

## Численное моделирование газодинамики факела ракетных двигателей

© Ю.И. Димитриенко, М.Н. Коряков, А.А. Захаров

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*Разработана методика численного моделирования газодинамических параметров факела ракетной двигательной установки на твердом топливе. Показано, что численный метод расчета обеспечивает достаточно высокое качество результатов моделирования: он позволяет выявлять «тонкую» структуру газодинамических характеристик факела. Установлено, что в газодинамическом факеле продуктов горения возникает сложная многоскачковая картина течения, образованная системой трех типов взаимопересекающихся скачков: ударной волны, образующейся на границе раздела спутного потока и продуктов горения в факеле, скачка, обусловленного углом раскрытия сопла, ограничивающего внешнюю границу факела, и скачка, обусловленного разностью плотности продуктов горения на срезе сопла и невозмущенного потока. Приведены примеры численного моделирования распределения газодинамических параметров в факеле ракетного твердотопливного двигателя.*

**Ключевые слова:** газовая динамика, численное моделирование, факел ракетного двигателя, твердое топливо, метод TVD.

**Введение.** При проектировании ракетных двигателей обычно основное внимание уделяется газодинамическим процессам внутри рабочего тракта двигателя (в камере сгорания и сопловом блоке). Газодинамика движения продуктов горения после их выхода из сопла (факела), как правило, не рассматривается в проектных исследованиях, поскольку при сверхзвуковом режиме истечения параметры потока за срезом сопла практически не влияют на газодинамику в сопловой части двигателя. Тем не менее проблема изучения газодинамики факела имеет значение для ряда прикладных задач, в частности для контроля работы ракетного двигателя по газодинамическим и излучательным параметрам факела продуктов горения, для решения обратных задач — нахождения термодинамических и термохимических характеристик топлив по характеристикам газодинамики факела, и для других задач. Работ, посвященных численному моделированию газодинамики факела ракетных двигателей, в доступной литературе известно не много: [1–3] и некоторые другие.

Целью настоящей работы было проведение численных расчетов газодинамики факела типового твердотопливного ракетного двигателя с использованием варианта метода ленточных адаптивных сеток [4–12] на основе разностной схемы TVD 2-го порядка точности, обе-

спечивающей получение высокой степени детализации решения без существенного затухания системы скачков в факеле.

**Математическая постановка задачи.** Истечение продуктов горения из сопла кругового сечения можно рассматривать в осесимметричной постановке. Продукты горения в ракетном двигателе на твердом смесевом топливе представляют собой многокомпонентную многофазную газовую смесь. В состав газовой смеси входят твердые частицы сгоревшего топлива (к-фазы), обычно это твердые частицы  $Al_2O_3$  (оксид алюминия) и С (сажа). Химический состав продуктов горения будем считать состоящим из 13 компонентов: О,  $O_2$ , Н,  $H_2$ ,  $HO$ ,  $H_2O$ ,  $CO$ ,  $CO_2$ ,  $N_2$ ,  $NO$ ,  $HCl$ ,  $Cl$ ,  $Cl_2$  [2]. Вследствие неполного сгорания топлива в камере сгорания в струе факела возможно частичное продолжение химических реакций взаимодействия горения, а также догорание к-фазы [13]. При численных расчетах в данной работе этими эффектами пренебрегаем, полагая, что химические реакции в факеле уже не происходят.

Система уравнений газодинамики факела в осесимметричной постановке в цилиндрических координатах имеет следующий вид [7]:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{V}^1}{\partial r} + \frac{\partial \mathbf{V}^2}{\partial z} = \mathbf{F}, \quad (1)$$

где обозначены координатные столбцы неизвестных функций

$$\mathbf{U} = r \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v_r \\ \rho v_z \\ \rho E \end{pmatrix}, \mathbf{V}^1 = r \begin{pmatrix} \rho v_r \\ \rho v_r^2 + p \\ \rho v_z v_r \\ \rho(E + p/\rho)v_r \end{pmatrix}, \mathbf{V}^2 = r \begin{pmatrix} \rho v_z \\ \rho v_r v_z \\ \rho v_z^2 + p \\ \rho(E + p/\rho)v_z \end{pmatrix}, \mathbf{F} = r \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{q} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Здесь  $\rho$  — плотность газовой смеси;  $v_r, v_z$  — компоненты вектора скорости  $\mathbf{v}$  в цилиндрической системе координат  $r, \varphi, z$  (в осесимметричной постановке  $v_\varphi = 0$ ),  $\frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$ ;  $E$  — удельная полная энергия газа:

$E = c_v \theta + \frac{\mathbf{v}^2}{2}$ ;  $\dot{q}$  — суммарный тепловой эффект возможных химических реакций догорания в факеле;  $p$  — давление.

Скоростью диффузии компонентов газовой смеси и твердых фаз будем пренебрегать в отличие от скорости движения всей смеси т. е. принимаем односкоростную модель. Тогда для концентрации газовых и твердых частиц в факеле имеем уравнения сохранения массы ком-

понентов, которые в односкоростном приближении можно записать в полных дифференциалах [7, 14]:

$$\frac{\partial y_j}{\partial t} + v_r \frac{\partial y_j}{\partial r} + v_z \frac{\partial y_j}{\partial z} = \dot{m}_j, \quad j = 1 \dots N, \quad (3)$$

где  $y_j$  — массовые концентрации химических компонентов смеси — твердых и газообразных ( $y_j = \frac{\rho_j}{\rho}$ , где  $\rho_j$  — плотность компонентов);

$N$  — общее количество компонентов в струе, включая  $K$ -твердых фаз:  $k$ -фазу и сажу), и  $N - K$ -газообразных продуктов сгорания топлива,  $\dot{m}_j$  — массовая скорость образования  $j$ -го химического компонента многокомпонентной системы  $j = \overline{1, N}$ .

Характеристики смеси вычисляем по правилам смеси [7, 15]:

$$c_V = \sum_{j=1}^N y_j c_{Vj}, \quad p = \sum_{j=1}^N p_j = \left( \sum_{j=1}^N \frac{\rho_j}{\mu_j} \right) R\Theta = \left( \sum_{j=1}^N \frac{y_j}{\mu_j} \right) \rho R\Theta = \rho \frac{R}{\mu} \Theta = \rho B\Theta, \quad (4)$$

где  $c_V$  — теплоемкость при постоянном давлении смеси  $N$  газов и твердых частиц ( $c_{Vj}$  — удельная теплоемкость  $j$ -го компонента смеси),

$B = \frac{R}{\mu}$  — удельная газовая постоянная;  $R$  — универсальная газовая по-

стоянная;  $\mu = \left( \sum_{j=1}^N \frac{y_j}{\mu_j} \right)^{-1}$  — кажущаяся молекулярная масса смеси.

Область факела ограничена головной ударной волной, отделяющей продукты горения от спутного потока. Поскольку положение головной волны заранее не известно, то область решения системы уравнений (1), (2) была выбрана заведомо шире, чем предполагаемое положение факела. Граничные условия для системы (1), (2) были выбраны следующими:

- на входной области набегающего (спутного) потока, обтекающего сопло ракетного двигателя, имели следующий вид:

$$\rho = \rho_e, \quad v_z = v_e, \quad v_r = 0, \quad \theta = \theta_e, \quad y_j = y_{j0}; \quad (5)$$

- на выходном сечении сопла

$$\rho = \rho_N, \quad v_z = v_N, \quad v_r = 0, \quad \theta = \theta_N, \quad y_j = y_{jN}; \quad (6)$$

- на сверхзвуковой границе выхода потока из рассматриваемой расчетной области

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial v_r}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0; \quad (7)$$

• на границе симметрии ( $r = 0$ )

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad v_r = 0, \quad \frac{\partial v_z}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial y_j}{\partial r} = 0, \quad (8)$$

здесь  $\rho_e, v_e, \theta_e, y_{j0}$  — параметры набегающего потока, в которых плотность  $\rho_e$  и температура  $\theta_e$ , а также давление  $p_e$  были выбраны соответствующими параметрам стандартной атмосферы на высоте  $H$ , а  $y_{j0} = 0$ ; параметры продуктов горения на срезе сопла обозначены как  $\rho_N, v_N, \theta_N, y_{jN}$ .

Начальные условия записываются следующим образом:

$$t = 0: \quad \rho = \rho_0, \quad v_r = v_z = 0, \quad \theta = \theta_0, \quad y_j = y_{j0}. \quad (9)$$

**Методика численного моделирования.** Для решения системы уравнений (1), (3), с граничными (4)–(8) и начальными условиями (9) применялся численный метод ленточных адаптивных сеток с использованием разностной схемы TVD 2-го порядка точности. Описание этого метода и особенности применения схемы TVD для него изложены в работах [4, 7]. Метод является пошаговым и вычисления проводятся итерационно до установления потока, в качестве критерия установления выбирается условие  $\|\rho^{(k)} - \rho^{(l)}\| / \|\rho^{(k)}\| < \delta$ , где  $\|\rho^{(k)}\|$  — норма функции;  $\rho^{(k)}$  и  $\rho^{(l)}$  —  $k$ -я и  $l$ -я итерации по времени;  $\delta$  — заданная точность решения, было принято  $\delta = 10^{-4}$ .

При отсутствии химических реакций в факеле концентрации химических компонентов вычисляются непосредственно для установившегося режима и рассчитываются вдоль линий тока  $L$  из уравнений  $y_j(L) = y_{jN} = \text{const}$ , являющихся следствием (3) и граничных условий (6). Значения  $y_j(r, z)$  в узлах сетки вычисляются интерполяцией значений  $y_j(L)$  на линиях тока. Для численного моделирования применялась достаточно мелкая конечно-разностная регулярная прямоугольная сетка с числом ячеек сетки 5 млн. Все программное обеспечение для проведения численных расчетов, включая генерацию конечно-разностных сеток, разработано авторами на кафедре ФН-11 МГТУ им. Н.Э. Баумана [8].

**Результаты численного моделирования.** По изложенной выше методике были проведены расчеты газодинамических параметров в факеле двигательной установки для различных моментов времени полета и высоты  $H$ . Результаты расчетов приведены на рис. 1–6 и соответствуют следующим начальным значениям параметров спутного

потока, невозмущенного потока воздуха перед факелом и выходного сечения сопла РДТТ:

спутный поток ( $H = 10$  км):

$$p_e = 22013 \text{ Па}, \quad \rho_e = 0,414 \text{ кг/м}^3, \quad v_e = 900 \text{ м/с}, \\ M = 3, \quad \theta_e = 228 \text{ К}, \quad y_{j0} = 0;$$

выходное сечение сопла:

$$p_N = 51100 \text{ Па}, \quad \rho_e = 0,079 \text{ кг/м}^3, \quad v_e = 2890 \text{ м/с}, \quad M = 3, \\ \theta_e = 2257 \text{ К}, \quad y_C = 0,08, \quad y_{\text{Al}_2\text{O}_3} = 0,09, \quad y_{\text{CO}_2} = 0,2, \\ y_{\text{H}_2\text{O}} = 0,25, \quad y_{\text{O}_2} = 0,18.$$

Результаты расчетов показали, что разработанная методика позволяет выявлять «тонкую» структуру газодинамических характеристик факела, в частности, было установлено, что струя факела представляет собой систему трех типов взаимопересекающихся косых скачков. Первый тип скачка представляет собой ударную волну, образующуюся на границе раздела спутного потока и продуктов горения в факеле двигательной установки. Второй тип — условная граница факела, скачок образуется из-за определенного угла раскрытия раструба сопла и конкретных значений вектора скорости продуктов горения в факеле. Эти скачки в зоне истечения из сопла являются косыми ударными волнами, а по мере удаления от выходного сечения сопла скачок становится прямым и очень медленно сужается к оси факела. Третий тип представляет собой систему падающих и отраженных волн. Возникновение этого типа скачков обусловлено скачком плотности продуктов горения на срезе сопла и невозмущенного потока. Чем выше разность этих значений, тем больше значения скачка плотности и других параметров на его фронте. Граница данного типа скачка имеет сложную конфигурацию — в зоне выхода из сопла она представляет собой конусоидальную поверхность. Отражаясь в носике конуса от оси симметрии факела, ударная волна движется по расходящемуся направлению к прямому скачку. Встречаясь с прямым скачком, волна частично проходит через него и движется параллельно первому косому скачку, а частично отражается и движется под отрицательным углом снова в направлении оси симметрии. При встрече с осью симметрии опять происходит отражение скачка и картина повторяется еще раз. В результате формируется система многократно отраженных косых скачков.

Факт наличия такой системы скачков обычно достаточно хорошо виден при полете ракет, и разработанный метод позволяет воспроизво-

дить эту систему с высокой точностью. Наиболее четко можно наблюдать систему всех типов скачков на картине распределения радиальной компоненты скорости (см. рис. 2) и числа Маха (см. рис. 6). Амплитуда отраженных скачков по мере удаления от сопла постепенно уменьшается, так как энергия скачка при каждом отражении от прямого скачка уменьшается.

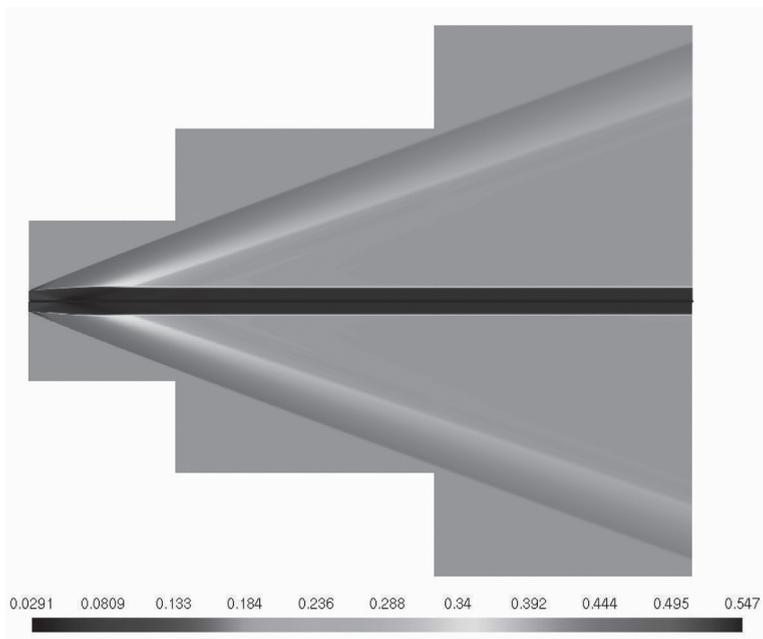


Рис. 1. Распределение плотности  $\rho$  газа,  $\text{кг}/\text{м}^3$

Химические компоненты (твердые и газообразные) в гетерогенной смеси продуктов сгорания располагаются практически полностью в факеле — области, ограниченной вторым типом скачков (прямым скачком). Концентрация твердых частиц углерода в факеле постепенно уменьшается по мере удаления от сопла вследствие догорания углерода в факеле. Также уменьшается содержание кислорода в факеле, вследствие участия его в химической реакции горения углерода. Содержание  $\text{CO}_2$  в факеле увеличивается по мере удаления от сопла из-за сгорания углеродного компонента, а содержание оставшихся компонентов смеси изменяется незначительно. Содержание твердых частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  практически не меняется по длине факела в силу их химической инертности.

**Выводы.** Разработана методика численного моделирования газодинамических параметров факела ракетной двигательной установки на твердом топливе. Очевидно, что численный метод расчета обеспечивает высокое качество результатов моделирования — позволяет выявлять «тонкую» структуру газодинамических характеристик факела.

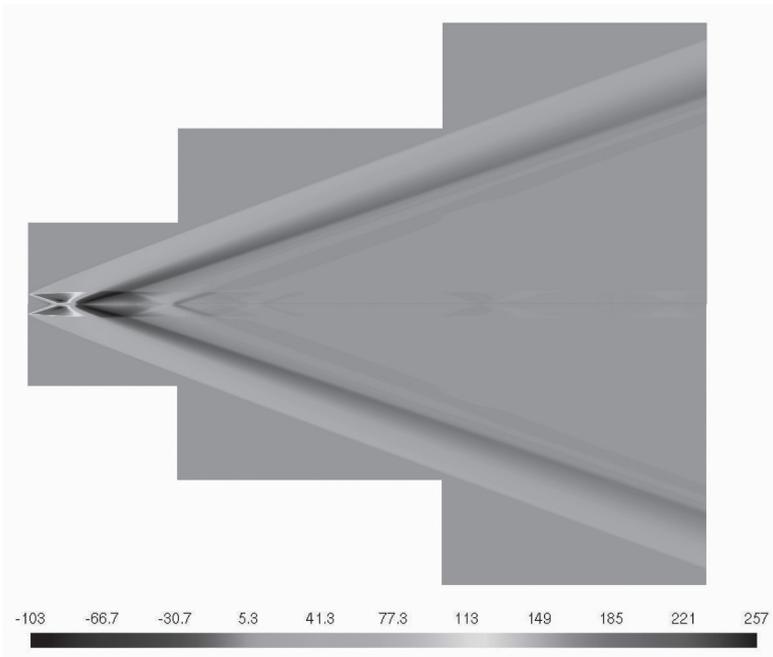


Рис. 2. Распределение радиальной компоненты скорости газового потока, м/с

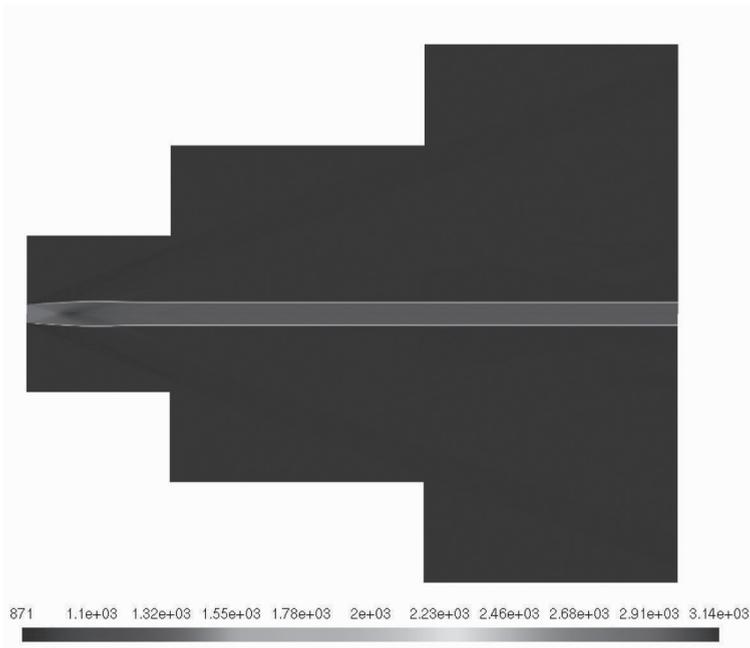
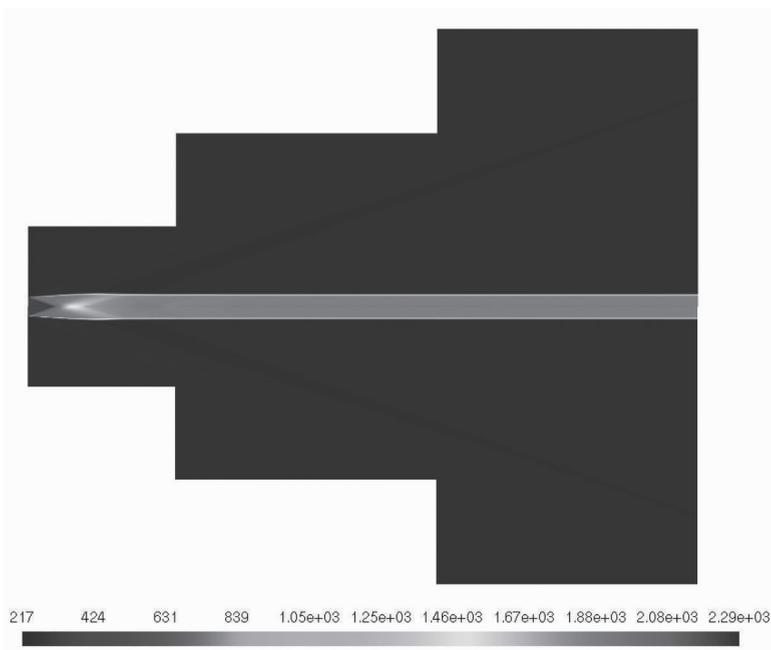
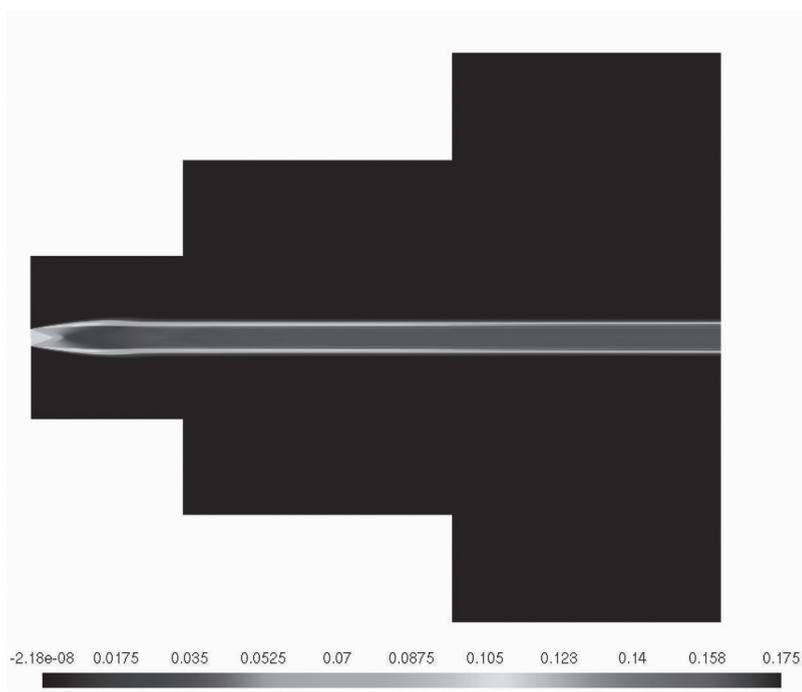


Рис. 3. Распределение осевой компоненты скорости газового потока, м/с



**Рис. 4.** Распределение температуры газа, К



**Рис. 5.** Распределение концентрации твердых частиц, %

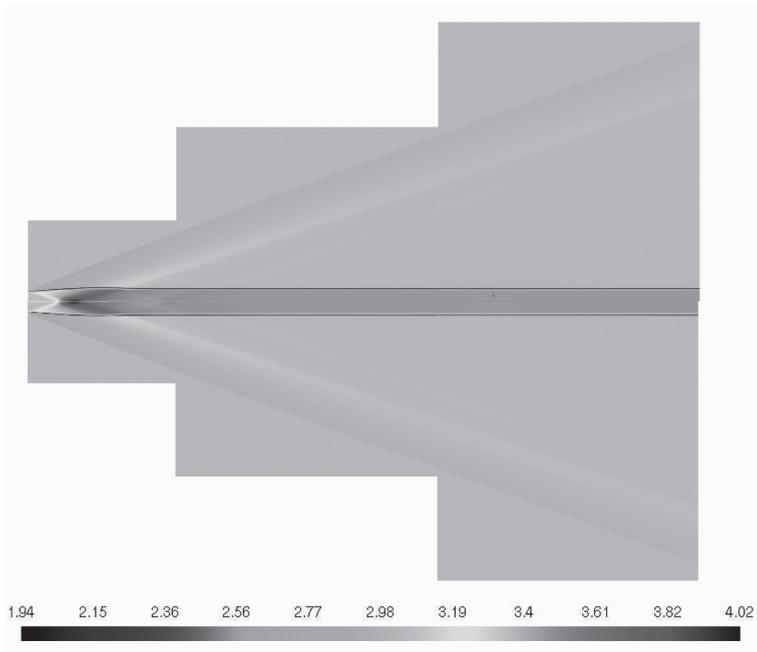


Рис. 6. Распределение числа Маха потока газа



Рис. 7. Распределение концентрации  $\text{CO}_2$ , %



Рис. 8. Распределение концентрации  $\text{H}_2\text{O}$ , %

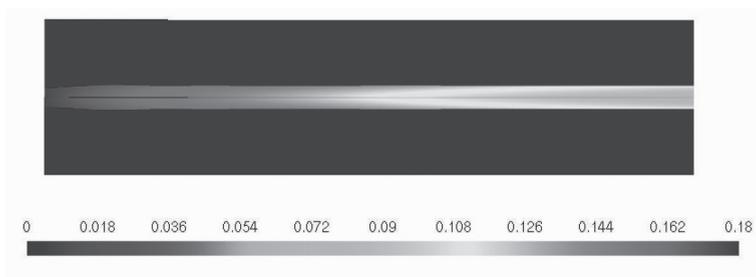


Рис. 9. Распределение концентрации  $O_2$ , %

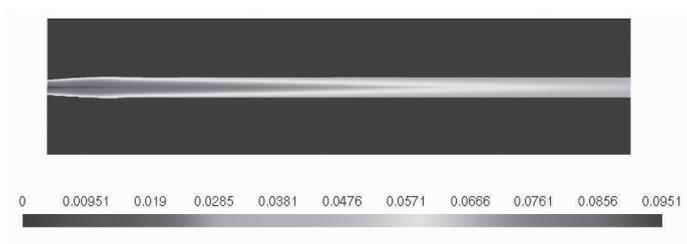


Рис. 10. Распределение концентрации  $C$ , %

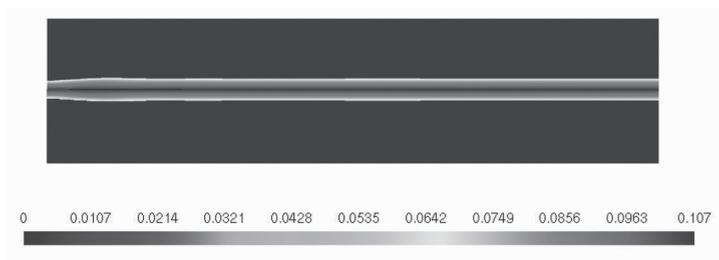


Рис. 11. Распределение концентрации  $Al_2O_3$

Определено, что в газодинамическом факеле продуктов горения возникают течения, образованные системой трех типов взаимопересекающихся скачков: ударной волны, образующейся на границе раздела спутного потока и продуктов горения в факеле; скачка, обусловленного углом раскрыва сопла, ограничивающего внешнюю границу факела, и скачка, обусловленного разностью плотности продуктов горения на срезе сопла и невозмущенного потока. Последний тип скачка, отражаясь от оси симметрии и границы факела, образует систему многократно отраженных волн в факеле. Похожая система скачков реализуется в реальных двигательных установках.

Исследования выполнены при финансовой поддержке грантов Президента РФ МК-3150.2012.8 и МК-3218.2013.8 и Министерства образования и науки РФ (номер НИР 1.5433.2011). Результаты моделирования были получены с использованием суперкомпьютера СКИФ МГУ «Чебышев».

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Нельсон Х.Ф. Влияние рассеяния на ИК-излучение факелов ракет. *Аэрокосмическая техника*, 1986, № 1, с. 128–130.
- [2] Лагуткин В.Н., Пругло А.В., Равдин С.С. Метод расчета пространственных распределений параметров потока смеси частиц и газов. *Тр. XLX науч. конф. «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук»*. МФТИ, 2007, т. 1, с. 126–129.
- [3] Андреев Е.П., Завелевич Ф.С., Макаров И.П. Сравнение результатов расчета ИК-излучения факела с экспериментальными данными, полученными в вакуумной камере. *Оптический журнал*, 1998, т. 65, № 11, с. 34–36.
- [4] Димитриенко Ю.И., Коряков М.Н., Захаров А.А., Сыздыков Е.К. Развитие метода ленточно-адаптивных сеток на основе схем TVD для решения задач газовой динамики. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2011, № 2, с. 87–97.
- [5] Димитриенко Ю.И. Численное моделирование обтекания перспективных гиперзвуковых летательных аппаратов газовыми потоками / *Мат. XVII Международной конф. по вычислительной механике и современным прикладным программным системам*. Москва, 2011, с. 533–535.
- [6] Димитриенко Ю.И., Захаров А.А., Коряков М.Н. Моделирование сопряженных аэрогазодинамических процессов обтекания и теплопереноса в композитных оболочечных конструкциях / *Мат. XXXII всерос. конф. по проблемам науки и технологии*. Миасс, МСНТ, 2012, с. 79–80.
- [7] Димитриенко Ю.И., Котенев В.П., Захаров А.А. *Метод ленточных адаптивных сеток для численного моделирования в газовой динамике*. Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2011, 286 с.
- [8] Димитриенко Ю.И. Разработка программного обеспечения для математического моделирования в задачах сверхзвуковой аэрогазодинамики перспективных летательных аппаратов / *Тр. Междунар. сем. «Супервычисления и математическое моделирование»*. Саров, 2010, с. 148–155.
- [9] Димитриенко Ю.И., Захаров А.А., Коряков М.Н. Модель трехмерного пограничного слоя и ее численный анализ. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*. Спец. вып., 2011, с. 136–150.
- [10] Димитриенко Ю.И., Захаров А.А., Коряков М.Н., Сыздыков Е.К. Численное решение сопряженной задачи аэрогазодинамики и внутреннего теплопереноса в конструкциях гиперзвуковых летательных аппаратов. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2012, вып. 11. URL: [http:// engjournal.ru/catalog/mathmodel/aero/426.html](http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/aero/426.html)
- [11] Димитриенко Ю.И., Захаров А.А., Коряков М.Н. Моделирование газодинамических потоков в каналах сверхзвуковых воздухозаборников на основе модели трехмерного пограничного слоя. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2012, № 2, с. 16.

- [12] Димитриенко Ю.И., Захаров А.А., Абакумов А.С., Коряков М.Н., Сыздыков Е.К. Численное моделирование газовых потоков в каналах воздухозаборников на основе уравнений Навье—Стокса. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки*, 2011, № 4, с. 44–54.
- [13] Шишков А.А., Панин С.Д., Румянцев Б.В. *Рабочие процессы в ракетных двигателях твердого топлива*. Москва, Машиностроение, 1989.
- [14] Лосев С.А., Черный Г.Г., Якубов И.Т., Уманский С.Я. *Физико-химические процессы в газовой динамике*. Т. 1.: *Динамика физико-химических процессов в газе и плазме*. Москва, Изд-во МГУ, 1995. Т. 2: *Физико-химическая кинетика и термодинамика*. Москва, Изд-во МГУ, 2002.
- [15] Краснов Н.Ф. *Аэродинамика*. В 2 т. Москва, Высш. школа, 1980, т. 1, 495 с., т. 2, 416 с.

Статья поступила в редакцию 27.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Димитриенко Ю.И., Коряков М.Н., Захаров А.А. Численное моделирование газодинамики факела ракетных двигателей. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 9. URL: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/flammable/1115.html>

**Димитриенко Юрий Иванович** родился в 1962 г., окончил МГУ им. М.В. Ломоносова в 1984 г. Д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, директор Научно-образовательного центра «Суперкомпьютерное инженерное моделирование и разработка программных комплексов» МГТУ им. Н.Э. Баумана (НОЦ «СИМПЛЕКС»), действительный член академии инженерных наук. Автор более 250 научных работ в области механики сплошной среды, вычислительной механики, нелинейной механики деформируемых сред, термомеханики композитов, математического моделирования в науке о материалах, моделирования в экономике. e-mail: dimit.bmstu@gmail.com

**Коряков Михаил Николаевич** родился в 1987 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2010 г. Аспирант кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 10 работ в области вычислительной газодинамики.

**Захаров Андрей Алексеевич** родился в 1983 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2005 г. Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 20 научных работ в области вычислительной газодинамики, компьютерной геометрии и разработки автоматизированных вычислительных технологий.