УДК 517.9

Математическое обоснование аномальности движения межпланетных зондов

© Э.Р. Смольяков, В.А. Ефрюшкина, Н.В. Золотова

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Проанализирована устойчивость некоторых экзотических орбит в гравитационном поле и аномальность движения космических зондов США, покидающих Солнечную систему.

Ключевые слова: *устойчивость, аномальные траектории.*

Поскольку до сих пор не получено удовлетворительного объяснения, почему зонды Voyager-1, Voyager-2 на большом расстоянии от Солнца перестали строго подчиняться законам классической механики и испытывают ничем не объяснимое замедление своего движения, представляется уместным предложить математически обоснованную версию такой аномальности, углубляющую и дополняющую результаты, которые опубликованы в [1].

Замедление полета зондов на больших расстояниях от Солнца является весьма существенной аномалией, до сих пор не объясненной. После пролета около Сатурна в ноябре 1980 г. на расстоянии r_s = 1,43 млрд км от Солнца скорость зонда Voyager-1 должна была превышать 17 км/с. В противном случае к концу ноября 2012 г. (т. е. через 32 года после пролета мимо Сатурна) она не могла бы быть равной всего 16,971 км/с. Однако даже если допустить, что Voyager-1 последние 32 года удалялся от Солнца именно с этой неизменной минимально достигнутой им лишь к 30 ноября 2012 г. скоростью и что солнечный ветер не ускорял движение этого зонда (хотя на самом деле за счет солнечного ветра его движение существенно ускорялось), то, умножая эту скорость на 32 года, получаем, что к указанной дате зонд должен был бы удалиться от Солнца на расстояние 16,971 км/с$\cdot$ 1 009 860 800 с + $1{,}43\cdot 10^9$ км ~ 18,568 млрд км. В действительности к 30 ноября 2012 г. он находился на расстоянии от центра Солнца всего лишь в 18,342 млрд км, т. е. на 226 млн км ближе. Затормаживание движения Voyager-1 в действительности было гораздо значительнее (вероятно, существенно превышающим число 226 млн км).

В самом деле, согласно небесной механике [2], отрицательное гравитационное ускорение вдоль радиуса $\ddot{r}_s = GM_0/r_s^2$ на расстоянии от

Солнца, соответствующем орбите Сатурна радиусом $r_s \approx 1{,}43$ млрд км, составляло $\ddot{r}_s \approx -6{,}5 \cdot 10^{-3}$ см/с^2. Отрицательное ускорение $\ddot{r} = GM_0/r^2$ на расстоянии $r = 18{,}342$ млрд км, где 30 ноября 2012 г. находился Voyager-1, составляло лишь $\ddot{r} \approx -4 \cdot 10^{-5}$ см/с^2, т. е. приблизительно в 160 раз меньше, чем при отлете этого зонда от Сатурна. Следовательно, 32 года назад радиальная скорость Voyager-1 должна была бы быть больше, чем его скорость (16,971 км/с) на 30 ноября 2012 г. Тогда получается, что этот зонд должен был бы находиться от Солнца на расстоянии, превышающем его реальное положение на указанную дату не на 226 млн км, а на гораздо большем. И это замедление в его движении не может быть объяснено никакими известными на сегодня действующими силами в космическом пространстве.

Сейчас зонд Voyager-1 находится на границе Солнечной системы, и возможно, что уже к концу 2013 г. войдет в межзвездную среду, где влияние на него солнечного ветра уже не будет сказываться. Более 35 лет зонды летели от Солнца, подгоняемые солнечным ветром, который наполнял их параболические антенны и паруса, рассчитанные на то, чтобы не только противостоять гравитационному притяжению Солнца, но и разгонять их до максимально возможной гиперболической скорости. Отметим, что диаметр параболической антенны зондов Voyager составляет 3,5 м. Своей вогнутой частью она обращена к Солнцу на протяжении всего 35-летнего полета, т. е. антенна играет роль превосходного паруса при движении в направлении от Солнца. Кроме того, на зондах установлен парус из полимерного полотна размером около 100 м^2.

Однако расчет траектории, например зонда Voyager-1, в гравитационном поле без учета возмущающих сил (т. е. с учетом только гравитационных сил) и сравнение этой «ньютоновской» траектории с реальной траекторией показали, что, несмотря на существенное ускорение движения за счет солнечного ветра, зонд сейчас находится к Солнцу ближе, чем он должен был бы находиться в отсутствие этого ветра. Покажем, что и в настоящее время имеет место непредвиденная заторможенность движения зондов. Оценим эту заторможенность на интервале времени между 28 декабря 2012 г. и 28 марта 2013 г.

28 декабря 2012 г. в 19 ч 56 мин по московскому времени Voyager-1 находился на расстоянии 18 382 945 000 км от Солнца, а 28 марта 2013 г. в 14 ч 04 мин — на расстоянии 18 514 551 650 км. За эти три месяца зонд пролетел реальное расстояние $\Delta r = 131\,606\,650$ км за время $\Delta t = 7\,768\,560$ с. Причем в конце декабря 2012 г. его реальная (радиальная, т. е. вдоль радиуса к Солнцу) скорость относительно Солнца составляла 16,971 км/с. Подсчитаем радиальное ускорение $\ddot{r}^N$,

которое действовало на Voyager-1, согласно закону гравитационного тяготения Ньютона, в рассматриваемые моменты в декабре 2012 г. и марте 2013 г.:

$$\ddot{r}^N(28.12.2012) = \frac{6{,}572\cdot 10^{-8}\cdot 1{,}9927\cdot 10^{33}}{(1{,}8382945)^2\cdot 10^{30}} = 3{,}9343\cdot 10^{-5}\ \text{см/с}^2;$$

$$\ddot{r}^N(28.03.2013) = \frac{GM_0}{r^2} = \frac{6{,}672\cdot 10^{-8}\cdot 1{,}9927\cdot 10^{33}}{(1{,}851455165)^2\cdot 10^{30}} = 3{,}87857\ \cdot\ 10^{-5}\text{см/с}^2,$$

где G — гравитационная постоянная ($G < 0$); M_0 — масса Солнечной системы.

За три месяца полета радиальное ускорение гравитационного притяжения изменилось пренебрежимо мало (на величину второго порядка малости), поэтому расчет изменения радиальной скорости за этот период вполне допустимо провести в линейном приближении, т. е. по формуле $\Delta\dot{r} = \ddot{r}\Delta t$, взяв среднее значение $\ddot{r}$ из полученных выше двух крайних значений $\ddot{r}^N$. Это дает $\Delta\dot{r} =$ 3,035 м/с, т. е. согласно закону Ньютона, скорость должна была бы уменьшиться на 3,035 м/с, а следовательно, средняя скорость полета за рассматриваемые три месяца (в отсутствие каких-либо негравитационных возмущений) должна была бы составить $\dot{r}^N =$ 16,9695 км/с. С такой скоростью за рассматриваемое время Voyager-1 должен был бы пролететь $\Delta r^N =$ 131 828 580 км. Однако реально он пролетел всего 131 606 650 км, что на 221 930 км меньше. На самом деле зонд должен был бы удалиться от Солнца на гораздо большее расстояние, так как солнечный ветер существенно увеличивал его скорость.

Проведем математическое обоснование изложенной в [1; 3, с. 84] причины эффекта затормаживания движения зондов, опирающееся на проведенный далее анализ устойчивости классических и неклассических траекторий в гравитационном поле на большом удалении от центра тяготения.

В настоящее время Voyager-1 находится на расстоянии около 20 млрд км от Солнца (т. е. на расстоянии более чем в 10 тыс. раз превышающем диаметр Солнца), а начинал он свое движение с относительно близкого расстояния до Солнца по сравнению с текущим. Сейчас касательная к траектории движения зонда с удовлетворительной точностью совпадает с направлением прямой, соединяющей его с центром тяготения Солнечной системы (который вполне допустимо полагать размещенным в центре Солнца, поскольку масса Солнца составляет 99,866 % от массы всей Солнечной системы.

Без существенной потери в точности приводимых далее расчетов считаем, что в настоящее время зонды Voyager движутся по прямым, соединяющим их с центром Солнца, а следовательно, вместо расчетов на основании весьма сложного классического (ньютоновского) уравнения движения в центральном гравитационном поле [2, с. 417]

$$r^2\ddot{\mathbf{r}} = GM\,\frac{\mathbf{r}}{r} \tag{1}$$

можно воспользоваться на больших расстояниях от центра тяготения классическим уравнением Ньютона, описывающим движение вдоль радиуса [2, с. 507]:

$$r^2\ddot{r} = GM\,, \tag{2}$$

где M — масса центра тяготения.

Аналогично используем решения неизвестного до сих пор следующего уравнения движения вдоль радиуса в центральном гравитационном поле [3, с. 45; 4]:

$$\dot{r}^4 = (GM)\ddot{r}\ \ , \tag{3}$$

являющегося частным случаем векторного уравнения [3, с. 53]:

$$GM\ddot{\mathbf{r}} = \dot{r}^4\,\frac{\mathbf{r}}{r}. \tag{4}$$

В работах [3, 4] доказано, что в гравитационных полях уравнения (1) и (4) (или, в частном случае, уравнения (2) и (3)) существуют или не существуют только вместе — это неразделимые пары. Если уже известно, что классические уравнения (1) и (2) реально описывают все известные на сегодня движения в гравитационных полях, то при каких-то условиях должны реализовываться уравнения (3) и (4), описывающие следующий закон [3, с. 50; 4]: «Инерциальное ускорение тела в центральном гравитационном поле пропорционально четвертой степени от его скорости и обратно пропорционально массе центра гравитации». Ограниченные возможности реализации этого пока неизвестного закона, как покажем далее, связаны с тем фактом, что траектории уравнений (3) и (4) существенно менее устойчивы по сравнению с классическими орбитами уравнений (1) и (2).

Исследуем устойчивость орбит уравнений (2) и (3), аппроксимирующих с вполне приемлемой точностью движение, соответственно, по уравнениям (1) и (4) на достаточно большом расстоянии от центра тяготения.

Введем обозначение $GM = -\mu$ (где $\mu > 0$), используемое в небесной механике [2, 5], и найдем вариацию (линеаризацию) уравнения (1) относительно некоторого его решения:

$$r^2 \delta\ddot{r} + 2\ddot{r}\, r\delta r = 0. \tag{5}$$

Вводя ради удобства обозначение $\delta r = y_1$ и переписывая уравнение (5) второго порядка в виде системы уравнений первого порядка, получаем следующую систему двух линейных уравнений, описывающих отклонения от любого выбранного номинального решения уравнения (2):

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2; \\ \dot{y}_2 &= -2y_1 \frac{\ddot{r}}{r}. \end{aligned} \tag{6}$$

Устойчивость нулевого решения $y_1(t) = y_2(t) = 0$ уравнений (6) определяет (в первом приближении) устойчивость некоторого рассматриваемого решения уравнения (2). Согласно теоремам Ляпунова [6, с. 98–103], необходимо найти корни характеристического уравнения

$$\Delta = \begin{pmatrix} -\lambda & 1 \\ -2\dfrac{\ddot{r}}{r} & -\lambda \end{pmatrix} = 0, \tag{7}$$

т. е. уравнения $\lambda^2 + 2\ddot{r}/r = 0$. Очевидно, что $\lambda_{1,2} = \pm\sqrt{\dfrac{-2\ddot{r}}{r}} = \pm\sqrt{\dfrac{2\mu}{r^3}}$.

Получаем, что оба корня вещественны и разного знака. Согласно теореме Ляпунова, «если среди корней характеристического уравнения найдется хотя бы один с положительной вещественной частью, то невозмущенное движение неустойчиво независимо от членов выше первого порядка малости» [6, с. 103]. Таким образом, любые движения по уравнению (2) или по уравнению (1) на очень больших расстояниях от центра тяготения, исключая круговые орбиты, неустойчивы относительно r и $\dot{r}$. Однако они устойчивы относительно классических элементов своей орбиты [5, с. 79].

Обратимся теперь к исследованию устойчивости движения, описываемого уравнениями (3) и (4). По аналогии найдем уравнение в вариациях для уравнения (3). При прежних обозначениях получаем следующие уравнения возмущенного движения:

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2; \\ \dot{y}_2 &= -4\dot{r}^3 y_2/\mu. \end{aligned} \tag{8}$$

Характеристическое уравнение

$$\Delta = \begin{pmatrix} -\lambda & 1 \\ 0 & -4\dot{r}^3/\mu - \lambda \end{pmatrix} \tag{9}$$

приводит к вещественным корням $\lambda_1 = 0$; $\lambda_2 = -4\dot{r}^3/\mu$, первый из которых равен нулю, а второй отрицателен только в случае $\dot{r} > 0$ (т.е. только в случае движения к центру тяготения). Поскольку существование нулевого корня не позволяет сделать какого-либо заключения об устойчивости или неустойчивости решений уравнения (3), представляющих собой следующие параболические траектории [3, с. 46; 4]:

$$r = -\frac{GM}{2}\left\{\left[\left(\frac{-2r_0}{GM} - 2C_1\right)^{3/2} \pm \frac{3}{GM}(t - t_0)\right]^{2/3} + 2C_1\right\}, \tag{10}$$

то остается возможность найти решение уравнений в вариациях (8), подставив в них решение (10), и непосредственно выяснить, является ли устойчивым нулевое решение уравнений (8). Подставляя решение (10) в систему (8), приводим ее к виду

$$\dot{y}_1 = y_2; \quad y_2 = \frac{\pm 4y_2}{\mu\left[1 - \frac{1}{\dot{r}_0^3} \pm \frac{3}{-\mu}(t - t_0)\right]}. \tag{11}$$

Уравнения (11) имеют следующие решения:

$$y_2(t) = \pm\, y_2^0 \left[\frac{1}{r_0^3\left(\frac{1}{r_0^3} \pm \frac{3(t_0 - t)}{\mu}\right)}\right]^{4/3}; \tag{12 }$$

$$y_1(t) = \frac{\mu y_2^0}{\dot{r}_0^4}\left[\frac{1}{\left(\frac{1}{\dot{r}_0^3} \pm \frac{3(t_0 - t)}{\mu}\right)^{1/3}} - \dot{r}_0\right]. \tag{13}$$

Очевидно, что $y_2(t) \to 0$ при $t \to \infty$, а $y_1(t) \to \frac{\mu y_2^0}{\dot{r}_0^3}$. Это указывает лишь на неасимптотическую устойчивость орбит (10) по отношению к паре $(r, \dot{r})$, но не обеспечивает устойчивости по отношению к параметрам орбит уравнений (3) и (4). Если учесть, что все классические орбиты устойчивы по отношению к своим орбитальным элементам (например, [5, с. 79]), и принять во внимание, что орбиты уравнений (3) и (4) менее устойчивы, то можно ожидать, что движение по последним реализуется лишь эпизодически. Поскольку любая орбита из классического семейства орбит уравнения (1) не только пересекается с бесконечным множеством орбит из семейства орбит уравнения (4) (в частности, с параболическими орбитами (10)), но и может иметь большое число касательных контактов с ними (с одинаковым значением $\mathbf{r}$ и $\dot{\mathbf{r}}$ в точках контакта), то не исключена возможность взаимного перехода зондов (под влиянием очень малых возмущений или даже при их отсутствии) с орбит одного семейства на орбиты другого семейства. Поэтому на одних участках своей траектории зонд может двигаться по ньютоновской (гиперболической) орбите, а на других — по экзотическим орбитам уравнения (4). Причем подобная комбинированная траектория должна быть скорее подобна слабо возмущенной классической орбите с заторможенной скоростью движения, поскольку сила тяготения F на экзотических орбитах типа (10) существенно выше, чем на классических орбитах, как это показано в [1] расчетами действующих сил F на траекториях уравнений (2) и (3) соответственно для зондов Voyager-1 и Voyager-2 на очень большом удалении от Солнца. Эти силы рассчитываются по формулам:

$$F^{\{2\}} = \frac{GM_0 m}{r^2}; \quad F^{\{3\}} = \frac{\dot{r}^4}{G}\frac{m}{M_0},$$

где $G = 6{,}672 \cdot 10^{-8}\,\text{см}/(\text{гс}^2)$ — гравитационная постоянная; $m = 7{,}22 \cdot 10^5\,\text{г}$ — масса каждого из зондов Voyager; $M_0 = 1{,}9927 \cdot 10^{33}$ г.

В [3, с. 84] показано, а в [1] проведены расчеты в подтверждение того, что тела, летящие в центральном гравитационном поле с большими скоростями по орбитам уравнения (4) на большом удалении от центра тяготения, подвергаются существенно большему силовому воздействию, чем на классических гиперболических орбитах.

Учитывая указанную выше принципиальную возможность перехода зондов в процессе полета с орбит уравнения (1) на орбиты уравнения (4) (и обратно) и бóльшую устойчивость движения (1) по сравнению с движением (4), можно предположить, что бóльшую часть времени полета вдали от Солнца зонды движутся по ньютоновским гиперболическим орбитам и существенно меньшую часть времени — по экзотическим орбитам уравнения (4), а в целом на достаточно больших участках их траектории оказываются комбинированными, составленными из чередующихся участков движения по уравнениям (1) и (4), причем с существенным преобладанием участков движения по уравнению (1).

Уместно отметить также, что согласно уравнениям (4) и (3), теоретически можно предотвратить выход любого тела массой m из гравитационного поля центра тяготения M_0 $(M_0 \gg m)$, поскольку значение (по модулю) отрицательного ускорения на траекториях уравнения (4) при больших скоростях движения и на большом удалении от центра тяготения во много раз больше, чем на ньютоновских траекториях. Следовательно, если траектории зондов Voyager и Pioneer кратковременно, эпизодически и включают в себя участки орбит уравнения (4), то зонды могут никогда не долететь до звезд. Более того, не исключена возможность возвращения их к Солнцу.

В заключение отметим, что в настоящее время орбиты зондов Voyager-1 и Voyager-2 являются явно гиперболическими. Однако когда-нибудь в дальнейшем, если их траектории будут включать в себя даже небольшие участки орбит уравнения (4), их переход на эллиптическую орбиту и возвращение к Солнцу может стать реальностью.

Работа поддержана Программой фундаментальных исследований ОНИТ РАН и РФФИ № 12-01-00961-а.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Смольяков Э.Р. Возможное обоснование торможения межпланетных зондов Pioneer и Voyager на границе Солнечной системы. *Тр. ИСА РАН*, 2012, т. 62, вып. 4, с. 129–132.

[2] Дубошин Г.Н. *Небесная механика. Основные задачи и методы.* Москва, Наука, 1968, 800 с.

[3] Смольяков Э.Р. Методы поиска дифференциальных уравнений произвольных динамических процессов. *Дифференц. уравнения*, 2009, т. 45, № 12, с. 1704–1715.

[4] Смольяков Э.Р. *Теория поиска точных уравнений и законов движения.* Москва, Русская энциклопедия, 2012, 164 с.

[5] Меркин Д.Р. *Введение в теорию устойчивости движения*. Москва, Наука, 1987, 304 с.

[6] Дубошин Г.Н. *Небесная механика. Аналитические и качественные методы*. Москва, Наука, 1964, 500 с.

Статья поступила в редакцию 05.07.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Смольяков Э.Р., Ефрюшкина В.А., Золотова Н.В. Математическое обоснование аномальности движения межпланетных зондов. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 12.

URL: http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/1151.html

Смольяков Эдуард Римович — д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: ser-math@rambler.ru.

Ефрюшкина Валентина Александровна — ст. преподаватель кафедры «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Золотова Наталья Викторовна — ст. преподаватель кафедры «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана.