

Об одном из подходов к описанию движения быстроходных транспортно-технологических агрегатов

© С.Д. Попов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Основным способом исследования движения быстроходных транспортно-технологических агрегатов (БТА) остается физический модельный эксперимент. Однако при проектировании БТА целесообразно использовать комплексные математические модели. При этом одно из центральных мест занимает адекватное описание движения корпуса БТА и его составных частей, пригодное для описания всех возможных случаев с минимальными вычислительными ошибками, а также обеспечивающее возможности экономии вычислительных ресурсов. Для этого требуется адекватное описание общего случая пространственного движения корпуса БТА, когда возможно изменение всех его угловых координат в широком диапазоне, а рассматриваемые промежутки времени могут оказаться большими. Кроме того, БТА некоторых типов способны двигаться со значительными скоростями и располагают ресурсами, позволяющими им выполнять энергичные маневры практически по всем координатам. Эти особенности учитываются описанной в статье моделью движения корпуса БТА.

Ключевые слова: *быстроходный транспортно-технологический агрегат, комплексные математические модели, модель пространственного движения самоходного агрегата, маневрирование самоходного агрегата.*

Введение. Основным способом исследования движения сложных и быстроходных транспортно-технологических агрегатов, например транспортных средств на воздушной подушке, до сих пор остается физический модельный эксперимент. Хорошо известно [1, 14 – 18], что при проектировании БТА, особенно на его начальных стадиях, целесообразно использовать комплексные математические модели, описывающие одновременно целый ряд разнородных рабочих и сопутствующих процессов. Это позволяет учесть неочевидные нелинейные взаимодействия между этими процессами и уменьшить вероятность ошибок на системном уровне. При этом одно из центральных мест занимает адекватное и эффективное описание движения корпуса БТА и его составных частей, используемое для беспрепятственного описания всех возможных случаев с минимальными вычислительными ошибками, а также обеспечивающее возможности для экономии вычислительных ресурсов.

Формирование движения корпуса БТА. Как правило, в структуре большинства БТА можно выделить одну или несколько взаимо-

связанных корпусных структур и рассматривать их как крупные недеформируемые тела [1, 17]. В этом случае одной из основных задач становится адекватное описание пространственного движения корпуса БТА с учетом того, что в общем случае возможно изменение в широком диапазоне всех его угловых координат, а при решении навигационных и близких к ним задач рассматриваемые промежутки времени могут оказаться достаточно большими. Наконец, БТА некоторых типов способны двигаться со значительными скоростями и располагают ресурсами, позволяющими выполнять им энергичные маневры практически по всем координатам. Эти особенности необходимо учитывать в модели движения корпуса БТА (далее описан только однозвенный БТА).

При анализе движения БТА целесообразно опираться на терминологию и определения ГОСТ 20058-80, учитывая традиции в обозначении и ориентации осей основных систем координат, сложившиеся в теории движения наземных транспортных средств. Во всех системах, связанных непосредственно с контуром корпуса БТА, начало координат помещают в центр масс его корпусной части в сборе с оборудованием и, как правило, предполагают, что эта точка неподвижна относительно контура корпуса. Ось OX всех систем координат ориентирована в направлении главного движения БТА.

Таким образом, в настоящей работе используются следующие правые ортогональные системы координат: земная СК0*; нормальная (переносная земная) СК0; горизонтированная связанная СК1; связанная и стабилизированная по крену СК2; связанная СК3; траекторная горизонтированная СК1*V*; траекторная СК2*V*; скоростная СК3*V*. (При построении скоростных систем координат следует различать случаи ориентации оси OX по векторам путевой и воздушной скоростей БТА.)

Нормальная система координат (рис. 1) имеет вертикальную ось OZ_0 и горизонтальную ось OY_0 . Ось OX_0 направлена в соответствии с начальным отсчетом курса. Начало координат O_0 совмещено с центром подрессоренных масс БТА. Индекс «0» указывает на принадлежность элементов нормальной системе координат СК0.

Оси земной системы координат СК0* параллельны осям переносной земной системы координат СК0, а ее начало может быть расположено по-разному в зависимости от решаемой задачи, например вблизи поверхности земли (удобно при описании профиля опорной поверхности) или в точке, совпадающей с начальным положением центра подрессоренных масс БТА (что более удобно при решении навигационных задач).

Горизонтированная система координат СК1 получается из нормальной поворотом осей на угол ψ относительно вертикальной оси

OZ_0 (рис. 2). Угол ψ принято называть курсовым углом или углом рыскания и определять его как угол между проекцией продольной оси БТА на горизонтальную плоскость и начальным направлением на этой плоскости.

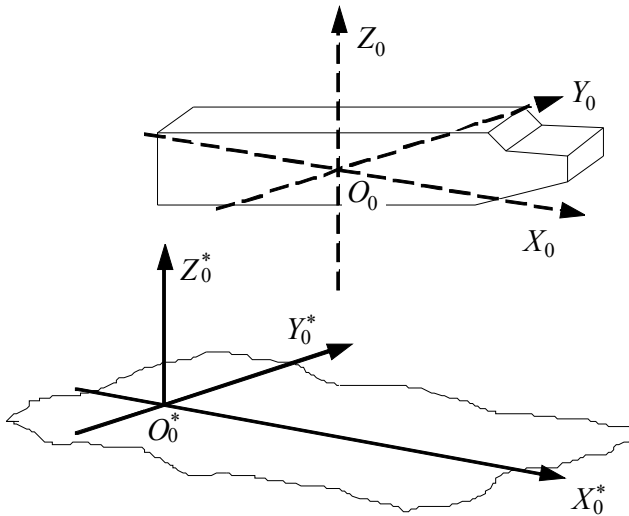


Рис. 1. Расположение и ориентация осей земных систем координат СК0* и СК3

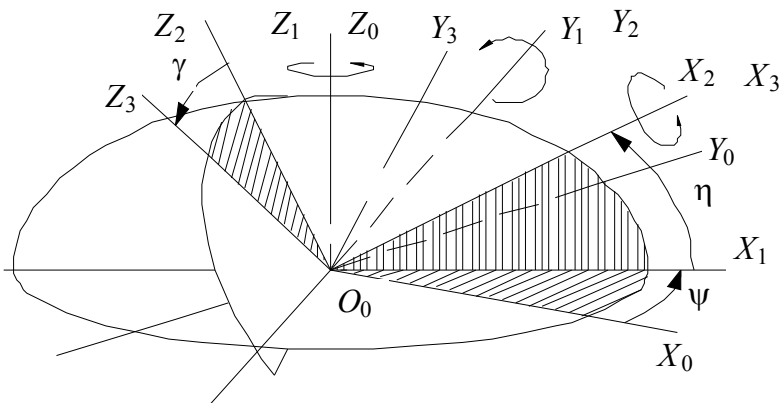


Рис. 2. Основные системы координат, связанные с корпусом БТА: нормальная система координат корпуса БТА $X_0Y_0Z_0$ (СК0), горизонтированная связанная система координат корпуса БТА $X_1Y_1Z_1$ (СК1), связанная стабилизированная система координат корпуса БТА $X_2Y_2Z_2$ (СК2), связанная система координат корпуса БТА $X_3Y_3Z_3$ (СК3)

Связанная и стабилизированная по крену система координат СК2 получается дальнейшим поворотом горизонтированной системы СК1 на угол η относительно оси OY_1 (см. рис. 2). Угол η принято называть

углом тангажа и определять его как угол между продольной осью БТА и горизонтальной плоскостью.

Связанная система координат СК3 получается поворотом системы СК2 на угол γ относительно оси OX_2 (см. рис. 2). Угол γ принято называть углом крена и определять его как угол между плоскостью симметрии БТА и вертикальной плоскостью, содержащей его продольную ось.

Горизонтированная траекторная система координат СК1V образуется из нормальной поворотом осей на угол φ относительно оси OZ_0 (рис. 3). Угол φ принято называть путевым углом или углом поворота траектории БТА и определять его как угол между проекцией вектора путевой скорости БТА на горизонтальную плоскость и начальным направлением на этой плоскости.

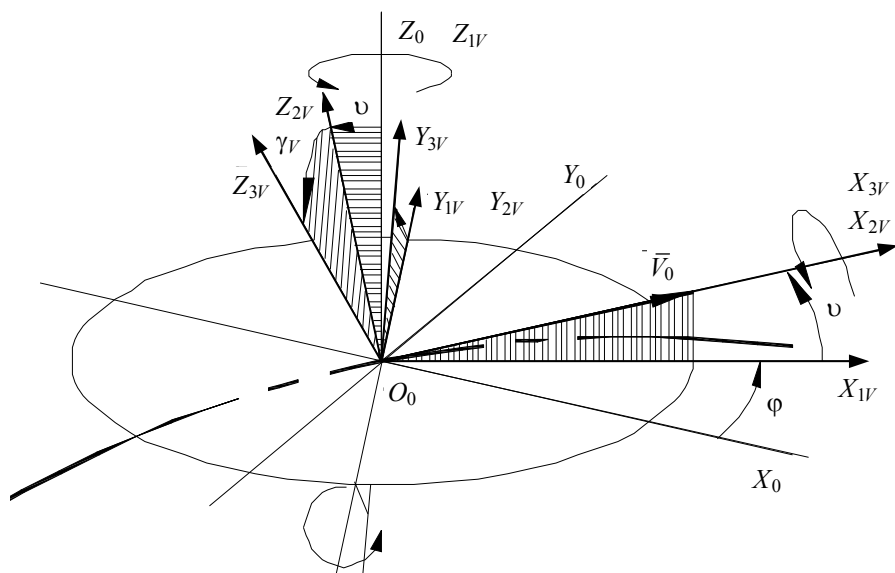


Рис. 3. Траекторные и скоростные системы координат

Траекторная система координат СК2V образуется из системы СК1V дальнейшим поворотом осей на угол ν относительно оси OY_{1V} (см. рис. 3). Угол ν принято называть углом наклона траектории БТА к горизонту или углом наклона траектории и определять его как угол между вектором путевой скорости БТА и горизонтальной плоскостью.

Скоростная система координат СК3V образуется из траекторной следующим поворотом ее осей на угол γ_V относительно оси OX_{1V} (см. рис. 3) до ее совпадения с осью трехгранника, нормального к траектории движения центра масс корпуса БТА.

Аэродинамические силы, действующие на корпус БТА, зависят от ориентации корпуса относительно набегающего потока воздуха. Положение корпуса относительно вектора скорости задается двумя углами: углом атаки α и углом дрейфа (увода) β .

Угол атаки определяется как угол между проекцией вектора скорости корпуса БТА на плоскость симметрии машины и осью OX_3 связанной системы координат СКЗ (рис. 4), а угол дрейфа — как угол между вектором скорости БТА и плоскостью его симметрии (в теории полета угол дрейфа обычно называют углом скольжения летательного аппарата).

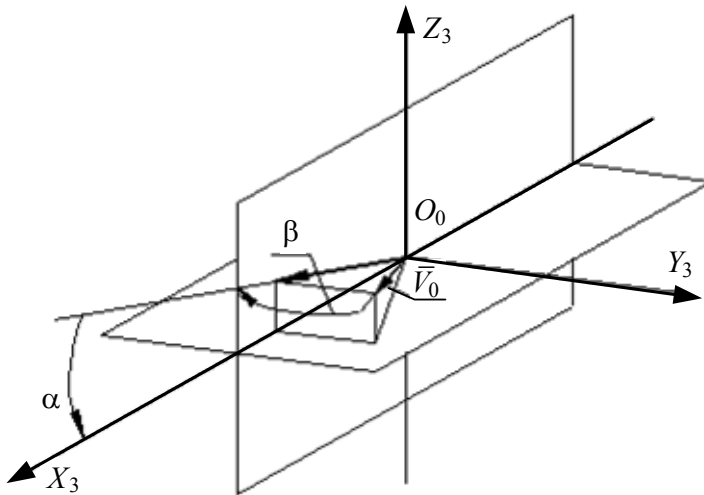


Рис. 4. Ориентация корпуса БТА относительно скорости

Следует различать системы координат, в которых направление оси OX задается по направлению путевой скорости БТА и по направлению его воздушной скорости (скорости относительно реального потока воздуха с учетом скорости ветра).

Схема на рис. 5 показывает порядок преобразования одной системы координат в другую путем последовательных вращений [2].

Произвольный вектор r , заданный компонентами в некоторой системе координат СК1, в матричной форме имеет вид

$$r_1 = [r_{1x} \quad r_{1y} \quad r_{1z}]^T.$$

Для пересчета составляющих вектора r при переходе от одной системы координат к другой используют ортогональные матрицы преобразования координат $A_{m,n}$ (m — индекс, указывающий исходную систему координат, n — индекс новой системы координат, по-

лучаемой из исходной с помощью N последовательных элементарных вращений):

$$\mathbf{r}_n = A_{m,n}(\varphi_1 \dots \varphi_n) \mathbf{r}_m,$$

где $\varphi_j, j = \overline{1, N}$ — эйлеровы углы.

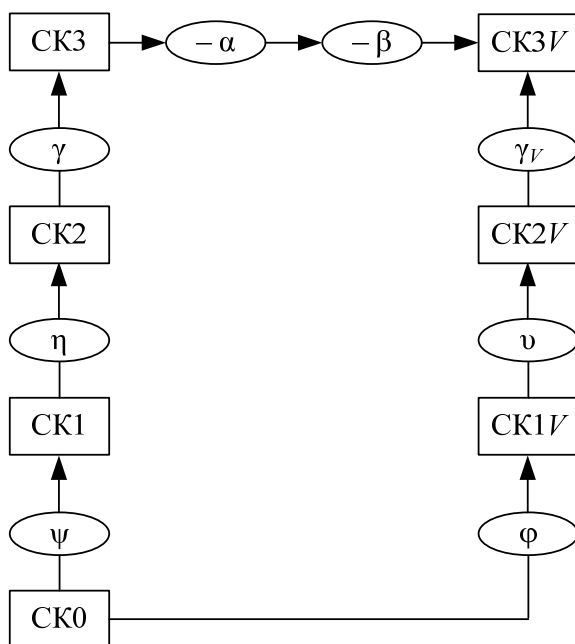


Рис. 5. Схема преобразования систем координат

При последовательном переходе от системы координат CK1 к системе координат CK h через промежуточные системы CK2, ..., CK($h-1$) результирующая матрица перехода задается формулой

$$A_{1;h} = A_{(h-1);h} \cdot \dots \cdot A_{2;3} \cdot A_{1;2}.$$

Матрица обратного перехода определяется формулой $A_{h;1} = [A_{1;h}]^T$, иначе говоря, обратное вращение задается теми же матрицами с заменой одноименных углов на их отрицательные значения. Другой способ получения матрицы обратного элементарного вращения состоит, как известно, в транспонировании матрицы прямого элементарного поворота.

Строка матрицы $A_{0;3}(\gamma \ \eta \ \psi)$, задающей переход от нормальной системы координат к связанной (CK0→CK3), — строка из компонентов одного из единичных векторов (ортов) системы координат CK3 в системе координат CK0. Столбец этой же матрицы является

столбцом из компонентов единичного вектора (орта) системы координат СК0 в системе координат СК3. Это правило удобно использовать, выполняя различные преобразования компонент векторов при переходе от одной системы координат к другой. Аналогично можно пересчитывать и любые иные варианты для единичных (направляющих) векторов осей координат, скоростей ($e_V = V/|V|$) и т. п. При переходе от нормальной земной системы координат к траекторной СК0→СК1V→СК2V→СК3V матрицы элементарного поворота имеют такую же структуру и могут быть получены простой заменой переменных ($\psi \rightarrow \varphi$; $\eta \rightarrow \nu$; $\gamma \rightarrow \gamma_V$).

Переход от траекторной системы координат СК3V к связанной СК3 выполняется с помощью двух поворотов — на угол дрейфа (увода) β и на угол атаки α . Получение необходимых матриц перехода на основе обычных геометрических построений затруднительно. То же можно сказать о других переходах от связанных систем координат к скоростным и обратно с использованием углов атаки и дрейфа, что в ряде случаев может быть необходимо, например при описании аэродинамических сил.

В этих случаях обычно применяют следующий прием. Например, переход СК0→СК3V можно осуществить двумя путями (рис. 5):

- с помощью трех последовательных вращений на углы φ , ν , γ_V ;
- с помощью пяти последовательных вращений на углы ψ , η , γ , $-\alpha$, $-\beta$.

Отсюда следует, что из приведенных восьми углов только любые пять являются независимыми, а остальные три могут быть определены из системы матричных уравнений, описывающих факт совпадения результата независимо от пути его получения. Например,

$$A_{1,3V} = A(-\beta_1 \ \nu \ \gamma_V) = A(\eta \ \gamma \ -\alpha \ -\beta).$$

Члены этого равенства развертываются в произведения матриц элементарных вращений с помощью ранее приведенных формул и решается полученное матричное уравнение. Обычно считают, что угол γ близок к углу γ_V , хотя с ростом углов атаки и дрейфа погрешность этого приближения возрастает.

Кинематические уравнения движения корпуса БТА представляют собой соотношения между производными по времени от углов элементарного поворота системы координат СК3 и проекциями вектора угловой скорости корпуса БТА на оси связанной системы координат СК3. Обычно при исследованиях движения наземных транспортных средств эти соотношения используют в крайне упрощенной форме, которая не применима при исследованиях движения БТА. Рассматривая случай трех вращений СК3 относительно СК0 на углы ψ , η и γ и используя век-

торно-матричную форму, можно получить кинематическое уравнение в форме Эйлера, описывающее вращательное движение корпуса БТА применительно к введенным ранее системам координат:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \psi \\ \eta \\ \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\sin(\gamma)}{\cos(\eta)} & \frac{\cos(\gamma)}{\cos(\eta)} \\ 0 & \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) \\ 1 & \operatorname{tg}(\gamma)\sin(\eta) & \operatorname{tg}(\gamma)\cos(\eta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_{x3} \\ \omega_{y3} \\ \omega_{z3} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Положение точки O_0 относительно земной системы координат СК0* определяет радиус-вектор \mathbf{R}_0 , поэтому траектория движения центра масс корпуса БТА описывается уравнением

$$\frac{d\mathbf{R}_0}{dt} = \mathbf{V}_0.$$

Это уравнение можно записать в скалярной форме разными способами в соответствии с решаемой задачей. Практически вид скалярных уравнений зависит только от того, на какие оси и какой системы координат проецируют векторы \mathbf{R}_0 и \mathbf{V}_0 . Например, при решении задач навигационного типа удобно проецировать векторы на оси земной (СК0*) или переносной (СК0) систем координат, которые не вращаются в земном пространстве. В этом случае

$$\mathbf{R}_0 = [X_0^* \quad Y_0^* \quad Z_0^*]^T,$$

$$\mathbf{V}_0 = [V_{0.x0}^* \quad V_{0.y0}^* \quad V_{0.z0}^*]^T.$$

Дифференцирование выполняется относительно неподвижного пространства СК0*, поэтому

$$\frac{d[X_0^* \quad Y_0^* \quad Z_0^*]^T}{dt} = [V_{0.x0}^* \quad V_{0.y0}^* \quad V_{0.z0}^*]^T.$$

Вектор скорости \mathbf{V}_0 удобнее задавать проекциями на оси связанной системы координат СКЗ (более строго — на оси траекторной системы координат СКЗУ). Это связано с тем, что бортовые приборы БТА и его экипаж оценивают в первую очередь проекцию вектора \mathbf{V}_0 на продольную ось машины, которая обычно совпадает с осью OX_3 системы координат СКЗ. Результаты этой оценки или измерений служат основой для суждения о характере движения БТА и принятия управленческих решений. На втором месте по важности находится оценка водителем (бортовой системой управления) скорости бокового смещения своего рабочего места (места установки датчика) по

нормали к продольной плоскости симметрии туловища (диаметральной плоскости корпуса), т. е. в направлении оси OY_3 :

$$\begin{bmatrix} V_{0.x0} & V_{0.y0} & V_{0.z0} \end{bmatrix}^T = A_{3,0} \begin{bmatrix} V_{0.x3} & V_{0.y3} & V_{0.z3} \end{bmatrix}^T.$$

Вектор \mathbf{R}_0 более удобно задавать проекциями на оси системы координат $СК0^*$, так как обычно необходимо знать «абсолютную» траекторию центра масс именно в земном пространстве.

Учитывая эти соображения, можно получить следующую систему кинематических уравнений:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} X_0^* \\ Y_0^* \\ Z_0^* \end{pmatrix} = A_{3;0} \begin{pmatrix} V_{0.x3} \\ V_{0.y3} \\ V_{0.z3} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} A_{(3;0) 1,1} &= [\cos(\eta) \cdot \cos(\psi)]; \\ A_{(3;0) 1,2} &= [-\cos(\gamma) \cdot \sin(\psi) + \sin(\gamma) \cdot \sin(\eta) \cdot \cos(\psi)]; \\ A_{(3;0) 1,3} &= [\sin(\gamma) \cdot \sin(\psi) + \cos(\gamma) \cdot \sin(\eta) \cdot \cos(\psi)]; \\ A_{(3;0) 2,1} &= [\cos(\eta) \cdot \sin(\psi)]; \\ A_{(3;0) 2,2} &= [\cos(\gamma) \cdot \cos(\psi) + \sin(\gamma) \cdot \sin(\eta) \cdot \sin(\psi)]; \\ A_{(3;0) 2,3} &= [\sin(\gamma) \cdot \cos(\eta)]; \quad A_{(3;0) 3,1} = [\sin(\gamma)]; \\ A_{(3;0) 3,2} &= [\sin(\gamma) \cdot \cos(\eta)]; \quad A_{(3;0) 3,3} = [\cos(\gamma) \cdot \cos(\eta)]. \end{aligned}$$

Формулы (1) и (2) образуют полную систему кинематических уравнений, описывающих поступательное и вращательное движение корпуса БТА в неподвижном земном пространстве $СК0^*$. Однако известно, что кинематические уравнения в форме Эйлера и ее модификации обладают рядом существенных недостатков. В частности, эти уравнения вырождаются при приближении одного из определяющих углов к 90° . Это может быть неудобно при решении задач, предполагающих произвольное маневрирование БТА по курсу. Если уравнения вырождаются по углу крена, такая модель затрудняет исследование процесса опрокидывания БТА. Кроме того, при многократном численном преобразовании координат тригонометрические функции увеличивают время счета и нужный для этого объем памяти ЭВМ. Наконец, при численном решении задачи об ориентации твердого тела наблюдается самопроизвольное изменение длины базисных единичных векторов из-за накопления погрешности счета. При больших отрезках времени это требует периодической коррекции решения по

дополнительной информации о невязке или введения дополнительных членов в исходные уравнения.

Проблема может быть разрешена использованием для описания пространственной ориентации корпуса БГА гиперкомплексных чисел (кватернионов) и некоторым изменением исходных кинематических уравнений для автоматической коррекции «ухода нормы кватерниона» [3] — эффекта, аналогичного по своей природе самопроизвольному изменению длины базисных векторов.

Компоненты λ_i , $i = 0, \dots, 3$ кватерниона Λ результирующего поворота СК0 \rightarrow СК3 для системы углов Крылова определяются следующими формулами:

$$\begin{aligned}\lambda_0 &= \cos\left(\frac{\Psi}{2}\right)\cos\left(\frac{\eta}{2}\right)\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \sin\left(\frac{\Psi}{2}\right)\sin\left(\frac{\eta}{2}\right)\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right), \\ \lambda_1 &= \cos\left(\frac{\Psi}{2}\right)\cos\left(\frac{\eta}{2}\right)\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) - \sin\left(\frac{\Psi}{2}\right)\sin\left(\frac{\eta}{2}\right)\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right), \\ \lambda_2 &= \cos\left(\frac{\Psi}{2}\right)\sin\left(\frac{\eta}{2}\right)\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \sin\left(\frac{\Psi}{2}\right)\cos\left(\frac{\eta}{2}\right)\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right), \\ \lambda_3 &= -\cos\left(\frac{\Psi}{2}\right)\sin\left(\frac{\eta}{2}\right)\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \sin\left(\frac{\Psi}{2}\right)\cos\left(\frac{\eta}{2}\right)\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right).\end{aligned}$$

Обратный переход от компонентов кватерниона результирующего поворота Λ к углам Крылова осуществляют по формулам

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \Psi &= \frac{2(\lambda_0\lambda_3 + \lambda_1\lambda_2)}{(\lambda_0^2 + \lambda_1^2 - \lambda_2^2 - \lambda_3^2)}, \\ \sin \eta &= 2(\lambda_0\lambda_2 - \lambda_1\lambda_3), \\ \operatorname{tg} \gamma &= \frac{2(\lambda_0\lambda_1 + \lambda_2\lambda_3)}{(\lambda_0^2 - \lambda_1^2 - \lambda_2^2 + \lambda_3^2)}.\end{aligned}$$

В этом случае исходные кинематические уравнения в проекциях на оси связанного базиса СК3 имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}\frac{d\lambda_0}{dt} &= \frac{1}{2}(-\lambda_1\omega_{x3} - \lambda_2\omega_{y3} - \lambda_3\omega_{z3}), \\ \frac{d\lambda_1}{dt} &= \frac{1}{2}(\lambda_0\omega_{x3} - \lambda_3\omega_{y3} + \lambda_2\omega_{z3}), \\ \frac{d\lambda_2}{dt} &= \frac{1}{2}(\lambda_3\omega_{x3} + \lambda_0\omega_{y3} - \lambda_1\omega_{z3}), \\ \frac{d\lambda_3}{dt} &= \frac{1}{2}(-\lambda_2\omega_{x3} + \lambda_1\omega_{y3} + \lambda_0\omega_{z3}).\end{aligned}$$

Одновременно должно выполняться условие нормированности кватерниона Λ : $|\Lambda|^2 = \lambda_0^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = 1$. В процессе вычислений это условие может самопроизвольно нарушаться, т. е. происходит так называемый уход нормы кватерниона. Для исправления последствий этого эффекта можно периодически сравнивать с единицей фактическую норму кватерниона, которая определяется по его компонентам, вычисленным на данный момент, и проводить принудительное нормирование, после чего продолжать вычисления. Однако уход нормы можно компенсировать автоматически, вводя дополнительные члены в кинематические уравнения [3].

Если параметр k находится в интервале $0 < k < 1$, по мере нарастания времени счета норма кватерниона результирующего поворота автоматически «прижимается» к единице. В работе [3] не приведены рекомендации для точного выбора конкретного числового значения параметра, но показано, что обычно параметр должен быть в середине интервала, т. е. принимают значение $k = 0,5$. Если результат оказывается недостаточно хорошим, его исправляют, подбирая для данной задачи оптимальные значения параметра путем численного эксперимента, но обязательно соблюдая условие $|k| < 1$. Кинематические уравнения с автоматической компенсацией нормы кватерниона результирующего поворота имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda_0}{dt} &= \frac{1}{2}(-\lambda_1\omega_{x3} - \lambda_2\omega_{y3} - \lambda_3\omega_{z3}) - k(|\Lambda|^2 - 1)\lambda_0, \\ \frac{d\lambda_1}{dt} &= \frac{1}{2}(\lambda_0\omega_{x3} - \lambda_3\omega_{y3} + \lambda_2\omega_{z3}) - k(|\Lambda|^2 - 1)\lambda_1, \\ \frac{d\lambda_2}{dt} &= \frac{1}{2}(\lambda_3\omega_{x3} + \lambda_0\omega_{y3} - \lambda_1\omega_{z3}) - k(|\Lambda|^2 - 1)\lambda_2, \\ \frac{d\lambda_3}{dt} &= \frac{1}{2}(-\lambda_2\omega_{x3} + \lambda_1\omega_{y3} + \lambda_0\omega_{z3}) - k(|\Lambda|^2 - 1)\lambda_3. \end{aligned}$$

Уравнения движения корпуса БТА в сборе с целевым оборудованием описывают движение его центра масс и движение вокруг центра масс в соответствующих системах координат. Чтобы получить уравнения движения подрессоренной части вокруг центра масс обычно проецируют векторное уравнение моментов $\frac{d\mathbf{K}}{dt} = \mathbf{M}$ на оси связанной системы координат СКЗ.

Для упрощения промежуточных формул и в соответствии с традиционным подходом введем (на этапе вывода) обозначения для эле-

ментов тензора инерции: $I_x = A$, $I_y = B$, $I_z = C$, $I_{yz} = D$, $I_{xz} = E$, $I_{xy} = F$ и проекций вектора угловой скорости Ω на оси связанной системы координат СКЗ: $\omega_{x3} = p$, $\omega_{y3} = q$, $\omega_{z3} = r$.

В этих обозначениях вектор момента количества движения задается матрицей инерции

$$\begin{pmatrix} \sigma_{x3} \\ \sigma_{y3} \\ \sigma_{z3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & -F & -E \\ -F & D & -D \\ -E & -D & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}.$$

При традиционном подходе к изучению движения наземных транспортных средств обычно предполагают, что оси связанной системы СКЗ, ориентированной вдоль осей симметрии корпуса БТА, совпадают с главными центральными осями инерции корпуса, а часто и всего агрегата в сборе. Это допущение позволяет радикально упростить структуру уравнений движения БТА, но в большинстве случаев оно не подтверждается при анализе весовой сводки сложных крупногабаритных БТА типа многоосных специальных колесных шасси с грузом или транспортных систем на воздушной подушке. Как правило, главные центральные оси оказываются ощутимо развернутыми относительно осей связанной системы координат СКЗ, расположенной естественным образом относительно корпуса БТА. Решение уравнений движения относительно такой повернутой системы координат теряет наглядность и требует дополнительного истолкования или последующего пересчета в более естественные системы координат. В то же время аналитическое решение полной системы упрощенных уравнений движения БТА в целом недостижимо, а технические возможности современных вычислительных комплексов практически полностью нивелируют преимущества от использования уравнений с упрощенной структурой.

Обозначая $(L; M; N)$ проекции вектора главного момента внешних сил, действующих на корпус БТА, на оси связанной системы координат СКЗ нетрудно показать (промежуточные выкладки имеют чисто технический характер и могут быть опущены), что уравнения движения корпуса БТА в форме Коши, записанные относительно осей связанной системы координат СКЗ, имеют вид

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} qr \\ rp \\ pq \end{pmatrix} + Q \begin{pmatrix} p^2 \\ q^2 \\ r^2 \end{pmatrix} + W \begin{pmatrix} L \\ M \\ N \end{pmatrix},$$

где

$$P_{11} = \frac{-B(C^2 + D^2 + E^2) + C(B^2 + D^2 + F^2)}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$P_{12} = \frac{F(C^2 + 2D^2) + (-BCF - AFC - AED + EDC + BED)}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$P_{13} = \frac{-E(B^2 + 2D^2) + (EBC - FCD - FDB + AFD + ABE)}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$P_{21} = \frac{-F(C^2 + 2E^2) + (ACF - ADE + FCB + EDB - EDC)}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$P_{22} = \frac{A(C^2 + D^2 + E^2) - C(A^2 + E^2 + F^2)}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$P_{23} = \frac{D(A^2 + 2E^2) + (EFC - ACD - ADB - EFB + AEF)}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$P_{31} = \frac{E(B^2 + 2F^2) + (-FDC - BEC + FDB + ADF - ABE)}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$P_{32} = \frac{-D(A^2 + 2F^2) + (-BEF - AEF + EFC + ABD + ADC)}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$P_{33} = \frac{-A(B^2 + D^2 + F^2) + B(A^2 + E^2 + F^2)}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$Q_{11} = \frac{D(-E^2 + F^2) + (-EFC + BEF)}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$Q_{12} = \frac{E(E^2 + F^2) + EF(B - C)}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$Q_{13} = \frac{-D(D^2 + F^2) + D(CD - EF)}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$Q_{21} = \frac{E(E^2 + F^2) + A(-CE + DF)}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$Q_{22} = \frac{E(D^2 - F^2) + DF(C - A)}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$Q_{23} = \frac{-E(E^2 + D^2) + C(AE - DF)}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$Q_{31} = \frac{-F(F^2 + E^2) + A(BF - DE)}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$Q_{32} = \frac{F(F^2 + D^2) + B(-AF + BE)}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$Q_{33} = \frac{F(E^2 - D^2) + ED(A - B)}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$W_{11} = \frac{BC - D^2}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$W_{12} = \frac{FC + ED}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$W_{13} = \frac{FD + BE}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$W_{21} = \frac{FC + ED}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$W_{22} = \frac{AC - E^2}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$W_{23} = \frac{AD + EF}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$W_{31} = \frac{FD + BE}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$W_{32} = \frac{AD + EF}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2};$$

$$W_{33} = \frac{AB - F^2}{ABC - AD^2 - 2DEF - BE^2 - CF^2}.$$

В частном случае, когда оси связанной системы координат СКЗ одновременно являются главными центральными осями инерции корпуса БТА, $E = D = F = 0$ и, следовательно,

$$P = \begin{pmatrix} (B-C)/A & 0 & 0 \\ 0 & (C-A)/B & 0 \\ 0 & 0 & (A-B)/C \end{pmatrix},$$

$$Q = 0,$$

$$W = \begin{pmatrix} 1/A & 0 & 0 \\ 0 & 1/B & 0 \\ 0 & 0 & 1/C \end{pmatrix},$$

и уравнение вращательного движения корпуса БТА в форме Коши примет более простой и привычный вид:

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} qr \\ rp \\ pq \end{pmatrix} + W \begin{pmatrix} L \\ M \\ N \end{pmatrix}.$$

В общем случае на корпус БТА действуют следующие внешние силы (с учетом того, что корпус освобожден от всех внешних связей, которые заменяются реакциями связей, приложенными в соответствующих точках):

- сила тяжести, проходящая через точку O_0 и действующая вдоль оси OZ_0 , момент которой равен 0;
- аэродинамические силы, которые можно привести к главному аэродинамическому вектору $(XA \ YA \ ZA)^T$, приложенному в точке O_0 , и главному аэродинамическому моменту $(LA \ MA \ NA)^T$;
- реакции связей в точках присоединения направляющего аппарата подвески, которые в общем случае также приводятся к соответствующим главным векторам и главным моментам, приложенным в некоторых точках, которые условно назовем главными точками подвески.

Предположим, что точки приведения реактивных сил и моментов для каждого из направляющих аппаратов подвески заданы. Эти точки будем также условно называть точками крепления направляющего аппарата подвески или точками крепления подвески.

Индексами $i = 1, 2$ будем обозначать принадлежность объекта к борту БТА, считая индексы возрастающими вдоль оси OY_3 (т. е. $i = 1$ — правый борт по ходу движения, $i = 2$ — левый борт). Индексом j будем обозначать принадлежность объекта к некоторой «оси» БТА, считая индексы возрастающими вдоль оси OX_3 (т. е. $i = 1$ — крайняя кормовая, последняя в обычном понимании, ось; N — крайняя носовая, первая в обычном понимании, ось БТА).

Под вектором главного реактивного момента будем понимать сумму главных векторов реактивных моментов, действующих на корпус в каждой (i, j) -й точке крепления. В соответствии с этим определением вектор главного реактивного момента действует в центре масс корпуса БТА точке в точке O_0 .

Обозначим компоненты вектора главного реактивного момента (в системе координат СКЗ) следующим образом:

$$(LR \quad NR \quad MR)^T = (M_{x3} \quad M_{y3} \quad M_{z3})^T = \sum_{i,j} (M_{x3.ij} \quad M_{y3.ij} \quad M_{z3.ij})^T.$$

Теперь уравнения вращательного движения корпуса БТА в форме Коши можно записать следующим образом:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \omega_{x3} \\ \omega_{y3} \\ \omega_{z3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} qr \\ rp \\ pq \end{pmatrix} + Q \begin{pmatrix} p^2 \\ q^2 \\ r^2 \end{pmatrix} + W \left[\begin{pmatrix} LA \\ MA \\ NA \end{pmatrix} + \sum_{i,j} \begin{pmatrix} M_{x3.ij} \\ M_{y3.ij} \\ M_{z3.ij} \end{pmatrix} \right]. \quad (3)$$

При выводе формулы (3) предполагали, что реактивные силы в точках крепления подвески приводятся к центру масс таким способом, чтобы сразу получить компоненты, ориентированные вдоль осей системы координат СКЗ. Аналогичное предположение сделано относительно компонентов векторов реактивных моментов, которые уже в точке крепления подвески представляют собой компоненты, ориентированные вдоль осей системы координат СКЗ.

Ось «свечи» направляющего аппарата подвески может не совпадать с направлением оси OZ_3 системы координат СКЗ. В этом случае удобнее ориентировать компоненты реактивных сил вдоль оси каждой «свечи», а не вдоль оси OZ_3 . При таком подходе сначала определяют (в форме проекций на оси промежуточной системы координат СКЗ Π_{ij} , связанной с направляющим аппаратом подвески) реактивные силы и моменты для каждой из «свечей», приведенные к точке ее крепления к корпусу. Затем реактивные силы и моменты приводят к центру масс корпуса (центру системы координат СКЗ в точке O). Естественно, что в ходе этого приведения компоненты векторов реактивных моментов и реактивных сил оказываются ориентированными вдоль осей соответствующих промежуточных систем координат СКЗ Π_{ij} , перемещенных в точку O . Далее вычисляют компоненты этих векторов в системе координат СКЗ, что соответствует переходу СКЗ Π_{ij} →СКЗ. При этом приходится вводить $(i \times j)$ связанных систем координат подвесок СКЗ Π_{ij} с центрами в точках крепления подвесок Π_{ij} .

Для единства модели удобно задавать взаимное положение систем координат СКЗ и СКЗ Π_{ij} с помощью той же системы углов Эй-

лера, которую применяют для описания взаимного положения систем координат СК0 и СК3.

Соответствующее преобразование координат описывается матрицами

$$\text{СК3} \rightarrow \text{СК3П}_{ij} : A_{3,3\text{П}.ij},$$

$$\text{СК3П}_{ij} \rightarrow \text{СК3} : A_{3\text{П}.ij,3} = A_{3,3\text{П}.ij}^T.$$

Если при этом компоненты вектора главного реактивного момента каждого из опорно-ходовых модулей («свечей» подвески) заданы в системе координат СК3П_{ij}, а взаимная ориентация систем координат определена с помощью системы углов Эйлера ($\psi_{\text{П}.ij}$ $\eta_{\text{П}.ij}$ $\gamma_{\text{П}.ij}$), то уравнение движения корпуса БТА можно записать в следующей форме:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \omega_{x3} \\ \omega_{y3} \\ \omega_{z3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} qr \\ rp \\ pq \end{pmatrix} + Q \begin{pmatrix} p^2 \\ q^2 \\ r^2 \end{pmatrix} + W \left[\begin{pmatrix} LA \\ MA \\ NA \end{pmatrix} + \sum_{i,j} A_{3\text{П}.ij,3} \begin{pmatrix} M_{x3.\text{П}.ij} \\ M_{y3.\text{П}.ij} \\ M_{z3.\text{П}.ij} \end{pmatrix} \right],$$

где

$$A_{3.\text{П}i,i.3.1,1} = [\cos(\eta_{3\text{П}.i,j}) \cos(\psi_{3\text{П}.i,j})];$$

$$A_{3.\text{П}i,i.3.1,2} = [-\cos(\gamma_{3\text{П}.i,j}) \sin(\psi_{3\text{П}.i,j}) + \sin(\gamma_{3\text{П}.i,j}) \sin(\eta_{3\text{П}.i,j}) \cos(\psi_{3\text{П}.i,j})];$$

$$A_{3.\text{П}i,i.3.1,3} = [\sin(\gamma_{3\text{П}.i,j}) \sin(\psi_{3\text{П}.i,j}) + \cos(\gamma_{3\text{П}.i,j}) \sin(\eta_{3\text{П}.i,j}) \cos(\psi_{3\text{П}.i,j})];$$

$$A_{3.\text{П}i,i.3.2,1} = [\cos(\eta_{3\text{П}.i,j}) \sin(\psi_{3\text{П}.i,j})];$$

$$A_{3.\text{П}i,i.3.2,2} = [\cos(\gamma_{3\text{П}.i,j}) \cos(\psi_{3\text{П}.i,j}) + \sin(\gamma_{3\text{П}.i,j}) \sin(\eta_{3\text{П}.i,j}) \sin(\psi_{3\text{П}.i,j})];$$

$$A_{3.\text{П}i,i.3.2,3} = [\sin(\gamma_{3\text{П}.i,j}) \cos(\eta_{3\text{П}.i,j})];$$

$$A_{3.\text{П}i,i.3.3,1} = [\sin(\gamma_{3\text{П}.i,j})];$$

$$A_{3.\text{П}i,i.3.3,2} = [\sin(\gamma_{3\text{П}.i,j}) \cos(\eta_{3\text{П}.i,j})];$$

$$A_{3.\text{П}i,i.3.3,3} = [\cos(\gamma_{3\text{П}.i,j}) \cos(\eta_{3\text{П}.i,j})].$$

Углы Эйлера – Крылова ($\psi_{\text{П}.ij}$ $\eta_{\text{П}.ij}$ $\gamma_{\text{П}.ij}$) могут быть переменными, например, при податливом корпусе в месте крепления «свечей» подвески или при принудительном изменении положения направляющего аппарата относительно корпуса БТА. В частности, при жестком

корпусе и управляемых колесах, поворот которых осуществляется некоторым механизмом (рулевым агрегатом) относительно оси стойки, имеем $\eta_{\Pi,ij} = \text{const}$ и $\gamma_{\Pi,ij} = \text{const}$, а угол $\psi_{\Pi,ij}$ является углом поворота колеса. Момент $M_{z3\Pi,ij}$ создается механизмом поворота колеса.

Уравнения поступательного движения центра масс корпуса можно записать в двух различных формах в зависимости от того, в какой форме задан вектор скорости V_0 центра масс.

При решении основной задачи о движении БТА вектор V_0 обычно задают проекциями на оси связанной системы координат СКЗ. В этом случае

$$j_0 = \left. \frac{dV_0}{dt} \right|_{\text{СК0}} = \left. \frac{dV_0}{dt} \right|_{\text{СКЗ}} + [\Omega; V_0]$$

и, следовательно, уравнение движения центра масс корпуса БТА имеет вид

$$mj_0 = m \left. \frac{dV_0}{dt} \right|_{\text{СК0}} = m \left. \frac{dV_0}{dt} \right|_{\text{СКЗ}} + [\Omega; V_0] = F,$$

где Ω — вектор угловой скорости корпуса БТА (или угловой скорости связанной с ним системы координат СКЗ относительно нормальной системы координат СК0); F — главный вектор внешних сил, действующих на корпус БТА.

В проекциях на оси системы координат СКЗ имеем

$$m \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} V_{0.x3} \\ V_{0.y3} \\ V_{0.z3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_{y3}V_{0.z3} - \omega_{x3}V_{0.y3} \\ \omega_{z3}V_{0.x3} - \omega_{y3}V_{0.z3} \\ \omega_{x3}V_{0.y3} - \omega_{z3}V_{0.x3} \end{pmatrix} = F.$$

На корпус БТА действуют:

а) сила тяжести

$$G_{\text{корп}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -m_{\text{корп}}g \end{pmatrix} \Big|_{\text{СК0}} = -m_{\text{корп}}g \begin{pmatrix} -\sin \eta \\ \cos \eta \sin \gamma \\ \cos \eta \cos \gamma \end{pmatrix},$$

где $m_{\text{корп}}$ — масса корпуса;

б) главный вектор аэродинамических сил $FA = [XA \quad YA \quad ZA]^T \Big|_{\text{СКЗ}}$;

в) главные векторы реакций в точках крепления подвесок $R\Pi_{ij}$.

Тогда уравнения движения центра масс в форме Коши имеют следующий вид:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} V_{0.x3} \\ V_{0.y3} \\ V_{0.z3} \end{pmatrix} = -\frac{1}{m_{\text{корп}}} \begin{pmatrix} \omega_{y3}V_{0.z3} - \omega_{x3}V_{0.y3} \\ \omega_3V_{0.x3} - \omega_3V_{0.z3} \\ \omega_{x3}V_{0.y3} - \omega_{y3}V_{0.z3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} XA + \sum_{i,j} R\Pi_{x3.ij} \\ YA + \sum_{i,j} R\Pi_{y3.ij} \\ ZA + \sum_{i,j} R\Pi_{z3.ij} \end{pmatrix} - g \begin{pmatrix} -\sin \eta \\ \cos \eta \sin \gamma \\ \cos \eta \cos \gamma \end{pmatrix}.$$

При приведении уравнений движения корпуса к форме Коши иногда требуется реализация другого варианта, когда вектор V_0 задан проекциями на оси координат СК0. В этом случае

$$j_0 = \frac{dV_0}{dt} \Big|_{\text{СК0}^* \approx \text{СК0}} = [V_{0.x0} \quad V_{0.y0} \quad V_{0.z0}]^T \Big|_{\text{СК0}^*}$$

и, значит,

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} V_{0.x0} \\ V_{0.y0} \\ V_{0.z0} \end{pmatrix} = \frac{1}{m_{\text{корп}}} \begin{pmatrix} A_{3,0.11} & A_{3,0.12} & A_{3,0.13} \\ A_{3,0.21} & A_{3,0.22} & A_{3,0.23} \\ A_{3,0.31} & A_{3,0.32} & A_{3,0.33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} XA \\ YA \\ ZA \end{pmatrix} + \sum_{i,j} \begin{pmatrix} R\Pi_{x3.ij} \\ R\Pi_{y3.ij} \\ R\Pi_{z3.ij} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Заключение. Таким образом, полная система уравнений движения БТА, полученная в настоящей работе, построена относительно систем координат, которые естественным образом согласуются с характерными особенностями конфигурации корпуса типичных агрегатов, и основана на использовании гиперкомплексных чисел (кватернионов) с автоматической коррекцией «ухода нормы кватерниона». Это позволяет исключить существенные недостатки, которыми обладают кинематические уравнения в форме Эйлера, а также исключить необходимость периодической коррекции решения с использованием дополнительной информации и обеспечить экономию вычислительных ресурсов. При этом предполагается, что главные центральные оси инерции корпуса могут быть произвольным образом ориентированы относительно оси связанной системы координат с традиционной направленностью осей. Эти особенности позволяют использовать полученные уравнения при описании движения БТА, способных к перемещению со значительными скоростями и располагающими ресурсами для выполнения энергичных маневров по всем координатам (в частности, в тех случаях, когда возможно изменение всех угловых координат корпуса БТА в широком диапазоне, а рассматриваемые промежутки времени достаточно велики).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Белоусов Б.Н., Попов С.Д. *Колесные транспортные средства особо большой грузоподъемности. Конструкция, теория, расчет*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006, 728 с.
- [2] Сильвестров М.М., Козниоров Л.М., Пономаренко В.А. *Автоматизация управления летательных аппаратов с учетом человеческого фактора*. Москва, Машиностроение, 1986, 184 с.
- [3] Бранец В.Н., Шмыглаевский И.П. *Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела*. Москва, Главная редакция физико-математической литературы, 1973, 320 с.
- [4] Попов С.Д. Постановка задачи о построении математической модели автомобильного колесного движителя. *Известия вузов. Машиностроение*, 1976, № 2.
- [5] Игнатушин А.П., Купреянов А.А., Ловцов А.Н., Попов С.Д., Смирнов Г.А. Пути уменьшения потерь энергии в многоприводных колесных машинах. *Всероссийная конференция «Научно-технический прогресс в машиностроении и приборостроении» (к 150-летию МВТУ им. Н.Э. Баумана)*. Москва, 1980.
- [6] Игнатушин А.П., Купреянов А.А., Попов С.Д., Смирнов Г.А. О выборе рациональных схем системы трансмиссия – движитель полноприводных автомобилей. *Автомобильная промышленность*, 1984, № 15.
- [7] Купреянов А.А., Попов С.Д., Смирнов Г.А. Расчет потерь энергии в механической трансмиссии полноприводных автомобилей. *Известия вузов. Машиностроение*, 1985, № 1.
- [8] Гучков Д.К., Игнатушин А.П., Купреянов А.А., Ловцов А.Н., Попов С.Д., Смирнов Г.А. Экспериментально-расчетный метод исследования крупногабаритных шин. *Автомобильная промышленность*, 1985, № 12.
- [9] Азаматов Р.А., Попов С.Д., Сазанов И.В., Смирнов Г.А. Полноприводный КамАЗ. *Автомобильная промышленность*, 1992, № 6.
- [10] Попов С.Д. Математическая модель многоосного специального транспортного средства. *Автомобильная промышленность*, 1999, № 11.
- [11] Белоусов Б.Н., Ловцов А.Н., Попов С.Д. Всеколесное рулевое управление для большегрузных многоосных АТС. *Автомобильная промышленность*, 2002, № 3, С. 11–14.
- [12] Купреянов А.А., Попов С.Д., Шеломков С.А. Алгоритм управления электротрансмиссией многоосного полноприводного шасси. *Сб. научных докладов международной конференции*. Москва, МГИУ, 2003, 520 с.
- [13] Комиссаров Д.С., Попов С.Д. Разработка модели криволинейного движения сочлененного колесного транспортера. *Сб. научных докладов международной конференции*. Москва, МГИУ, 2003, 520 с.
- [14] Изосимов Д.Б., Ключков О.Г., Попов С.Д. Вопросы построения перспективного асинхронного тягового привода. Часть 1. Методика предпроектной оптимизации асинхронных двигателей для регулируемого тягового привода. *Приводная техника*, 2004, № 2, С. 25–32.
- [15] Попов С.Д. Опыт создания электрического наземного транспорта в Научно-производственном центре «Специальное машиностроение» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Использование нетрадиционных и возобновляемых видов энергии и способы ее хранения. *Международная научно-практическая конференция ЮНЕСКО. Тезисы докладов*. Москва, ЦТС при МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005, 143 с.
- [16] Белоусов Б.Н., Комиссаров Д.С., Нестеров В.Е., Попов С.Д., Щербин А.М. Лабораторно-демонстрационный образец высококомобильной те-

леуправляемой транспортной платформы, адаптированной для использования альтернативного бортового источника энергии. *Приводная техника*, 2007, № 6.

- [17] Попов С.Д. Об одном из возможных подходов к управлению маневром многозвенных колесных платформ. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана* [электронное издание], 2012, вып. 10.
- [18] Попов С.Д. Модель эластичного колеса для случая его возмущенного движения по траектории незначительной кривизны. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана* [электронное издание], 2012, вып. 10.

Статья поступила в редакцию 10.11.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Попов С.Д. Об одном из подходов к описанию движения быстроходных транспортно-технологических агрегатов. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 12. URL: <http://engjournal.ru/catalog/machin/transport/1127.html>

Попов Сергей Дмитриевич родился в 1950 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1973 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Колесные машины» МГТУ им. Н.Э. Баумана, главный конструктор НПЦ «Специальное машиностроение» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: cm-10@narod.ru