

## Метод подавления шума в изображениях на основании кратномасштабного анализа

© Л.Л. Волкова

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*Основываясь на преимуществах кратномасштабного анализа, можно проводить фильтрацию шума, учитывая особенности сигнала. В применении к изображениям разработан метод подавления шума, использующий на этапе фильтрации коэффициентов вейвлет-преобразования гистограмму коэффициентов для определения порога фильтрации по доле вклада фильтруемых коэффициентов в сигнал. Метод апробирован, экспериментально доказана его эффективность в сравнении со стандартными методами, даны рекомендации о выборе параметров фильтрации.*

**Ключевые слова:** *вейвлет-преобразование, кратномасштабный анализ, подавление шума, пороговая фильтрация, фильтрация, цифровая обработка сигналов, вейвлет, фильтрация, шум, изображение.*

Очистка от шума является одной из основных задач цифровой обработки изображений. Любой практический сигнал содержит не только полезную информацию, но и следы некоторых посторонних воздействий (помехи или шум). Шум — дефект изображения, вносимый фотосенсорами и электроникой (электронными схемами) устройств, которые их используют (цифровой фотоаппарат, теле- и видеокамеры и т. п.), а также при программной обработке (редактирование, преобразование форматов, намеренное внесение шума и т. п.). Цифровой шум проявляется в виде случайным образом расположенных элементов раstra (точек), имеющих размеры, близкие к размеру пикселя.

Для подавления шума широко применяются такие методы, как фильтр низких частот, фильтр высоких частот, медианный фильтр, фильтр Гаусса [1]. Наряду с этими методами, ставшими стандартными в области цифровой обработки сигналов, существуют более новые применительно к данной предметной области математические аппараты, использование которых представляется разумным. В их число входят фильтры, основанные на анализе функций, в том числе использующие преобразования Фурье и вейвлет-преобразования.

Кратномасштабный анализ, обладая такими достоинствами, как масштабируемость и возможность локализации (в отличие от преобразования Фурье) в сигнале деталей определенного размера [2], в применении к задаче подавления шума в изображениях позволяет, классифицировав некоторым образом часть деталей как шум, проводить фильтрацию на основе анализа особенностей сигнала [3]. При-

мечательно следующее: после выполнения  $N$ -шагового дискретного вейвлет-преобразования при удалении деталей, классифицированных как шум, из основного сигнала детализирующие сигналы хранят вклады от деталей меньших размеров. В результате, из детализирующих сигналов может быть восстановлена исходная функция [4], а благодаря работе Д.Л. Донохоу и его сотрудников [5] для некоторых шумовых моделей могут быть даны рекомендации по выбору уровня порога для коэффициентов детализирующих сигналов, который позволяет удалить шум, не нарушая важных особенностей сигнала. Стандартные методы, используемые при подавлении шумов в изображениях, такие как медианный фильтр и фильтр Гаусса низких частот, проще в применении, однако не позволяют учитывать особенности сигнала, что сказывается на качестве результата.

Кратномасштабный анализ — математическая конструкция, которая заключается в представлении пространства в виде бесконечной последовательности вложенных подпространств, являющихся отмасштабированными версиями друг друга и связанных определенными свойствами. Де-факто сигнал представляется в виде совокупности его последовательных приближений. Общий вычислительный принцип вейвлет-преобразования следующий: исходный сигнал умножается на некоторую «анализирующую» функцию и интегрируется по временной оси [6]. «Анализирующая» функция зависит от частоты или от размеров деталей, которые должны быть измерены. Анализ проводится при помощи семейства функций, полученных посредством сдвигов «анализирующей» функции, сопровождаемых сжатием или растяжением этой функции [7]. Для анализа используются такие функции, или материнские вейвлеты, как вейвлет Хаара [8], вейвлет Добеши [9], Би-сплайн вейвлет [10, 11] и др.

Ортогональность функций в преобразовании упрощает многие вычисления [6]. Вейвлет-преобразование является ортогональным в отличие от базиса Рисса. Также этот математический аппарат обеспечивает разложение и восстановление сигнала (прямое и обратное преобразование) с точностью восстановления порядка  $1 \cdot 10^{-12}$  [2]. Наличие быстрых алгоритмов вычисления также является важным свойством, так как невозможность практической реализации преобразования в реальном масштабе свело бы на нет все его положительные свойства.

**Общие сведения о кратномасштабном анализе.** Теория кратномасштабного анализа базируется на теории функциональных пространств. Под кратномасштабным анализом понимается описание пространства  $L^2(R)$  через иерархические вложенные подпространства  $V_m$ , которые не пересекаются и объединение которых дает в пределе  $L^2(R)$ , т. е.

$$\dots \subset V_2 \subset V_1 \subset V_0 \subset V_{-1} \subset V_{-2} \subset \dots,$$

$$\bigcap_{m \in \mathbb{Z}} V_m = \{0\}, \quad \overline{\bigcap_{m \in \mathbb{Z}} V_m} = L^2(R), \quad (1)$$

Далее, эти пространства имеют следующее свойство: для любой функции  $f(x) \in V_m$  ее сжатая версия будет принадлежать пространству  $V_{m-1}$ :

$$f(x) \in V_m \Leftrightarrow f(2x) \in V_{m-1}. \quad (2)$$

И, наконец, последнее свойство кратномасштабного анализа: существует такая функция  $\varphi(x) \in V_0$ , что ее сдвиги  $\varphi_{0,n}(x) = \varphi(x - n)$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  образуют ортонормированный базис пространства  $V_0$ .

Так как функции  $\varphi_{0,n}(x)$  образуют ортонормированный базис пространства  $V_0$ , то функции

$$\varphi_{m,n}(x) = 2^{-m/2} \varphi(2^{-m}x - n) \quad (3)$$

образуют ортонормированный базис пространства  $V_m$ . Эти базисные функции называются масштабирующими, так как они создают масштабированные версии функций в  $L^2(R)$ . Из кратномасштабного анализа, определенного выше, следует, что функция  $f(x)$  в  $L^2(R)$  может быть представлена множеством последовательных ее приближений  $f_m(x)$  в  $V_m$ . Другими словами, функция  $f(x)$  есть предел аппроксимаций  $f_m(x) \in V_m$  при  $m$ , стремящемся к минус бесконечности:

$$f(x) = \lim_{m \rightarrow \infty} f_m(x). \quad (4)$$

Отсюда появляется возможность анализа функции или сигнала на различных уровнях разрешения, или масштабах. Переменная  $m$  называется масштабным коэффициентом, или уровнем анализа. Если значение  $m$  велико, то функция в  $V_m$  есть грубая аппроксимация  $f(x)$  и детали отсутствуют. При малых значениях  $m$  имеет место точная аппроксимация. Из определения кратномасштабного анализа следует, что все функции в  $V_m$  могут быть представлены как линейная комбинация масштабирующих функций. В действительности,  $f_m(x)$  есть ортогональная проекция  $f(x)$  на  $V_m$ :

$$f_m = \sum_n \langle \varphi_{m,n}(x), f(x) \rangle \varphi_{m,n}(x) = \sum_n c_{m,n} \varphi_{m,n}(x). \quad (5)$$

Так как  $\varphi(x) = \varphi_{0,0}(x) \in V_0 \subset V_{-1}$ , можно записать

$$\varphi_{0,0}(x) = 2^{1/2} \sum_n h_n \varphi_{-1,n}(x) = 2 \sum_n h_n \varphi(2x - n), \quad (6)$$

где  $h_n$  — некоторая последовательность. Равенство (6) является одним из основных в теории вейвлет-анализа и имеет различные названия в литературе, будем называть его масштабирующим уравнением.

**Представление функций при помощи вейвлетов.** Область  $L^2(R)$  построена из множества «колец», которые представляют собой разность между двумя соседними пространствами [6]. Эти разностные пространства обозначаются через  $W_m$  и определяются как ортогональные дополнения областей  $V_m$  до  $V_{m-1}$ :

$$V_{m-1} = V_m \oplus W_m, \quad \bigcap_{m \in \mathbb{Z}} W_m = \{0\}, \quad \bigcup_{m \in \mathbb{Z}} W_m = V^2(R). \quad (7)$$

Пусть  $\psi(x) = \psi_{0,0}(x)$  — базисная функция  $W_0$ . Так как  $\psi_{0,0}(x) \in W_0 \subset V_{-1}$ , то можно записать

$$\psi_{0,0}(x) = 2^{1/2} \sum_n g_n \varphi_{-1,n}(x) \quad (8)$$

для некоторой последовательности  $g_n$ . По аналогии с ранее рассмотренным множеством функций  $\varphi_{m,n}(x)$  определим семейство вейвлет-функций:

$$\psi_{m,n}(x) = 2^{-m/2} \psi(2^{-m}x - n). \quad (9)$$

Эти функции образуют ортонормированный базис  $L^2(R)$ .

Определение функций вейвлетов позволяет нам записать любую функцию  $f(x) \in L_2(R)$  в виде суммы проекций на  $W_j, j \in \mathbb{R}$ :

$$f(x) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} e_j(x), \quad (10)$$

где

$$e_j(x) = \sum_k \langle \psi_{j,k}(x), f(x) \rangle \psi_{j,k}(x). \quad (11)$$

Если осуществлять анализ функции вплоть до некоторого масштаба  $m$ , то  $f(x)$  будет представлена суммой ее аппроксимаций  $f_m(x) \in V_m$  и множества деталей  $e_j(x) \in W_j$ :

$$\begin{aligned} f(x) &= f_m(x) + \sum_{j=-\infty}^m e_j(x) = \sum_n \langle \varphi_{m,n}(x), f(x) \rangle \varphi_{m,n}(x) + \\ &+ \sum_{j=-\infty}^m \sum_k \langle \psi_{j,k}(x), f(x) \rangle \psi_{j,k}(x) = \sum_n c_{m,n} \varphi_{m,n}(x) + \sum_{j=-\infty}^m d_{j,k} \psi_{j,k}(x). \end{aligned} \quad (12)$$

**Дискретное вейвлет-преобразование.** Формулы для дискретного вейвлет-преобразования нельзя получить просто дискретизацией соответствующих формул непрерывного преобразования [12]. И. Добеши удалось найти метод, позволяющий построить (бесконечную) серию ортогональных вейвлетов, каждый из которых определяется конечным числом коэффициентов [7]. Стало возможным построить алгоритм, реализующий быстрое вейвлет-преобразование на дискретных данных (алгоритм Малла) [13].

Вначале опишем дискретное вейвлет-преобразование (DWT, англ. discrete wavelet transform) в матричном виде, а затем — на основе банков фильтров, что наиболее часто используется при обработке сигналов.

В обоих случаях мы предполагаем, что базисные функции  $\varphi(x)$  и  $\psi(x)$  компактно определены. Это автоматически гарантирует finiteness последовательностей  $h_n$  и  $g_n$ . Далее предположим, что сигнал, подвергаемый преобразованию, имеет длину  $T = 2^d$ ,  $d \in \mathbb{Z}^+$  [6].

**Матричное описание DWT.** Обозначим через вектор  $v^j$  последовательность конечной длины  $c_{j,n}$  для некоторого  $j$ . Он преобразуется в вектор  $v^{j+1}$ , содержащий последовательности  $c_{j+1,n}$  и  $d_{j+1,n}$ , каждая из которых половинной длины. Преобразование может быть записано в виде матричного умножения  $v^{j+1} = M_j v^j$ , где матрица  $M_j$  — квадратная и состоит из нулей и элементов  $h_n$ , умноженных на  $\sqrt{2}$ . В силу свойств  $h_n$  [6], матрица  $M_j$  является ортонормированной, и обратная ей матрица равна транспонированной. В качестве иллюстрации рассмотрим следующий пример. Возьмем фильтр длиной  $L = 4$ , последовательность длиной  $N = 8$ , а в качестве начального значения —  $j = 0$ . Последовательность  $g_n$  получим из  $h_n$  по формуле

$$g_n = (-1)^n h_{-n+2t+1}, \quad (13)$$

где  $t = L/(2 - 1) = 4$ .

Тогда операция матрично-векторного умножения будет представлена в виде

$$\begin{bmatrix} c_{1,0} \\ c_{1,1} \\ c_{1,2} \\ c_{1,3} \\ d_{1,0} \\ d_{1,1} \\ d_{1,2} \\ d_{1,3} \end{bmatrix} = \sqrt{2} \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & & & & \\ & & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & & \\ & & & & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 \\ h_2 & h_3 & & & & & h_0 & h_1 \\ h_3 & -h_2 & h_1 & -h_0 & & & & \\ & & h_3 & -h_2 & h_1 & -h_0 & & \\ & & & & h_3 & -h_2 & h_1 & -h_0 \\ h_1 & -h_0 & & & & & h_3 & -h_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{0,0} \\ c_{0,1} \\ c_{0,2} \\ c_{0,3} \\ c_{0,4} \\ c_{0,5} \\ c_{0,6} \\ c_{0,7} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Обратное преобразование есть умножение  $v^{j+1}$  на обратную матрицу  $M_j^T$ :

$$\begin{bmatrix} c_{0,0} \\ c_{0,1} \\ c_{0,2} \\ c_{0,3} \\ c_{0,4} \\ c_{0,5} \\ c_{0,6} \\ c_{0,7} \end{bmatrix} = \sqrt{2} \begin{bmatrix} h_0 & & h_2 & h_3 & & & & h_1 \\ h_1 & & h_3 & -h_2 & & & & -h_0 \\ h_2 & h_0 & & h_1 & h_3 & & & \\ h_3 & h_1 & & -h_0 & -h_2 & & & \\ h_2 & & & h_1 & h_3 & & & \\ h_3 & h_1 & & -h_0 & -h_2 & & & \\ h_2 & & & h_1 & h_3 & & & \\ h_3 & h_1 & & -h_0 & -h_2 & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{1,0} \\ c_{1,1} \\ c_{1,2} \\ c_{1,3} \\ d_{1,0} \\ d_{1,1} \\ d_{1,2} \\ d_{1,3} \end{bmatrix} \quad (15)$$

Полное DWT заключается в итеративном умножении верхней половины вектора  $v^{j+1}$  на квадратную матрицу  $M_{j+1}$ , размер которой  $2^{d-j}$ . Эта процедура может повторяться  $d$  раз, пока длина вектора не станет равна 1. Последовательность  $h_n$  циклично сдвинута: коэффициенты, выходящие за пределы матрицы справа, помещены в ту же строку слева. Это означает, что DWT есть точно один период длины  $N$  DTWS сигнала  $\tilde{c}_{0,n}$ , получаемого путем бесконечного периодического продолжения  $c_{0,n}$ . DWTS — ряды вейвлетов дискретного времени, используемые при переходе от непрерывного к дискретному вейвлет-преобразованию. Так что DWT, будучи определенным таким образом, использует периодичность сигнала, как и в случае с дискретным преобразованием Фурье (DFT).

**Каскадные схемы вейвлет-преобразования.** Вейвлет-преобразование можно представить в виде каскадных  $c$ , или формулы анализа:

$$c_{j,n} = \sum_k \overline{h_k} c_{j-1,2n+k}; \quad (17)$$

$$d_{j,n} = \sum_k \bar{g}_k c_{j-1,2n+k} \cdot \quad (18)$$

Формула синтеза:

$$\begin{array}{ccccccc}
 c_{0,*} & \xrightarrow{\bar{h}} & c_{1,*} & \xrightarrow{\bar{h}} & c_{2,*} & \xrightarrow{\bar{h}} & c_{3,*} & \xrightarrow{\bar{h}} & \dots & \xrightarrow{\bar{h}} & c_{j,*} \\
 \bar{g} & & \bar{g} & & \bar{g} & & \bar{g} & & \bar{g} & & \\
 \square & & \square & & \square & & \square & & \square & & \\
 d_{1,*} & & d_{2,*} & & d_{3,*} & & \dots & & d_{j,*} & & 
 \end{array}
 \quad c_{j-1,n} = \sum_k h_{n-2k} c_{j,k} + \sum_k g_{n-2k} d_{j,k} \cdot \quad (19)$$

Таким образом, мы получаем в качестве дополнения к «нисходящей» каскадной схеме (16) «восходящий» каскад (21), который использует массивы коэффициентов

$$c_{j,*}, d_{j,*}, d_{j-1,*}, \dots, d_{2,*}, d_{1,*} \quad (20)$$

как исходные данные и окончательно получает  $c_{0,*}$  в качестве выхода:

$$\begin{array}{ccccccc}
 c_{j,*} & \xrightarrow{h} & c_{j-1,*} & \xrightarrow{h} & c_{j-2,*} & \xrightarrow{h} & \dots & \xrightarrow{h} & c_{1,*} & \xrightarrow{h} & c_{0,*} \\
 d_{j,*} & \square & d_{j-1,*} & \square & d_{j-2,*} & \square & \dots & \square & d_{1,*} & \square & 
 \end{array} \cdot \quad (21)$$

### Вейвлет-преобразование и подавление шума в изображениях.

Двухмерное вейвлет-преобразование, представляющее собой композицию одномерных, при каждом проходе, соответствующем уровню коэффициентов, разлагает сигнал на так называемые аппроксимирующую и детализирующую составляющие, т. е. делит полученную карту коэффициентов на четыре части — аппроксимирующую и три детализирующих: горизонтальную, вертикальную и диагональную. Каждый следующий проход преобразует аппроксимирующую составляющую, данный алгоритм носит имя пирамиды Малла [13]. Коэффициенты вейвлет-преобразования, или коэффициенты масштабирования, отвечают за размеры заданных деталей.

Выделим пять этапов удаления шума при помощи вейвлет-преобразования:

- 1) декомпозиция сигнала при прямом преобразовании;
- 2) нахождение максимальных пороговых значений шума по уровням разложения и составляющим матрицы детализирующих коэффициентов;
- 3) выбор пороговых значений шума для каждого уровня разложения;
- 4) пороговая фильтрация коэффициентов детализации;
- 5) реконструкция сигнала при обратном вейвлет-преобразовании.

Будем считать, что шум невелик по амплитуде и вносит небольшой вклад в суммарный сигнал. Вклад определенной частоты находится коэффициентами вейвлет-преобразования. Поскольку кратномасштабный анализ дает локализацию деталей сигнала определенного размера,

будем фильтровать коэффициенты по уровням преобразований, обнуляя те из них, которые по модулю меньше порогового значения.

Предложен метод очистки изображений от шума на основании кратномасштабного анализа. Пороговое значение коэффициентов определяем по доле вклада фильтруемых коэффициентов в сигнал на каждом уровне преобразования и для каждой детализирующей составляющей. В (22) эта доля обозначена как Доля;  $M$  — индекс наибольшего модуля коэффициента в отсортированном массиве коэффициентов Коэфф $_i$ ; КолУпотр $_i$  — количество вхождений коэффициента Коэфф $_i$  в составляющую карты коэффициентов;  $k$  — индекс максимального коэффициента из фильтруемых (определяется по доле):

$$\text{Доля} * \sum_{i=1}^M \text{КолУпотр}_i * \text{Коэфф}_i = \sum_{j=1}^k \text{КолУпотр}_j * \text{Коэфф}_j + \varepsilon. \quad (22)$$

Используем на этапе фильтрации гистограмму модулей коэффициентов, в которой и определим порог фильтрации соответственно суммарному вкладу наименьших коэффициентов в сигнал как долю от вклада всех коэффициентов в сигнал.

Фильтрация проводится для каждого цветового канала (в случае цветовой схемы RGB — для компонент R, G, B), для каждого уровня коэффициентов, соответственно пирамиде Малла, и для каждой из трех составляющих детализирующих коэффициентов вейвлет-преобразования: вертикальной, горизонтальной и диагональной.

Используем следующие критерии оценки методов фильтрации: пиковое отношение сигнал-шум (PSNR) — отношение между максимумом возможного значения сигнала и мощностью шума:

$$PSNR = 10 \log_{10} \left( \frac{MAX_I^2}{MSE} \right) = 20 \log_{10} \left( \frac{MAX_I}{\sqrt{MSE}} \right), \quad (23)$$

где  $MAX_I$  — максимальное значение, принимаемое пикселем изображения. Когда пиксели имеют разрядность 8 бит,  $MAX_I = 255$ ;

среднеквадратичное отклонение (MSE) — показатель рассеивания значений случайной величины относительно ее математического ожидания; для двух монохромных изображений  $I$  и  $K$  размером  $m \times n$ , одно из которых считается зашумленным приближением другого, MSE вычисляется следующим образом:

$$MSE = \frac{1}{mn} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} |I(i, j) - K(i, j)|^2, \quad (24)$$

для цветного изображения среднеквадратичное отклонение считается по всем трем компонентам и делится на утроенный размер изображения:



$$MSE_{RGB} = \frac{MSE_R + MSE_G + MSE_B}{3}; \quad (25)$$

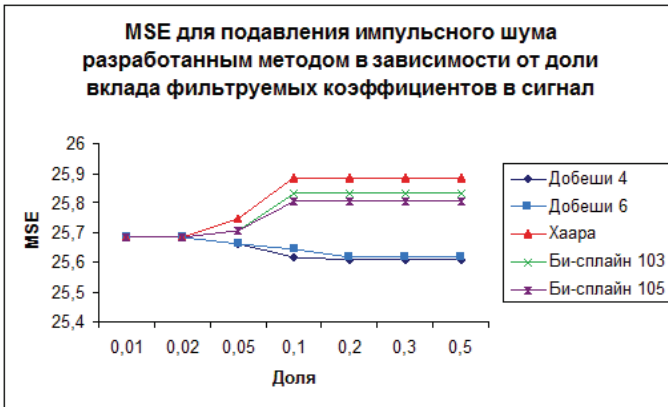
визуальный критерий, не менее важный, чем численные, поскольку часто встречается ситуация, когда по вышеописанным критериям эффект малозаметен или незаметен, тогда как по визуальному критерию результат нагляден и оценка по нему выше.

**Результаты проведенных экспериментов.** Предметом эксперимента, кроме апробации разработанного метода, являлось определение той доли вклада фильтруемых коэффициентов в сигнал, которая более подходит в данной задаче для достижения лучшего результата. При подборе соответствующих параметров можно повысить качество фильтрации шумов в изображениях. Построен программный комплекс на языке C#, включающий как стандартные, так и разработанные методы подавления шумов; на его основании проведено исследование. Поскольку важным этапом разработки программного обеспечения является задача анализа и контроля правильности функционирования системы на ранних этапах ее разработки [14], проведено тестирование программного обеспечения, в том числе проверен факт однозначного восстановления изображения при его прямом и затем обратном (без фильтрации) вейвлет-преобразовании.

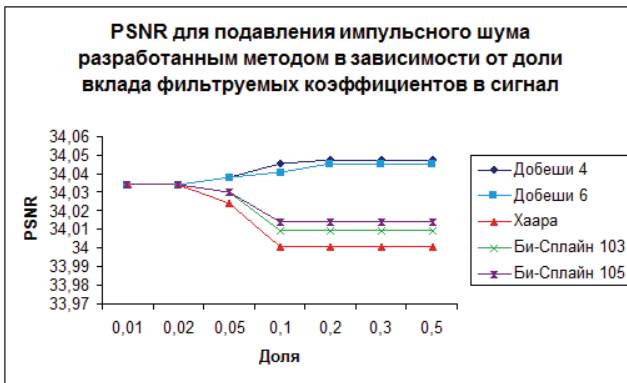
Исследованы два типа статистически независимого шума: аддитивный импульсный и аддитивный гауссов. Предложенный метод адаптирован к данным типам шума добавлением дополнительных этапов сглаживания и повышения резкости; к стандартным фильтрам также добавлено повышение резкости. Набор тестовых изображений-оригиналов был зашумлен при помощи инструментария пакета MATLAB, результаты фильтрации сравнивались с незашумленными изображениями. Использованы вейвлеты Хаара, Добеши, Би-сплайн; дана рекомендация о применении одного из данных классов вейвлетов.

Зависимости MSE и PSNR от доли вклада фильтруемых коэффициентов в сигнал для импульсного шума (дисперсия 0.001) на основании экспериментальных данных для разных материнских вейвлетов представлены на рис. 1 и 2.

Значения MSE и PSNR для медианного фильтра хуже, чем результаты предложенного метода, для фильтра Гаусса — лучше (см. табл. 1). Однако стандартные фильтры сильно размывают изображение и снижают его качество, создавая размытость (гаусс) или пикселизацию границ (медиана), рис. 3 (импульсный шум с дисперсией 0,05, отфильтрованный стандартными и разработанным методом: материнский вейвлет Добеши с 4 коэффициентами, 1 уровень разложения).



**Рис. 1.** Зависимость MSE для разных материнских вейвлетов от доли вклада фильтруемых коэффициентов (разработанный метод для импульсного шума)

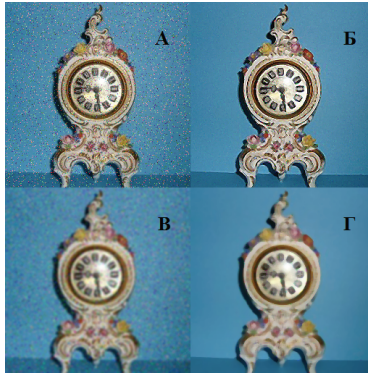


**Рис. 2.** Зависимость PSNR для разных материнских вейвлетов от доли вклада фильтруемых коэффициентов (разработанный метод для импульсного шума)

Таблица 1

**Оценка результатов применения методов фильтрации изображений, искаженных импульсным аддитивным шумом, по критериям MSE и PSNR**

Изображение	MSE	PSNR	$\Delta$ MSE, %	$\Delta$ PSNR, %
Зашумленное	14,5	36,5	100	100
Медианный фильтр	26,9	33,8	85,5	-7,4
Фильтр Гаусса	17,8	35,6	22,8	-2,5
Фильтр на базе вейвлет-преобразования	25,9	34	78,6	-6,8



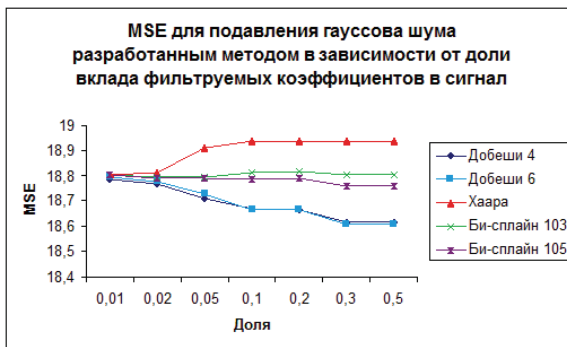
**Рис. 3.** Результаты фильтрации изображения с импульсным шумом: А — зашумленное изображение; Б — отфильтрованное разработанным методом, вейвлет Добеши; В — отфильтрованное фильтром Гаусса; Г — отфильтрованное медианным фильтром

Аналогичные данные для гауссова шума (дисперсия 0,001) представлены на рис. 4 и 5. Значения MSE и PSNR разработанного метода превышают таковые для стандартных фильтров (см. табл. 2).

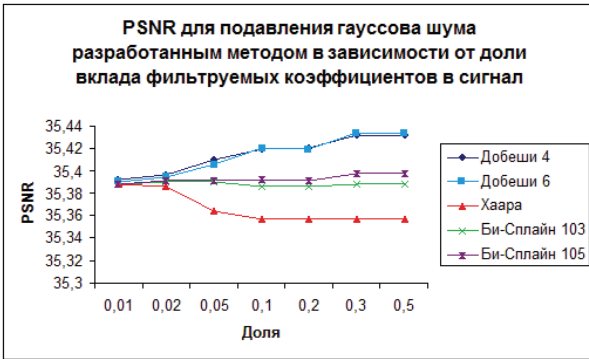
Таблица 2

**Оценка результатов применения методов фильтрации изображений, искаженных гауссовым аддитивным шумом, по критериям MSE и PSNR**

Изображение	MSE	PSNR	$\Delta$ MSE, %	$\Delta$ PSNR, %
Зашумленное	24,6	34,2	100	100
Медианный фильтр	30,2	33,3	22,8	-2,6
Фильтр Гаусса	20,0	35,1	18,6	2,6
Фильтр на базе вейвлет-преобразования	18,6	35,4	-24,4	3,5

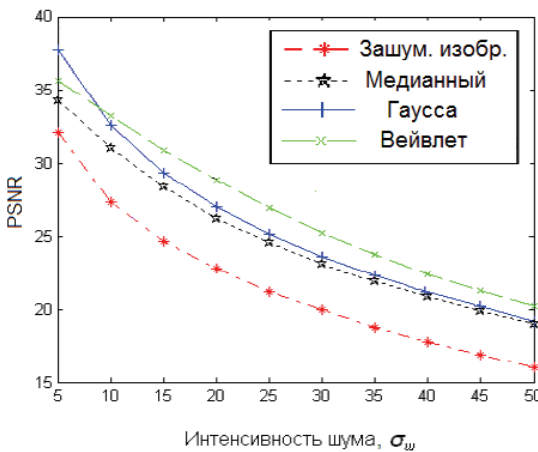


**Рис. 4.** Зависимость MSE для разных материнских вейвлетов от доли вклада фильтруемых коэффициентов (разработанный метод для гауссова шума)



**Рис. 5.** Зависимость PSNR для разных материнских вейвлетов от доли вклада фильтруемых коэффициентов (разработанный метод для гауссова шума)

Зависимость PSNR от интенсивности гауссова аддитивного шума для стандартных фильтров и основанного на кратномасштабном анализе метода обработки, полученная в результате исследований, представлена на рис. 6. Стандартные фильтры сильно размывают изображение и снижают его качество, создавая размытость (гаусс) или пикселизацию границ (медиана) и не устраняя шум с таким качеством, как разработанный метод.



**Рис. 6.** Зависимости PSNR от интенсивности гауссова шума для различных фильтров

Для импульсного шума разработанный метод дает меньшие значения MSE и PSNR, выигрывая по визуальному критерию с отрывом, а для гауссова — выигрывает по всем критериям. Сводные данные по оценке качества подавления шумов в изображениях в среднем по критериям среднеквадратичного отклонения и пикового отношения

сигнал-шум для импульсного и гауссова шумов, соответственно, приведены в табл. 1 и 2 для вейвлета Добеши.

**Выводы.** Разработан метод подавления шумов на основе кратномасштабного анализа.

Проведен сравнительный анализ стандартных методов подавления шумов в изображениях и разработанного метода.

Проведенные исследования с применением критериев среднеквадратичного отклонения, пикового отношения сигнал-шум и визуального показывают, что разработанный на основе кратномасштабного анализа метод фильтрации обеспечивает более эффективное подавление шума по сравнению с рассмотренными стандартными методами.

Стоит отметить, что разработанный метод не всегда гарантирует минимум MSE или максимум PSNR. Проведенные исследования показывают, что разработанный метод обеспечивает эффективное подавление шума также по визуальному критерию, являющемуся не менее важным, чем PSNR и MSE. Данный факт проиллюстрирован рис. 3.

Полученные путем статистического моделирования результаты показывают, что разработанный метод обеспечивает:

для импульсного шума — сравнимое подавление шума по критериям MSE и PSNR и лучшее по визуальному: более качественное сохранение резкости, контуров деталей и перепадов яркостей изображения по сравнению со стандартными алгоритмами;

для гауссова шума — лучшее подавление шума по критериям MSE и PSNR и лучшее по визуальному: более качественное сохранение резкости, контуров деталей и перепадов яркостей изображения по сравнению со стандартными алгоритмами.

Экспериментально установлено, что подавление шумов разработанным методом лучше проводить:

1) для импульсного шума — при доле вклада фильтруемых коэффициентов 20 %: начиная с 10 % практически не меняется MSE, с 20 % — PSNR;

2) для гауссова шума — при доле вклада фильтруемых коэффициентов 30 %: начиная с этого значения, практически не меняются MSE и PSNR.

Наименьшие значения MSE и наибольшие значения PSNR достигаются при применении материнского вейвлета Добеши.

На основании данной работы есть возможности для дальнейшего исследования:

1) представляется интересным сравнить результаты шумоподавления при работе с разными цветовыми моделями, к примеру, RGB и YUV;

2) возможно добавление функционала других типов материнских вейвлетов для последующего сравнительного анализа;

3) существует метрика гладкости сигнала (изображения) и методы выделения контуров на изображении, которые можно комбинировать с разработанным методом.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Р. Гонсалес, Р. Вудс. *Цифровая обработка изображений*. Москва, Техносфера, 2005, 1072 с.
- [2] Блаттер К. *Вейвлет-анализ. Основы теории*. Москва, Техносфера, 2004, 280 с.
- [3] Штарк Г.-Г. *Применение вейвлетов для ЦОС*. Москва, Техносфера, 2007, 192 с.
- [4] Волкова Л.Л. *Подавление шума в изображениях с использованием кратномасштабного анализа*. Сб. тезисов докладов общеуниверситетской научно-технической конференции «Студенческая научная весна-2011», посвященной 50-летию полета Ю.А. Гагарина в космос. 4–30 апреля 2011 г. т. XI, ч. 2. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011, с. 129–130.
- [5] Donoho D.L. De-Noising by soft-thresholding. *IEEE Trans. on Inf. Theory*, 1995, vol. 41, pp. 613–627.
- [6] Воробьев В.И., Грибунин В.Г. *Теория и практика вейвлет-преобразования*. Санкт-Петербург, ВУС, 1999, 204 с.
- [7] Добеши И. *Десять лекций по вейвлетам*. Ижевск, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001, 464 с.
- [8] Столниц Э., ДеРоуз Т., Салезин Д. *Вейвлеты в компьютерной графике*. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002, 272 с.
- [9] I. Daubechies. Orthonormal Bases of Compactly Supported Wavelets. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1988, no. 41, pp. 909–996.
- [10] A. Cohen, I. Daubechies, and J.-C. Feauveau. Biorthogonal Bases of Compactly Supported Wavelets. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1992, no. 45, pp. 485–560.
- [11] Чуи К. *Введение в вэйвлеты*. Москва, Мир, 2001, 412 с.
- [12] Давыдов А.В. *Цифровая обработка сигналов: Тематические лекции*. Екатеринбург, УГТУ, ИГиГ, ГИН, Фонд электронных документов, 2005.
- [13] Mallat S. A theory for multiresolutional signal decomposition: the wavelet representation. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1989, no. 7, pp. 674–693.
- [14] Рудаков И.В. Методика иерархического исследования сложных дискретных структур. *Наука и образование: электронное научно-техническое издание*, 2012, № 6, с. 251–260.

Статья поступила в редакцию 10.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Волкова Л.Л. Метод подавления шума в изображениях на основании кратномасштабного анализа. *Инженерный журнал: наука и инновация*, 2013, вып. 6. URL: <http://engjournal.ru/catalog/it/hidden/1101.html>

**Волкова Лилия Леонидовна** родилась в 1988 г., окончила МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2012 г. Ассистент кафедры «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: машинная лингвистика, кратномасштабный анализ, вейвлет-анализ, цифровая обработка сигналов, теория принятия решений, нейронные сети, генетические алгоритмы, теория формальных языков. e-mail: lvolkova@hse.ru