

## Обзор моделей нестационарного качения колеса с упругой шиной по недеформируемому опорному основанию

© П.И. Саркисов, С.Д. Попов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

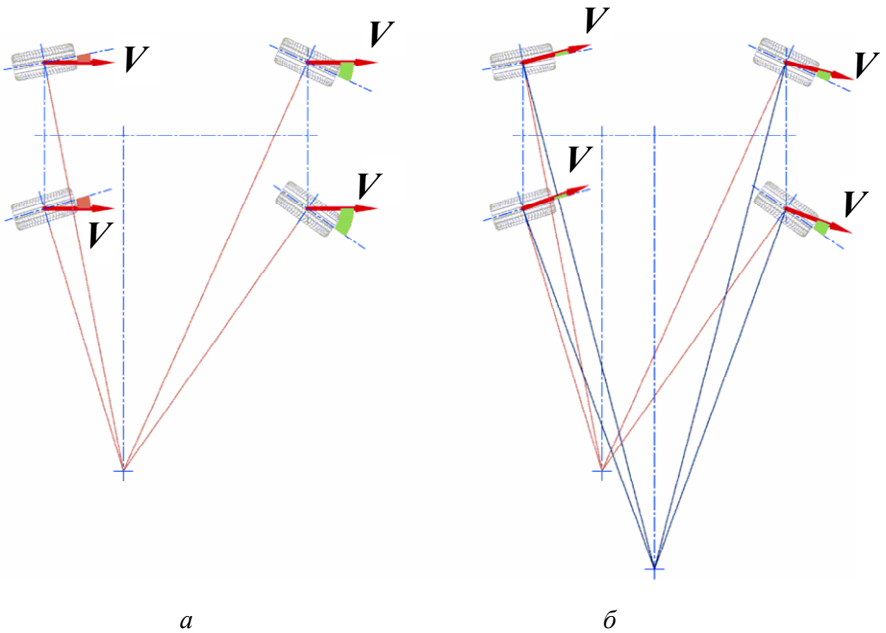
*В работе рассмотрены подходы к моделированию нестационарного качения колеса, в том числе и не распространенные модели шины, изначально разработанные для нужд авиации. Исследование свидетельствует об отсутствии непротиворечивого описания качения колеса, отвечающего требованиям автомобильного применения и свободного от гипотез. Рассмотренные модели позволяют решить данную проблему путем их комбинирования. Предложен и проанализирован способ подобной комбинации по схеме каркас – периферия с описанием качения каркаса без скольжения на основе кинематических связей и учета скольжения с помощью точечной модели периферийных слоев шины.*

**Ключевые слова:** динамика шины, нестационарное качение, скольжение, моделирование шины.

**Введение.** В современном мире насчитывается около 900 млн автомобилей, и их число продолжает расти. Поэтому вопросы безопасности дорожного движения с каждым днем становятся все более актуальными. По мере усложнения конструкции автомобиля и роста скоростей движения изменяется и сфера потенциально опасных ситуаций и режимов.

Важнейшей характеристикой автомобиля, влияющей на безопасность его движения, является устойчивость — свойство машины сохранять в заданных пределах ориентацию продольной и вертикальной осей при отсутствии управляющих воздействий со стороны водителя независимо от скорости движения, действия внешних сил, инерционных сил и сил тяжести.

Как известно, применение дополнительных управляемых осей может быть потенциальным источником потери устойчивости, обусловленной изменением знака боковых реакций колес осей за полюсом поворота при переходном процессе (рис. 1). Подобные проблемы могут также возникать при активном изменении положения полюса поворота в процессе криволинейного движения, например в аварийном случае, когда при повороте автомобиля с задними управляемыми колесами силовой привод рулевой трапеции этой оси выходит из строя.



**Рис. 1.** Два состояния переходного процесса изменения угла поворота управляемых колес в момент возникновения угла поворота (*a*) и в установившемся режиме (*б*) ( $V$  — вектор линейной скорости центра колеса)

Упомянутые реакции во многом определяются нестационарным поведением шины, в том числе и поэтому изучению шин уделяется большое внимание. В связи со сложностью процессов, происходящих в шине, учет ее свойств в инженерных расчетах и исследованиях, как правило, сводится к моделированию шины, т. е. к простому и адекватному описанию поведения упругого тела шины методами математического моделирования. Сочетать простоту и адекватность удастся лишь для отдельных режимов, что существенно ограничивает возможности моделирования динамических систем, включающих в себя колесо с шиной (таких как автомобиль).

**Основные подходы к моделированию.** В данной работе объектом исследования является режим нестационарного качения колеса с эластичной шиной по плоской недеформируемой поверхности, а предметом — взаимодействие шины с опорным основанием, т. е. взаимосвязь между входными кинематическими параметрами (законы движения колеса по линейным  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$  и угловым  $\varphi(t)$ ,  $\psi(t)$ ,  $\theta(t)$  координатам) и выходными силовыми (крутящий момент  $M_z(t)$ , продольная  $F_x(t)$  и поперечная  $F_y(t)$  силы в пятне контакта, рис. 2).

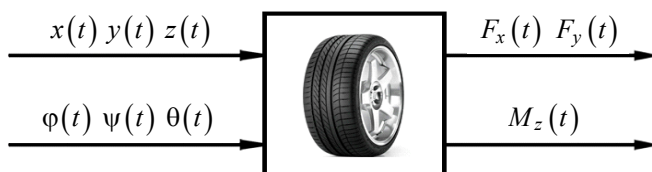


Рис. 2. Схема передаточной функции шины (черный ящик)

На сегодняшний день предложено множество подходов к моделированию качения шины при плоском движении центра колеса. В большинстве из них используется какая-либо гипотеза для описания поведения шины. Ж. Брулее (1925, [1]) в качестве такой гипотезы использовал линейную зависимость боковой реакции в площадке контакта от угла увода. Х. Пажек (1966, [2]) впервые предлагает эмпирическую формулу нелинейной связи боковой реакции с углом увода. Академик М.В. Келдыш гипотетически связал кривизну траектории следа качения колеса с тремя кинематическими параметрами деформации пневматика (1945, [3, 4]). К другому типу гипотез относится (очень многочисленная группа) аппроксимация шины каким-либо механическим аналогом с соответствующими связями, поддающимся описанию уравнениями состояния [5].

Отметим, что описание с помощью гипотез принципиально некорректно, так как избыточно по отношению к механике, однако существенно упрощает решение частных задач. Альтернативный класс подходов (рис. 3) — описание кинематических связей, наложенных на движение точек внешней поверхности шины — принципиально корректный, поскольку не накладывает никаких связей, не имеющих места в действительности. К этой группе принято относить подходы, предложенные И.И. Метелицыным (1952, [6, 7]) и В.С. Гоздеком (1970, [8, 9]).

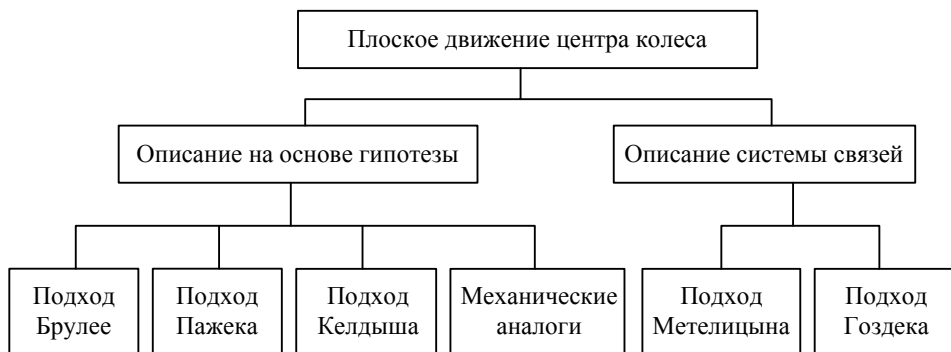


Рис. 3. Классификация основных подходов к моделированию качения колеса без его возмущения по вертикальной оси

Примером моделей на основе механического аналога является нить на упругом основании, где тело шины заменяется замкнутой растяжимой нитью без изгибной жесткости, лежащей на цилиндре постоянного радиуса и плоскости площадки контакта. Каждая точка нити упруго связана с абсолютно жестким диском (рис. 4) [5]. Участок нити, лежащий в площадке контакта, неподвижен относительно поверхности земли, т. е. в модели не предусмотрено скольжение.

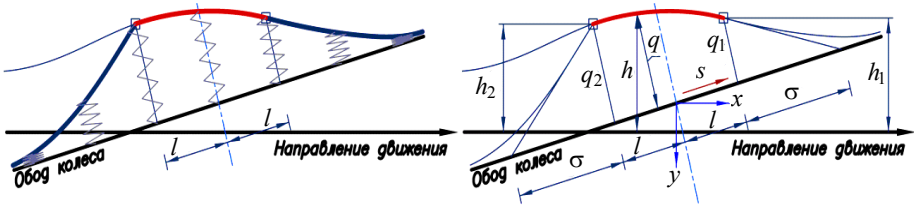


Рис. 4. Схемы модели типа нити на упругом основании

Деформированное состояние нити описывается двумя дифференциальными уравнениями изогнутой оси балки:

- для свободного участка

$$-T \frac{d^2 q}{ds^2} + kq = 0, \quad (1)$$

где  $T$  — сила натяжения нити, т. е. сила натяжения коронной части шины;  $q(s)$  — боковое перемещение коронной части шины относительно обода колеса;  $s$  — координата, измеряемая вдоль коронной части шины;  $k$  — жесткость упругого основания (боковая жесткость шины);

- для контактной площадки, где добавляются распределенные боковые силы трения на нити  $p(s)$ :

$$-T \frac{d^2 q}{ds^2} + kq = p(s). \quad (2)$$

Решением уравнения (1) является экспоненциальный закон релаксации свободной части нити:

$$q = Ae^{\frac{s}{\sigma}} + Be^{-\frac{s}{\sigma}}.$$

Здесь  $A, B$  — константы, определяемые из граничных условий;  $\sigma$  — длина подкасательной экспоненциальной кривой, называемая длиной релаксации.

Решением уравнения (2) является уравнение кривой для нити в площадке контакта.

При переходе к нестационарному режиму используют условие отсутствия скольжения, выражающееся в связи формы нити в кон-

также со следом, оставляемым нитью на опорной поверхности. Это означает, что каждая точка нити в площадке контакта определяет положение следующей за ней точки в следующий момент времени:

$$q(x, s) = h(x, s) - y(x) - s\alpha(x), \quad (3)$$

где  $\alpha(x)$  — угол между плоскостью вращения обода колеса и направлением невозмущенного движения.

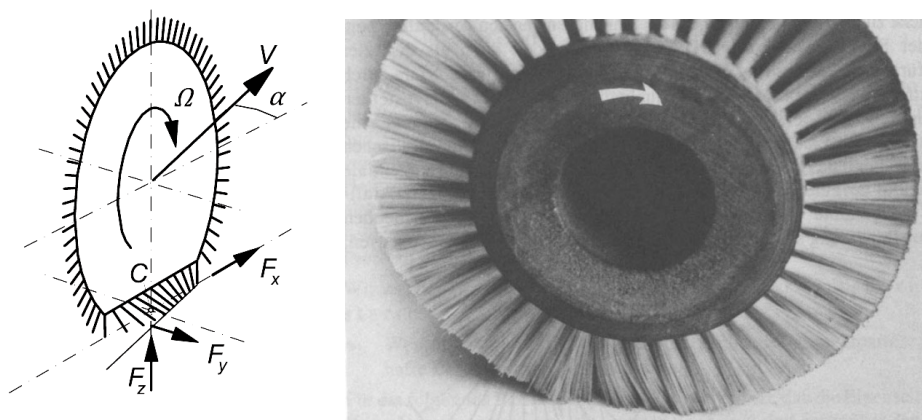
Подставляя в выражение (3) нестационарного режима необходимые геометрические соотношения, получаем кинематическое дифференциальное уравнение, решаемое, как правило, численными методами:

$$\operatorname{tg}\left(\arctg\left(-\frac{q_1}{\sigma}\right) + \alpha\right) \dot{x} = \dot{q}_1 \cos(\alpha) - q_1 \sin(\alpha) \dot{\alpha} + \dot{y} + l \cos(\alpha) \dot{\alpha},$$

где  $q_1$  — отклонение нити от срединной плоскости вращения обода в точке входа в контакт.

Модель типа нити на упругом основании не позволяет учесть ни продольное, ни поперечное скольжение, т. е. применять модель целесообразно лишь в пределах угла увода  $\pm 4^\circ \dots 10^\circ$ . Кроме того, в модели в данном представлении не предусмотрен учет продольных силовых факторов (тяговых или тормозных), а также бокового наклона плоскости вращения колеса. В этой связи применение модели для задач автомобилестроения весьма ограничено.

Принципиально другой механический аналог основан на щеточной модели [2], где шина представлена бесконечным множеством щетинок, периферийно расположенных по окружности жесткого обода и упруго отклоняемых от нормального состояния независимо одна от другой (рис. 5).



а б  
Рис. 5. Схема (а) и макет (б) щеточной модели

Распределение вертикальной реакции по длине контакта может быть задано произвольным законом, для простоты принимают параболическую эпюру [2]. Описание трения также может быть реализовано различными моделями, в самом примитивном случае это сухое трение, тогда граница по сцеплению элементарной боковой силы также будет параболой (рис. 6).

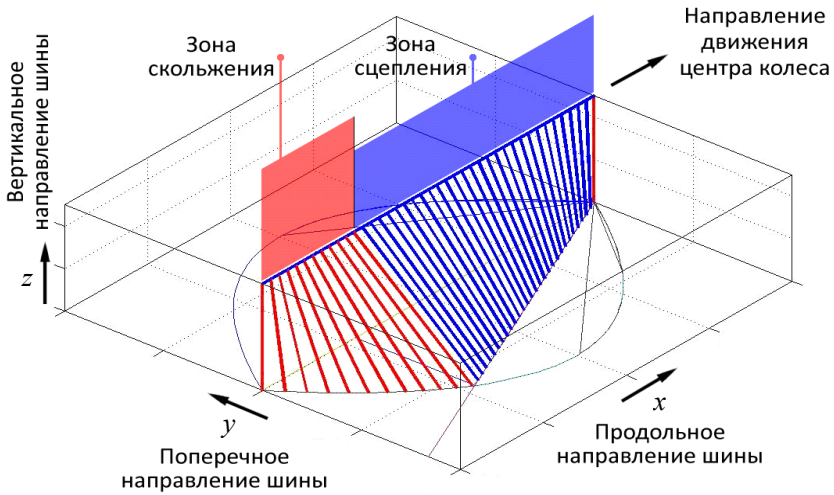


Рис. 6. Моделирование щеточной структуры при движении с уводом

Параболическая граница перемещения элемента соответствует пределу сцепных свойств:

$$v_{\max}(x) = \frac{3}{4} \frac{\mu F_z}{c_y} \frac{a^2 - x^2}{a^3},$$

где  $v_{\max}(x)$  — максимальное поперечное отклонение элемента, при котором отсутствует скольжение;  $\mu$  — коэффициент трения скольжения;  $F_z$  — результирующая сила вертикальной реакции шины;  $a$  — половина длины отрезка контакта;  $x$  — продольная координата шины, отсчитываемая от центра контакта в направлении движения колеса;  $c_y$  — жесткость упругого элемента в поперечном относительно шины направлении.

Площадка контакта делится на две зоны. В первой зоне сила упругости, воспринимаемая отклонившимися элементами, не исчерпывает всех возможностей элемента по сцеплению, и они не скользят относительно опорного основания. Во второй зоне сила упругости растет и превышает предел по сцеплению, и элемент начинает скользить под действием уже постоянной силы трения скольжения.

В случае только боковой силы для первой зоны боковое отклонение выражается линейным уравнением (стационарный режим, постоянный угол увода)

$$v(x) = (a - x) \operatorname{tg} \alpha,$$

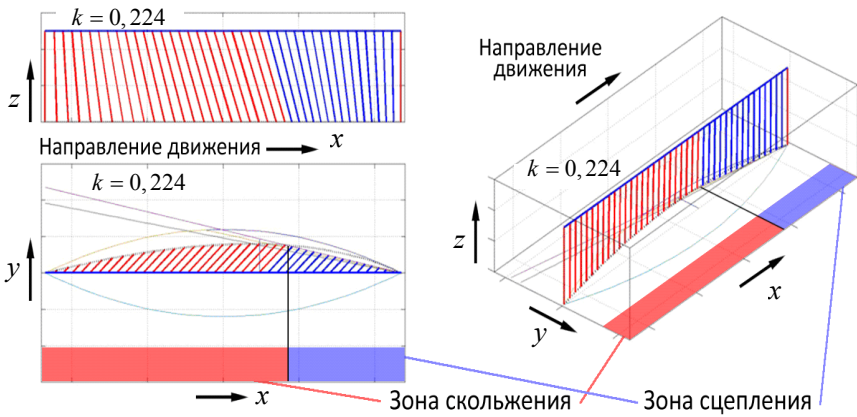
где  $v(x)$  — функция поперечного отклонения точки касания щетинки и опорного основания;  $\alpha$  — угол увода колеса.

В случае комбинированного скольжения (продольного и поперечного) отклонения элементов описываются аналогично, за исключением того, что граница по сцеплению описывается эпюрой, представляющей собой уже искаженную параболу, поскольку возможности по сцеплению используются уже в двух ортогональных направлениях и в разных пропорциях (рис. 7):

$$\begin{pmatrix} q_x \\ q_y \end{pmatrix} = \begin{cases} c_p \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = -c_p (a - x) \frac{1}{V_r} \begin{pmatrix} V_{sx} \\ V_{sy} \end{pmatrix} & \text{при } \sqrt{q_x^2 + q_y^2} \leq \mu q_z, \\ -\frac{1}{V_s} \begin{pmatrix} V_{sx} \\ V_{sy} \end{pmatrix} \frac{3}{4} \mu F_z \frac{a^2 - x^2}{a^3} & \text{при } \sqrt{q_x^2 + q_y^2} > \mu q_z, \end{cases} \quad (4)$$

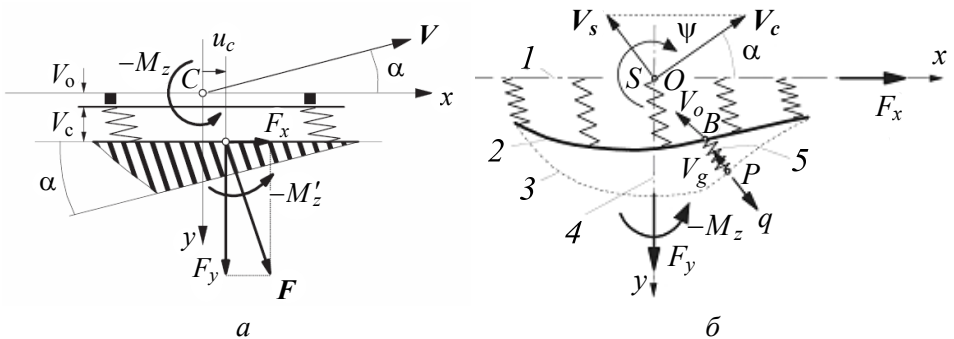
где  $q_x$  — сила, отклоняющая элемент в продольном направлении;  $q_y$  — сила, отклоняющая элемент в поперечном направлении;  $c_p$  — жесткость упругого элемента в продольном и поперечном направлениях;  $V_r$  — линейная скорость точки шины в площадке контакта относительно центра колеса;  $V_{sx}$  — линейная скорость скольжения точки контакта шины в продольном направлении — разница между продольной скоростью центра колеса и скоростью  $V_r$ ;  $V_{sy}$  — линейная скорость центра колеса в поперечном направлении;  $V_s$  — скорость скольжения точки центра контакта — абсолютная скорость ее движения относительно опорного основания.

Полученные формулы (4) отражают простейший случай, однако структура щеточной модели пригодна к применению различных моделей трения; задание упругих свойств элемента допускает анизотропность, и эпюра вертикальной нагрузки может быть определена произвольной функцией. Таким образом, щеточная модель позволяет учитывать скольжение в обоих направлениях, но ее структура существенно усложняется при попытках учета развала колеса и нестационарного режима [2]. Важное преимущество модели заключается в том, что она позволяет получить аналитическое решение для силовых факторов, что делает ее пригодной для моделирования динамики автомобиля.



**Рис. 7.** Описание щеточной моделью стационарного качения шины с углом увода  $12^\circ$  и коэффициентом продольного скольжения 0,224 (буксование, тяговый режим)

В работе [2] Х. Пажек отмечает, что получаемые силовые факторы отличаются от действительных, и указывает на недеформируемость каркаса как на причину этого расхождения, в частности: смещение боковой реакции получается меньшим, чем на практике. В этой связи он предлагает ряд усовершенствованных моделей. В первой каркас в зоне контакта имеет возможность параллельного переноса, т. е. жесткое основание щеточных элементов становится подвижным с двумя степенями свободы (рис. 8, а). В другой модели автор использует нить на упругом основании для описания поведения деформируемого основания щеточной модели (рис. 8, б). При этом в обоих случаях утрачивается важное преимущество исходной щеточной модели — возможность получения аналитического решения.



**Рис. 8.** Щеточные модели с подвижным жестким основанием (а) и с основанием, описываемым механическим аналогом типа нить на упругом основании Treadsim [2] (б)



Альтернативой является кинематическая гипотеза Келдыша – Уайли [3, 4]. Отсутствие скольжения пневматика он ставит в соответствие следующим двум условиям:

1) касательная к линии качения пневматика совпадает с осью поверхности контакта;

2) кривизна линии качения пневматика однозначно определяется тремя параметрами деформации шины (рис. 9):

$$\frac{1}{R} = A\lambda - B\varphi - C\chi,$$

где  $R$  — радиус кривизны траектории качения пневматика;  $[A \ B \ C] = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ r^2 & r & r \end{bmatrix}$  — постоянные коэффициенты, определяемые эмпирическими функциями от радиуса колеса  $r$ ;  $\lambda$  — расстояние от линии пересечения диаметральной плоскости смещенного обода колеса с опорной плоскостью до центра площади контакта на исходной поверхности (аналог поперечного смещения);  $\varphi$  — угол, отсчитываемый от той же линии до средней линии пятна контакта до деформации (аналог угла увода);  $\chi$  — угол между диаметральной плоскостью смещенного обода и вертикальной осью (аналог угла развала).

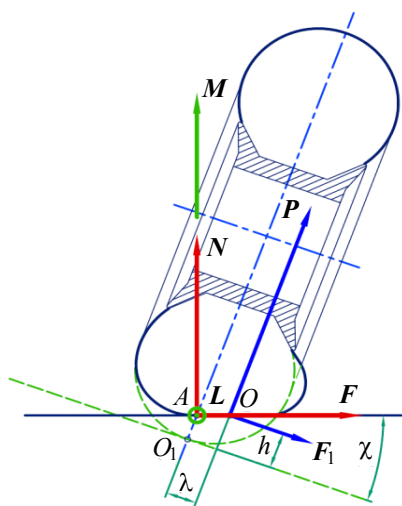


Рис. 9. Схема деформации шины

Этот подход успешно применялся для решения практических проблем шимми в авиации, однако экспериментальные данные показали, что коэффициенты не являются инвариантными по отношению к системе сил. Таким образом, при простой реализации учета неста-

ционарного режима и угла наклона плоскости вращения колеса, модель малопригодна для решения задач автомобилестроения в силу отсутствия скольжения, зависимости от системы сил и невозможности учета продольных силовых факторов.

Принципиально иной подход к моделированию поведения упругого тела шины — описание кинематических связей, наложенных на тело. Этот подход свободен от гипотез, т. е. не является заведомо противоречивым, однако характеризуется более сложной формой дифференциальных уравнений движения, требующей применения специальных методов для их решения.

Примером такого подхода является описание, предложенное И.И. Метелицыным [6, 7], согласно которому беговая дорожка шины представлена деформируемым тором с условно-точечным контактом без скольжения (рис. 10). Это означает, что силовые факторы приложены в точке, но в контакте с опорным основанием находится не только точка, но и бесконечно малая ее окрестность, т. е. точки этой окрестности также имеют нулевую абсолютную скорость. В точке контакта отсчитываются две координаты деформации — поперечное линейное смещение и скручивание вокруг вертикальной оси.

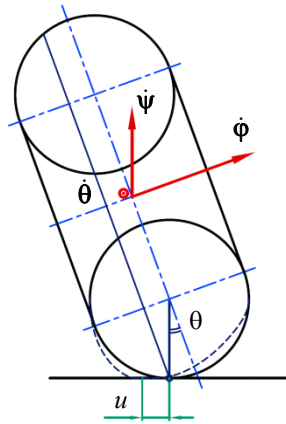


Рис. 10. Координаты движения шины

Касание тора и плоскости определяется геометрическим условием наличия общей нормали

$$\mathbf{n} \left( \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \alpha} + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \alpha} \right) = 0; \quad \mathbf{n} \left( \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \beta} + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \beta} \right) = 0, \quad (5)$$

где  $\mathbf{n}$  — вектор нормали к опорной поверхности;  $\mathbf{p}$  — радиус-вектор точки тора относительно его центра;  $\mathbf{u}$  — вектор поперечного смещения точки контакта шины (в плоскости опорного основания);

$\alpha$ ,  $\beta$  — угловые координаты точки тора по направляющей и образующей окружностям.

Поскольку скольжения нет, абсолютная скорость точки контакта равна нулю. На основании этого условия и уравнения (5), исключая малые второго порядка, можно получить систему следующих уравнений:

$$\begin{cases} V_x = \dot{\varphi} \cdot (R + r \cos \theta) + \dot{\psi} \sin \theta \cdot R, \\ V_y = \dot{\theta} (R + r \cos \theta) - \frac{du}{dt} + V\gamma, \\ V_z = \dot{\theta} \cdot r \sin \theta, \end{cases}$$

где  $V_x$  — продольная скорость центра колеса;  $V_y$  — поперечная скорость центра колеса;  $V_z$  — скорость центра колеса в вертикальном направлении;  $R$  — радиус направляющей поверхности тора;  $r$  — радиус образующей окружности тора;  $\varphi$  — угол поворота колеса вокруг собственной оси;  $\theta$  — угол между плоскостью вращения колеса и вертикальной осью (аналог угла развала);  $\psi$  — угол между продольной осью невращающейся системы координат колеса и продольной осью неподвижной системы отсчета;  $V$  — абсолютная скорость центра колеса в горизонтальной плоскости,  $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$ .

Скорость вращения бесконечно малой площадки контакта вокруг вертикальной оси, проходящей через центр контакта, равна нулю, поэтому уравнение отсутствия скольжения по направлению поворота шины вокруг вертикальной оси можно представить в виде

$$\dot{\psi} - \dot{\varphi}\theta + \frac{\partial \gamma}{\partial t} - V \frac{\partial \gamma}{\partial s} = 0,$$

где  $s$  — координата криволинейного перемещения вдоль окружности тора, на которой находится точка контакта.

Использование такого точечного контакта не позволяет учесть такую особенность, что часть элементов площадки всегда находится в скольжении, даже если центр контакта не скользит. Эти скользящие элементы не влияют на кинематику движения, но являются составляющими силовых факторов взаимодействия шины с основанием. Кроме того, модель описывает качение без проскальзывания, поэтому с ее помощью проблемы моделирования автомобиля решаются лишь частично.

Принципиальная возможность построения дифференциальных уравнений катящегося колеса без применения гипотез впервые доказана В.С. Гоздеком [8, 9], получившим эти уравнения для случая про-

странственного возмущенного качения упругого колеса по твердой плоскости. Он рассматривал движение как совокупность невозмущенного (прямолинейного с постоянной скоростью  $V$ ) и возмущенного (отклонения от первого) движений. Такая модель содержит ряд систем координат (рис. 11) и описывает радиус-вектор точки деформированной поверхности пневматика в абсолютной системе как векторную сумму радиус-векторов этой точки в каждой из вложенных систем координат, связанных с деформацией, вращением и перемещением пневматика. Гоздек вводит движущуюся со скоростью  $V$  систему координат  $O'x'y'z'$ , ось  $O'x'$  которой находится на поверхности земли и направлена против вектора скорости  $V$ , а ось  $O'y'$  перпендикулярна поверхности земли. Кроме того, он вводит систему координат  $Oxyz$ , оси  $Ox$  и  $Oy$  которой лежат в плоскости симметрии колеса. При этом ось  $Ox$  параллельна поверхности земли, а центр колеса находится на оси  $Oy$  на неизменном расстоянии от начала координат. При невозмущенном движении системы координат совпадают. Тогда возмущенное движение корпуса колеса определяется смещениями  $s_x(t)$ ,  $s_y(t)$ ,  $s_z(t)$  точки  $O$  в направлении осей  $O'x'$ ,  $O'y'$ ,  $O'z'$ , углами поворота  $\varphi_x(t)$ ,  $\varphi_y(t)$  системы координат  $Oxyz$  относительно осей  $O'x'$  и  $O'y'$ , а также приращением  $\omega_z(t)$  угловой скорости корпуса колеса относительно оси его вращения.

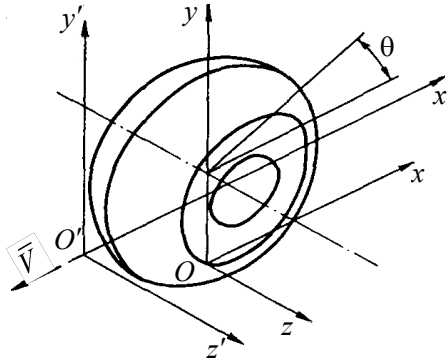


Рис. 11. Вспомогательные системы координат шины

Смещение  $\vec{\Delta}(x, y, z, t)$  точек поверхности шины, обусловленное возмущенным движением (относительно той же точки поверхности шины, совершающей невозмущенное движение), выражается в векторной форме для базиса, ориентированного по осям  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  :

$$\vec{\Delta}(x, y, z, t) = u(x, y, z, t)\vec{i} + v(x, y, z, t)\vec{j} + w(x, y, z, t)\vec{k} ,$$

где  $u, v, w$  — смещение точек шины по направлениям осей  $Ox, Oy, Oz$  соответственно.

Для каждой точки площадки контакта справедливы условия отсутствия скольжения по двум направлениям и условие отсутствия вертикального перемещения

$$\begin{cases} V \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} + \dot{s}_x - z\dot{\varphi}_y + \frac{V}{\omega_0} \omega_z + \omega_0 V = 0, \\ V \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial t} + \dot{s}_z + x\dot{\varphi}_y + V\varphi_y = 0, \\ V + s_y + z\varphi_x = 0. \end{cases}$$

Здесь  $x, y, z$  — координаты точки поверхности шины.

Точное решение задачи возможно лишь при сильно упрощенной модели шины. Приведенный подход основан на представлении смещения  $\vec{\Delta}(x, y, z, t)$  в виде суммы степенного ряда, а также рассмотрении величин разрыва производных вспомогательных функций, характеризующих границу контакта, при переходе точки через эту границу. Несмотря на свободное от гипотез описание качения шины, подход не распространяется на случай наличия скольжения в зоне контакта.

Обобщение результатов анализа ряда подходов к решению проблемы показывает, что среди рассмотренных моделей лишь две учитывают скольжение, только одна позволяет получить аналитическое решение и две свободны от гипотез (см. таблицу). Следовательно, существующие модели качения при плоском движении центра колеса не позволяют адекватно и непротиворечиво описать качение колеса с уводом, однако определенно содержат потенциал, который может быть реализован для более широкой сферы применения путем их комбинирования.

Комбинируя щеточную модель и одну из двух свободных от гипотез моделей, можно удовлетворить требования к моделированию автомобильной шины. В этом случае функции комбинированной модели целесообразно разделить на две вспомогательные модели, одна из которых – щеточная периферия, учитывающая скольжения в продольном и поперечном направлениях, а вторая — описание кинематических связей, определяющее поведение деформируемого каркаса.

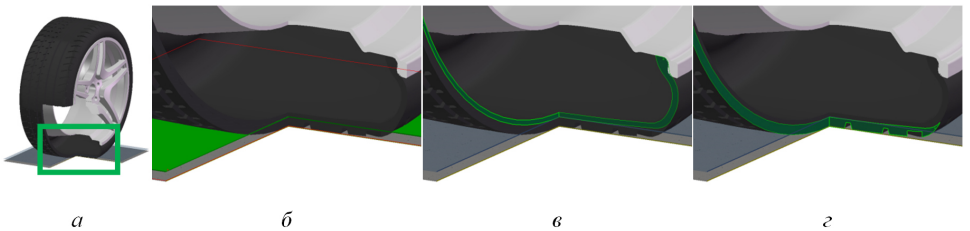
Конструктивные особенности шины подкрепляют данный подход, поскольку поведение каркаса, образованного нитями корда, существенно отличается от поведения однородного резинового слоя протектора шины. Важно, что определить это различие экспериментально тоже возможно, например, избавившись от протектора.

**Сравнительный анализ подходов к моделированию качения шины**

Свойства модели	Модель			Подход		
	типа нити на упругом основании	щеточная	Treadsim	Келдыша	Метелицына	Гоздека
Нестационарный режим	+	-	+	+	+	+
Скольжение (по осям $Ox, Oy$ )	-	+	+	-	-	-
Развал колеса	-	-	+	+	+	+
Контакт	Криволинейный	Криволинейный	Криволинейный	Точечный	Условно-точечный	Площадка
Метод решения	Численный	Аналитический	Численный	Численный	Численный	Численный
Метод моделирования	Аналог	Аналог	Аналог	Гипотеза	Описание	Описание

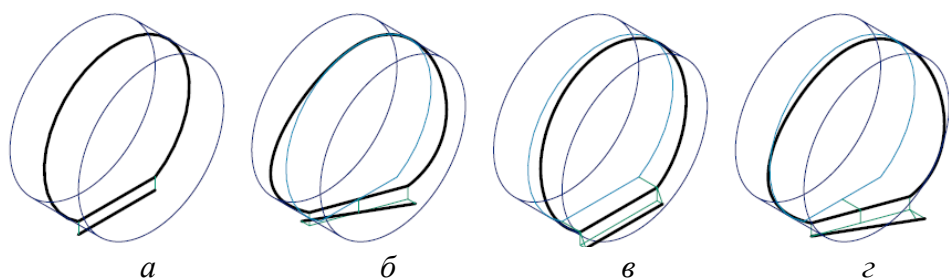
**Комбинированный подход.** Шину колеса, катящегося со скольжением, можно для наглядности условно разделить на такие элементы, как периферия и каркас. Под периферией будем понимать внешние слои шины и протектор (рис. 12, *з*), под каркасом — внутренние слои шины с нитями корда, боковины и борта (рис. 12, *в*).

На небольшом расстоянии от плоскости опорного основания выделим вспомогательную горизонтальную плоскость (рис. 12, *а*), перемещающуюся лишь поступательно в горизонтальном направлении таким образом, чтобы каркас шины катился по ней без скольжения (рис. 12, *б*).

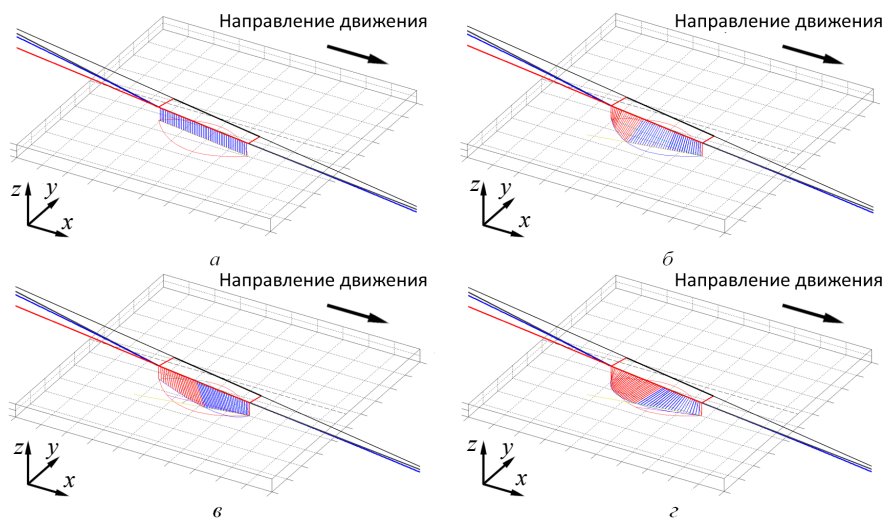


**Рис. 12.** Логическое разделение шины на элементы

При подобном подходе каркас перекачивается по вспомогательной плоскости без скольжения, поэтому его движение можно описать рядом рассмотренных моделей, в которых не учитывается скольжение, например нитью на упругом основании (рис. 13, 14).



**Рис. 13.** Схемы положения каркаса и периферии в установившемся режиме: неподвижная шина (*а*), вращение вокруг вертикальной оси (*б*), боковое смещение шины без качения (*в*), качение с уводом (*г*)



**Рис. 14.** Схематичное представление модели (каркас описан нитью на упругом основании, которая показана разверткой на вспомогательную плоскость): периферия «заморожена» (*а*), работает только в боковом направлении (*б*), в обоих направлениях, тяговый режим (*в*); в обоих направлениях, тормозной режим (*г*)

В этом случае деформация и движение периферии определяется относительным движением вспомогательной плоскости относительно опорного основания. Для описания периферии пригодна щеточная модель, но лишь в квазистатическом режиме. Причем деформация пневматика будет равна сумме деформаций каркаса и элементов щетины. То же справедливо и для силовых факторов на шине.

При сочетании этих двух моделей расширяется область применения модели пневматика, но повышается число степеней свободы системы, и, как следствие, требуется решение ряда задач, не возникающих при традиционном моделировании шины.

1. *Движение вспомогательной плоскости.* Традиционно оператор шины используют в качестве входных параметров: линейных скоростей центра шины и угловых скоростей вращения ее тела. Линейные скорости необходимо разделить на относительную и переносную составляющую, соответствующие движению вспомогательной плоскости. Соотношение этих скоростей зависит как от сцепных свойств, так и от свойств материала, структуры и эксплуатационных характеристик шины (давления воздуха, температуры, степени износа), вследствие чего данная задача требует большого объема экспериментальной работы.

2. *Распределение жесткостных характеристик между каркасом и периферией.* Соотношение жесткостей влияет как на кинематические параметры движения и деформации, так и на силовые, которые также определяются экспериментально.

3. *Моделирование каркаса.* Разрабатываемая комбинированная модель является близким аналогом модели Treadsim, где щеточная периферия помещена на каркас, описанный моделью типа нити на упругом основании. Несмотря на широкую область применения, такая модель требует большого объема вычислений. Поэтому особое внимание должно быть уделено моделированию каркаса и в качестве возможных вариантов надо использовать кинематические модели Метелицына, Гоздека, либо модель на основе механического аналога в пространстве изображений [11, 12].

4. *Аппроксимация зоны контакта.* В модели Treadsim основанием для щеточной периферии служит изменяющаяся (нестационарно) плоская кривая, что позволяет ее использовать для получения аналитического решения. В разрабатываемой модели целесообразно это преимущество сохранить, что требует аппроксимации линии контакта каркаса с вспомогательной плоскостью отрезком прямой или кривой первого порядка.

5. *Распространение зоны контакта.* Современные шины отличаются широким профилем, ввиду чего криволинейное представление зоны контакта становится менее работоспособным, нежели двумерное описание контакта (площадкой). Работы в направлении распространения щеточной модели с линейного основания на плоскую площадку проводились и, помимо прочего, показали определенное усложнение модели, степень которого зависит от выбранного подхода к распространению.



Обобщая результаты исследования, следует отметить следующие выводы:

1) существующие модели качения при плоском движении центра колеса не позволяют адекватно и непротиворечиво описать качение колеса с уводом, однако определенно содержат потенциал, который может быть реализован для более широкой области применения путем их комбинирования;

2) разделение функций модели шины на две модели с примитивной структурой позволяет сочетать простоту описания с адекватностью, но связано с рядом нетипичных для моделирования шин задач, требующих большого объема экспериментальной работы.

**Заключение.** Предлагаемый подход к моделированию нестационарного качения колеса направлен не на повышение точности моделирования, а на расширение возможностей инженерных служб по моделированию различных динамических систем, что в последнее время с развитием вычислительной техники становится все более целесообразным и востребованным.

*Исследовательский проект выполняется при поддержке стипендиальной программы Европейского Союза Erasmus Mundus Action 2.*

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Brouhiet G. *The suspension of the automobile steering mechanism: shimmy and tramp*. Bull. Soc. Ing. civ. Fr. 78, 540–554, July, 1925.
- [2] Расејка Н.В. *Tyre and Vehicle Dynamics*. 3rd ed., TU Delft, Elsevier BH, 2002, 642 p.
- [3] Келдыш М.В. Шимми переднего колеса трехколесного шасси. *Тр. ЦАГИ*, 1945, № 564, 34 с.
- [4] Келдыш М.В. *Избранные труды: Механика*. Москва, Наука, 1985, 567 с.
- [5] Эллис Д.Р. *Управляемость автомобиля*. Москва, Машиностроение, 1975, 216 с.
- [6] Метелицын И.И. Устойчивость движения автомобиля. *Укр. мат. журн.*, 1952, т. 4, № 3, с. 323–338; 1953, т. 5, № 1, с. 80–92.
- [7] Метелицын И.И. *Теория гироскопа. Теория устойчивости*. Избранные труды. Москва, Наука, 1977, с. 130.
- [8] Гоздек В.С. Об уравнениях качения упругой шины. *Ученые записки ЦАГИ*, 1970, т. 1, № 4, с. 84–91.
- [9] Гоздек В.С. Об уравнениях качения колеса с упругой шиной. *Ученые записки ЦАГИ*, 1984, т. XV, № 2, с. 90–99.
- [10] Попов С.Д. *Разработка и исследование динамической модели автомобильного колесного движителя*. Автореф. ... дис. канд. техн. наук. Москва, 1981, 16 с.
- [11] Попов С.Д. Модель эластичного колеса для случая его возмущенного движения по траектории незначительной кривизны. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана* [Электронное издание], 2013. ISSN 2305–5626.

Статья поступила в редакцию 28.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Саркисов П.И., Попов С.Д. Обзор моделей нестационарного качения колеса с упругой шиной по недеформируемому опорному основанию. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 12. URL: <http://engjournal.ru/catalog/machin/transport/1129.html>

**Саркисов Павел Игоревич** — аспирант кафедры «Колесные машины» МГТУ им. Н.Э. Баумана и кафедры «Автомобильная техника» Дрезденского технического университета. Автор 14 научных работ. Область научных интересов: автомобилестроение. e-mail: p\_sark@mail.ru

**Попов Сергей Дмитриевич** родился в 1950 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1973 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Колесные машины» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 76 научных работ. Область научных интересов: исследование и разработка мобильных транспортно-технологических комплексов и их составных частей. e-mail: unesco-tvet-01@yandex.ru