоэлектроника*, 1981, № 1, с. 51–57.

[4] Беляев Ю. К., Болотин В. В., Барлоу Р., Карташов Г.Д., Прошан Ф. *Надежность технических систем: Справочник*. Ушаков И.А, ред. Москва, Радио и связь, 1985, 530 с.

[5] Meeker W.Q., Escobar L.A. *Statistical Methods for Reliability Data*. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1998, 441 p.

[6] Карташов Г.Д. Установление связей между ненаблюдаемыми одновременно случайными величинами. *Применение теории вероятностей и математической статистики: сб. науч. тр.* Вильнюс: Ин-т мат. и кибер. АН ЛитССР, 1981, с. 18–29.

[7] Тимонин В.И. Об одной задаче проверки гипотез в теории форсированных испытаний. *Применение теории вероятностей и математической статистики: сб. науч. тр.* Вильнюс: Ин-т мат. и кибер. АН ЛитССР, 1981, с. 81–85.

[8] Гнеденко Б.В. *Математические методы в теории надежности*. Москва, УРСС, 2012, 526 с.

[9] Crow L.H. Methods for Assessing Reliability Growth Potential. *IEEE Proc., Annual Reliability and Maintainability Symp.*, 1984, pp. 484–489.

[10] Crow L.H. A Methodology for Managing Reliability Growth During Operational Mission Profile Testing. *IEEE Proc., Annual Reliability and Maintainability Symp.*, 2008, pp. 48–53.

[11] ГОСТ Р 50779.28-2007 (МЭК 61710:2000). *Статистические методы. Степенная модель. Критерии согласия и методы оценки*. Москва, Стандартинформ, 2008, 27 с.

[12] Nelson W. *Applied Life Data Analysis*. New York, John Wiley & Sons, 1982, 411 p.

Статья поступила в редакцию 05.07.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Тимонин В.И., Тянникова Н.Д. Оптимизация форсированных испытаний восстанавливаемых систем. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 12.

URL: http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/1157.html

Тимонин Владимир Иванович родился в 1952, окончил МИЭМ в 1975 г. Д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 50 научных работ в области математической статистики и обработки результатов экспериментов. Сфера научных интересов: теория надежности, математическая статистика, многомерные статистические методы в актуарных исследованиях.

Тянникова Нина Дмитриевна родилась в 1990 г., окончила МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2013 г. Ассистент кафедры «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сфера научных интересов: теория надежности, математическая статистика, многомерные статистические методы в актуарных исследованиях. e-mail: tiannikova@yandex.ru