

Разработка и исследование алгоритмического обеспечения для основных режимов функционирования бесплатформенной инерциальной системы управления движением и навигации малогабаритного космического аппарата

© Е.С. Лобусов, А.В. Фомичев

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Разработано и исследовано математическое и алгоритмическое обеспечение основных режимов функционирования бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) и системы управления движением и навигации (СУДН) на участках управляемого полета малогабаритного космического аппарата (МКА). Для повышения точности БИНС разработаны алгоритмы комплексной обработки информации совместно с астродатчиком.

Полученные результаты (методы, модели, программно-алгоритмическое обеспечение) могут быть использованы при разработке бесплатформенных систем ориентации и навигации МКА нового поколения, а также при разработке нового и модернизации имеющегося программно-математического обеспечения БИНС МКА.

Ключевые слова: *астродатчик, бесплатформенная инерциальная навигационная система, малый космический аппарат, система управления движением и навигации, схема коррекции, схема обработки навигационной информации, фильтр Калмана.*

В условиях широкого внедрения бортовых средств вычислительной техники и информационных технологий все большую актуальность приобретает проблема повышения точности и ресурсных характеристик бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) для управления движением малогабаритных космических аппаратов (МКА) [1, 8, 9]. Однако, на наш взгляд, основная проблема заключается в применяемых измерительных средствах, в первую очередь — векторных измерителях угловой скорости (ВИУС) и векторных измерителях линейных ускорений (ВИЛУ), поскольку алгоритмы БИНС являются практически известными [2, 3, 12, 14] и основная трудность в этом направлении — это адаптация их под состав измерительных средств, точнее, под их особенности. В этой связи направление работы по созданию алгоритмического обеспечения БИНС формулируется следующим образом: *сформировать предполагаемую совокупность основных измерительных средств, исполнительных устройств и алгоритмов с исследованием характеристик БИНС в составе системы управления движением МКА.*

1. Формирование общей структуры (блок-схемы) системы управления и взаимодействие ее компонент на борту МКА. В рамках приводимой на рис. 1 блок-схемы можно сформировать различные варианты режимов углового управляемого движения и получить информацию о движении центра масс [11, 13]. Отметим, что блок МКА на рис. 1 включает в себя исполнительные устройства, создающие управляющие моменты.

Сама приводимая структура построена с использованием кинематического принципа [3, 7], при котором свойства динамического контура считаются идеальными.

На рис. 2 указаны только некоторые из режимов управляемого движения МКА, относящиеся, в основном, к его режимам ориентации [1, 4, 7, 13]. Но данные режимы обеспечивают выполнение ряда важных целевых задач: мониторинг поверхности Земли, передача данных, проведение различного рода исследований (например, магнитного поля Земли) и т. д.

Выясним основные моменты приводимой структуры (см. рис. 1).

Корректируемый контур угловой кинематики позволяет повысить точность интегрирования кинематических уравнений углового движения периодическим использованием точных сигналов об угловом положении МКА от звездного датчика (ЗД) [1].

Частота интегрирования кинематических уравнений углового движения составляет довольно большое значение (100...400 Гц), что позволяет считать обработку практически непрерывной.

Однако данные от ЗД об угловом положении МКА в инерциальной системе координат (ИСК) в виде кватерниона поступают со значительно меньшей частотой (не более 10 Гц). Поэтому для восстановления непрерывного сигнала от ЗД возникает потребность в использовании экстраполятора первого порядка. На рис. 3 приведена блок-схема контура коррекции.

Кинематические уравнения углового движения (блок КИН) на рис. 3 представлены с помощью кватернионов. Здесь обозначено: $\delta\omega_{mv}$ — собственная погрешность ВИУС, $\delta\mathbf{B}$ — кватернион текущего углового положения. Формирование закона коррекции может быть выполнено при использовании различных подходов.

Так как исходные уравнения углового движения являются нелинейными, то воспользуемся линеаризованным описанием для схемы, представленной на рис. 3. Затем адаптируем общую структуру обработки с помощью фильтра Калмана [5, 10] на рассматриваемый случай коррекции уравнений углового движения. На рис. 4 показаны следующие, используемые при коррекции, координатные базисы: $\hat{\mathbf{B}}$ — вычисляемый базис углового положения, \mathbf{B} — базис точного углового положения, γ — инерциальный базис.

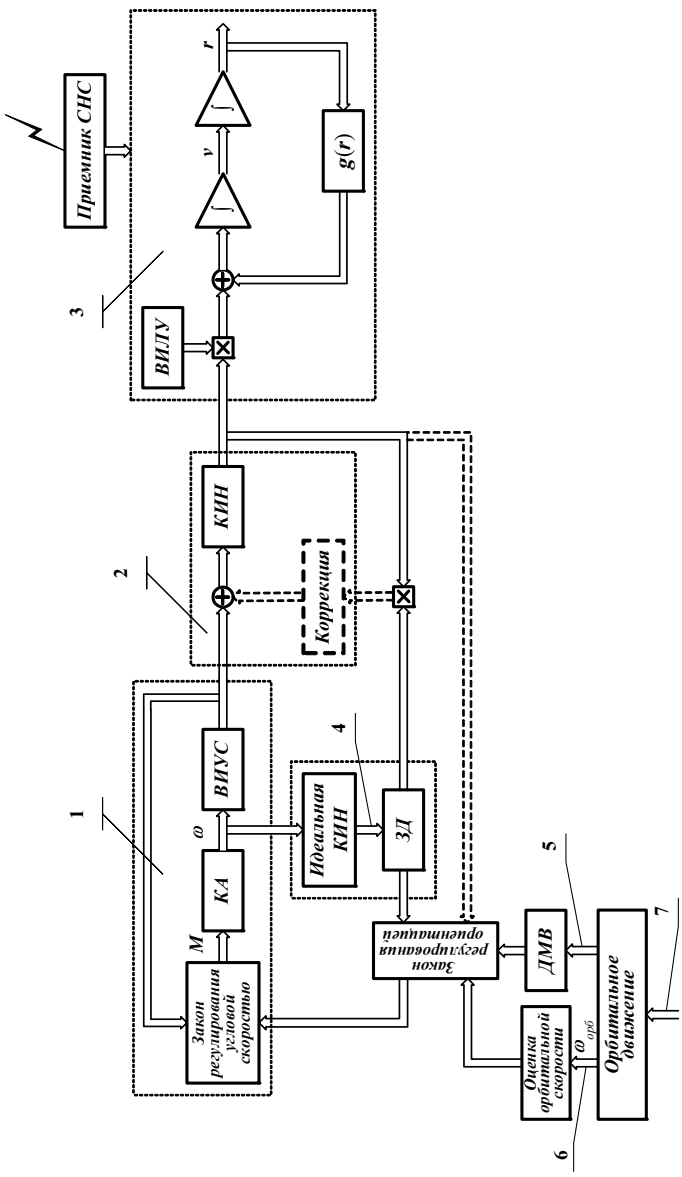


Рис. 1. Блок-схема бесплатформенной системы управления (ориентацией) МКА:

1 — динамический контур; 2 — корректируемый контур угловой кинематики; 3 — бесплатформенная инерциальная навигационная система (ВИНС); 4 — угловое положение связанной системы координат (ССК) относительно инерциальной системы координат (ИСК); 5 — угловое положение ССК относительно орбитальной системы координат (ОСК); 6 — орбитальная угловая скорость; 7 — задание параметров орбитального движения; ВИУС — векторный измеритель угловой скорости; ВИЛУ — векторный измеритель линейного ускорения; ДМВ — датчик местной вертикали; КИН — кинематические уравнения углового движения (реализуемые); КА — космический аппарат; ЗД — звездный датчик; СНС — спутниковая навигационная система; v — вектор линейной скорости; r — радиус-вектор



Рис. 2. Режимы управляемого движения МКА

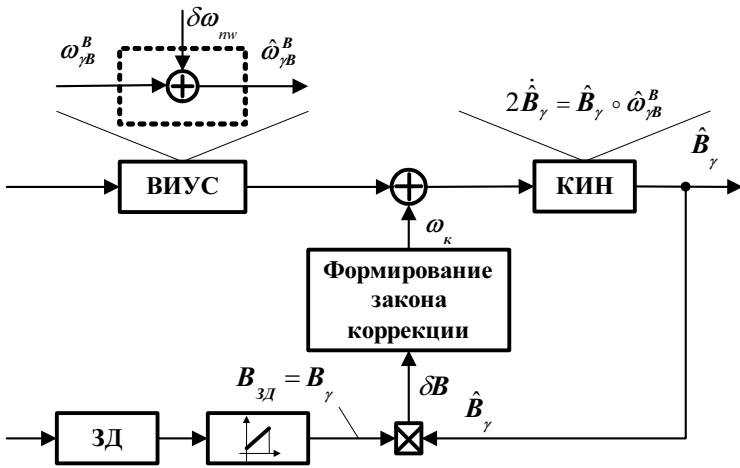


Рис. 3. Блок-схема контура коррекции:

ВИУС — векторный измеритель угловой скорости; ЗД — звездный датчик; КИН — уравнения кинематики углового движения

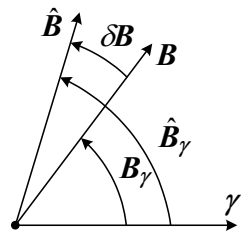


Рис. 4. Используемые при коррекции базисы

Обоснованно предполагая, что угловая скорость коррекции ω_k и угловое рассогласование (векторная часть $\nabla\theta/2$ кватерниона $\delta\mathbf{B}$) являются малыми величинами, можно получить линейризованное описание, руководствуясь следующим логическим доказательством.

Поскольку кинематические уравнения для точного и вычисляемого базиса углового положения имеют вид

$$2\dot{\mathbf{B}}_\gamma = \mathbf{B}_\gamma \circ \omega,$$

$$2\hat{\mathbf{B}}_\gamma = \mathbf{B}_\gamma \circ \omega,$$

то кватернион текущего углового положения имеет вид

$$\delta\mathbf{B} = \tilde{\mathbf{B}}_\gamma \circ \hat{\mathbf{B}}_\gamma.$$

Дифференцируя последнее выражение, имеем

$$2\delta\dot{\mathbf{B}} = \tilde{\mathbf{B}}_\gamma \circ \hat{\mathbf{B}}_\gamma \circ \hat{\omega} - \tilde{\mathbf{B}}_\gamma \circ \mathbf{B}_\gamma \circ \omega \circ \delta\mathbf{B} = \delta\mathbf{B} \circ \hat{\omega} - \omega \circ \delta\mathbf{B},$$

а с учетом того, что

$$\hat{\omega} = \omega + \omega_k + \delta\omega_{mw},$$

окончательно получим искомую форму линейризованного описания

$$\begin{aligned} 2\delta\dot{\mathbf{B}} &= \delta\mathbf{B} \circ (\omega_k + \delta\omega_{mw}) + \delta\mathbf{B} \circ \omega - \omega \circ \delta\mathbf{B} = \\ &= \delta\mathbf{B} \circ (\omega_k + \delta\omega_{mw}) + \delta\mathbf{B} \circ (\omega - \delta\tilde{\mathbf{B}} \circ \omega \circ \delta\mathbf{B}). \end{aligned}$$

Принимая во внимание наличие величин второго порядка малости (переменные ω_k и $\nabla\theta/2$ являются малыми), полученное выражение можно существенно упростить и привести к виду

$$\nabla\dot{\theta} \cong \omega_k + \delta\omega_{mw}^B.$$

Расчет коэффициента фильтра Калмана [5, 10] выполняется для линейризованных уравнений, записанных в стандартной форме и включенных в состав структуры так, как показано на рис. 5. Здесь

$$\delta\dot{\mathbf{x}} \cong \delta\mathbf{u} + \mathbf{w},$$

$$\delta\mathbf{y} = \delta\mathbf{x},$$

где $\delta\mathbf{x}$ — вектор состояния системы, размерностью 3×1 ; $\delta\mathbf{u}$ — вектор управления, размерностью 3×1 ; \mathbf{A} — матрица состояния системы (нулевая), размерностью 3×3 ; $\mathbf{C} = \mathbf{I}$ — матрица выхода системы (единичная), размерностью 3×3 ; \mathbf{w} — вектор шума размерностью 3×1 .

Алгоритм БИНС соответствует кинематическим уравнениям углового движения (КИН) на рис. 3.

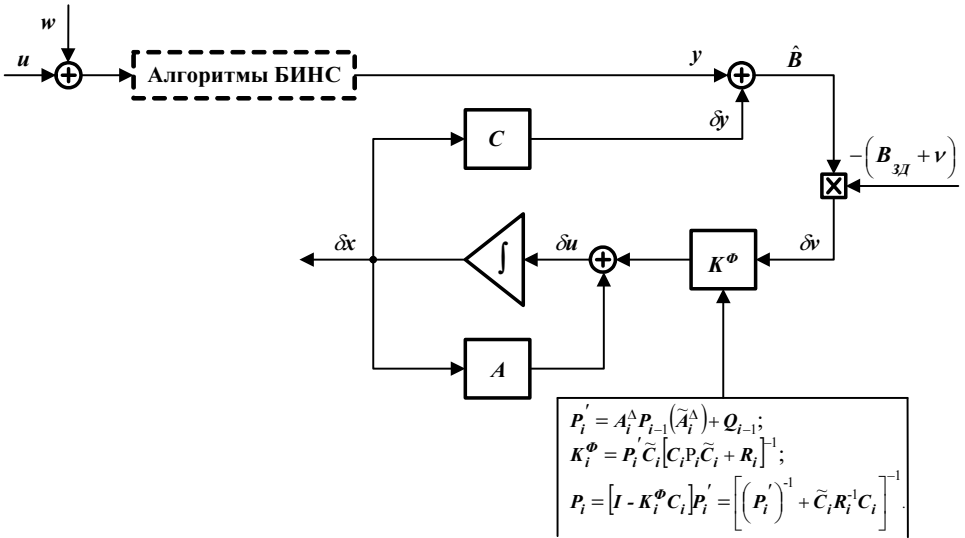


Рис. 5. Фильтр Калмана в составе корректирующего контура

При определении процедуры вычисления оптимального коэффициента фильтра Калмана предполагается, что случайные воздействия на систему имеют следующие статистические свойства [5, 10].

Вектор случайных внешних воздействий w_i размерностью $(n \times 1)$ — гауссов дискретный белый шум с нулевым средним $M\{w_i\} = 0, \forall i$.

Матричная корреляционная функция для этого шума имеет вид

$$M\{w_i w_j^T\} = Q_i \delta_k(i - j),$$

где δ_k — функция Кронекера, принимающая следующие значения:

$$\delta_k = (i - j) = \begin{cases} 0 & \text{при } i \neq j, \\ 1 & \text{при } i = j. \end{cases}$$

Q_i — симметрическая, неотрицательно определенная, изменяющаяся во времени корреляционная матрица, размерностью $(n \times n)$. Поскольку данная матрица — неотрицательно определенная, то допускается, что $w_i = 0$.

Вектор измерительного шума v_i размерностью $(r \times 1)$ — гауссов дискретный белый шум с нулевым средним $M\{v_i\} = 0, \forall i$.

Матричная корреляционная функция для этого шума имеет вид

$$M\{v_i v_j^T\} = R_i \delta_k(i - j),$$

где R_i — симметрическая, положительно определенная, изменяющаяся во времени корреляционная матрица, размерностью $(r \times r)$.

Измерительный шум v_i считается некоррелируемым с шумовой помехой w_k , а также с вектором начального состояния системы, т. е.

$$M \{ v_k w_j^T \} = 0, \forall k, j \text{ и } M \{ v_k x_0^T \} = 0, \forall k.$$

Выражения для нахождения параметров фильтра Калмана непосредственно показаны на рис. 5.

Однако структуру фильтра Калмана, показанную на рис. 5, можно изменить и получить полное соответствие со структурой, приведенной на рис. 3. Отличие заключается в том, что в новой схеме (см. рис. 6) нет возможности определить угловую погрешность.

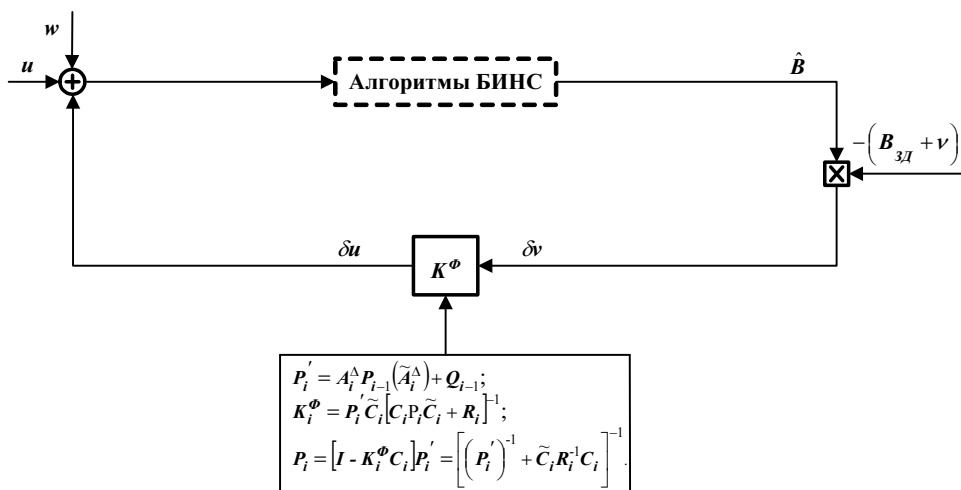


Рис. 6. Фильтр Калмана в составе корректирующего контура

Недостаток подхода с использованием фильтра Калмана связан с незнанием статистических характеристик собственных погрешностей ВИУС и неопределенностью задания уровня шума измерения для данных от ЗД. Поэтому в данном случае оказывается целесообразнее использовать подходы классической теории регулирования и алгебру кватернионов [3].

Угловая ошибка оценивается векторной частью кватерниона рас-
согласования δB

$$\delta B = \tilde{B}_{\gamma} \circ \hat{B}_{\gamma}.$$

В [3] показано, как обеспечить асимптотическую устойчивость контура коррекции выбором определенного закона регулирования.

В простейшем виде коэффициент закона регулирования $K = [k_1, k_2, k_3]^T$ соответствует векторной константе, выбираемой из условия получения определенного качества переходного процесса в

контуре коррекции. В этом случае устранение рассогласования происходит по кратчайшему угловому расстоянию.

Корректируемый алгоритм навигации позволяет повысить точность расчета навигационных переменных вектора линейной скорости и радиуса-вектора положения МКА в ИСК.

Уравнение навигации записывается в геоцентрической экваториальной системе координат

$$\dot{\mathbf{v}}_a^\gamma = \mathbf{a}^\gamma + \mathbf{g}^\gamma(\mathbf{r}_a^\gamma), \quad (1)$$

где $\dot{\mathbf{v}}_a^\gamma$ — вектор абсолютной линейной скорости в ИСК; \mathbf{a}^γ — вектор кажущегося ускорения в ИСК; \mathbf{r}_a^γ — радиус-вектор в ИСК; $\mathbf{g}^\gamma(\mathbf{r}_a^\gamma)$ — вектор гравитационного ускорения.

Общая блок-схема БИНС в ИСК приведена на рис. 7 (см. также блок-схему на рис. 1), где символом $\hat{}$ определяются оценки переменных; ВИУС — векторный измеритель угловой скорости; ВИЛУ — векторный измеритель линейных ускорений.

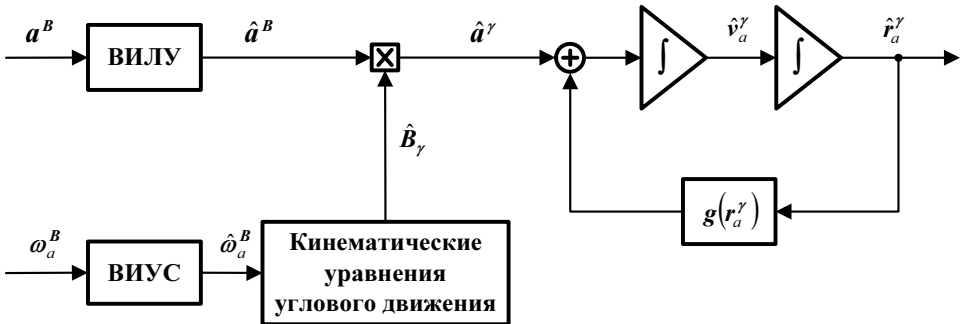


Рис. 7. Блок-схема БИНС в ИСК

К уравнению (1) добавляется и дифференциальное уравнение для радиуса-вектора

$$\dot{\mathbf{r}}_a^\gamma = \mathbf{v}_a^\gamma. \quad (2)$$

Начальные условия по вектору состояния уравнения (1) $\left[\frac{d\mathbf{r}^\gamma}{dt}, \mathbf{r}^\gamma \right]_{t=0}^T$ задаются для звездного времени.

Кинематические уравнения углового движения, записанные с помощью кватернионов, имеют вид

$$2\dot{\mathbf{B}}_\gamma = \mathbf{B}_\gamma \circ \hat{\omega}_a^B \text{ или } 2\mathbf{B}_\gamma \circ \tilde{\mathbf{B}}_\gamma = -\mathbf{B}_\gamma \circ \hat{\omega}_a^B \circ \tilde{\mathbf{B}}_\gamma, \quad (3)$$

где \circ — символ умножения кватернионов; \mathbf{B} — базис связанной системы координат (ССК); \mathbf{B}_γ — кватернион углового положения базиса \mathbf{B} относительно базиса γ (базис ИСК).

В уравнения (2) и (3) входят оценки:

- абсолютной угловой скорости МКА в базисе \mathbf{B}

$$\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\gamma\mathbf{B}}^{\mathbf{B}} = \boldsymbol{\omega}_{\gamma\mathbf{B}}^{\mathbf{B}} + \delta\boldsymbol{\omega}_{m\mathbf{v}}^{\mathbf{B}},$$

где $\delta\boldsymbol{\omega}_{m\mathbf{v}}^{\mathbf{B}} = \delta\boldsymbol{\omega}_n^{\mathbf{B}} + \boldsymbol{w}_\omega^{\mathbf{B}}$ — угловая скорость собственных возмущений ВИУС (нижний индекс — n) в базисе \mathbf{B} (верхний индекс), причем $\delta\dot{\boldsymbol{\omega}}_n^{\mathbf{B}} = 0$;

- линейного ускорения

$$\hat{\mathbf{a}}^{\mathbf{B}} = \mathbf{a}^{\mathbf{B}} + \delta\mathbf{a}_{m\mathbf{v}}^{\mathbf{B}},$$

где $\delta\mathbf{a}_{m\mathbf{v}}^{\mathbf{B}} = \delta\mathbf{a}_n^{\mathbf{B}} + \boldsymbol{w}_a^{\mathbf{B}}$ — ускорения от собственных возмущений, причем $\delta\dot{\mathbf{a}}_n^{\mathbf{B}} = 0$.

Шумы \boldsymbol{w} и некомпенсированные δ_n постоянные составляющие измерителей показаны отдельно.

Используя фильтр Калмана [5, 10], также возможно предложить несколько вариантов его реализации подобно тому, что было сделано выше для угловой кинематики.

При использовании линеаризации исходных уравнений движения (2) и (3) соответствующие линеаризованные уравнения принимают вид

$$\begin{aligned} \delta\dot{\mathbf{y}}_a^\gamma &= \delta\mathbf{a}^\gamma + \delta\mathbf{g}^\gamma(\mathbf{r}_a^\gamma), \\ \delta\dot{\mathbf{r}}_a^\gamma &= \delta\mathbf{v}_a^\gamma. \end{aligned} \quad (4)$$

Ограничимся использованием *центрального поля тяготения*. Тогда для гравитационного ускорения

$$\mathbf{g}^\gamma(\mathbf{r}^\gamma) \triangleq \mathbf{g}(\mathbf{r}) = -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r}; \Rightarrow \mathbf{g}(\mathbf{r}) \cong -\frac{\mu}{r_0^3} \mathbf{r}_0 \left[1 - 3(\mathbf{n}_0 \cdot \delta\mathbf{r}) \frac{1}{r_0} \right] - \frac{\mu}{r_0^3} \delta\mathbf{r},$$

так как

$$r^{-3} = (\mathbf{r}^2)^{-\frac{3}{2}} = \left((\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r})(\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r}) \right)^{-\frac{3}{2}} \cong r_0^{-3} \left[1 - 3(\mathbf{n}_0 \delta\mathbf{r}) \frac{1}{r_0} \right],$$

$\mathbf{n}_0 = \mathbf{r}_0 / r_0 = [n_{01} \ n_{02} \ n_{03}]^T$ — единичный вектор.

$$\delta \mathbf{g}^\gamma(\mathbf{r}_a^\gamma) = \frac{\mu}{r_0^3} \mathbf{r}_0 \left[1 - 3(\mathbf{n}_0 \delta \mathbf{r}) \frac{1}{r_0} \right] - \frac{\mu}{r_0^3} \delta \mathbf{r}.$$

Из уравнений угловых отклонений, адаптируемых на ИСК, и выражения для отклонения по кажущемуся ускорению

$$\delta \mathbf{a}^M = \hat{\mathbf{a}}^M - \mathbf{a}^S = \mathbf{M}_S^0 \mathbf{a}^S + \mathbf{a}_n^M = \mathbf{M}_S^0 \mathbf{a}^S + \tilde{\mathbf{B}}_M \mathbf{a}_n^B,$$

где

$$\mathbf{M}_S^0 = \begin{bmatrix} 0 & 2\lambda_3 & -2\lambda_2 \\ -2\lambda_3 & 0 & 2\lambda_1 \\ 2\lambda_2 & -2\lambda_1 & 0 \end{bmatrix},$$

определяется угловое отклонение рассчитываемой ИСК от положения истинной ИСК в матричном представлении. Тогда объединенное линейное уравнение движения БИНС в отклонениях имеет вид

$$\dot{\mathbf{x}} = \Pi \mathbf{x} - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{B}}_M \\ \mathbf{O}_{6 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{n1}^B \\ \omega_{n2}^B \\ \omega_{n3}^B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{6 \times 3} \\ \tilde{\mathbf{B}}_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{n1}^B \\ a_{n2}^B \\ a_{n3}^B \end{bmatrix}.$$

Здесь:

$$\mathbf{x} = [2\lambda_1, 2\lambda_2, 2\lambda_3, \delta r_1, \delta r_2, \delta r_3, \delta v_1, \delta v_2, \delta v_3]^T;$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \mu r_0^{-3} (3n_{01}^2 - 1) & 3\mu r_0^{-3} n_{01} n_{02} & 3\mu r_0^{-3} n_{01} n_{03} \\ 3\mu r_0^{-3} n_{02} n_{01} & \mu r_0^{-3} (3n_{02}^2 - 1) & 3\mu r_0^{-3} n_{02} n_{03} \\ 3\mu r_0^{-3} n_{03} n_{01} & 3\mu r_0^{-3} n_{03} n_{02} & \mu r_0^{-3} (3n_{03}^2 - 1) \end{bmatrix} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \end{bmatrix};$$

$\mathbf{n}_0 = \mathbf{r}_0 / r_0$ — единичный вектор; $\mathbf{a} = [a_1, a_2, a_3]^T$ — вектор опорного линейного ускорения в проекциях на оси ССК; $\mathbf{a}_n^B = [a_{n1}^B, a_{n2}^B, a_{n3}^B]^T$, $\boldsymbol{\omega}_n^B = [\omega_{n1}^B, \omega_{n2}^B, \omega_{n3}^B]^T$ — векторы собственных погрешностей ВИЛУ и ВИУС; $2\lambda = [2\lambda_1, 2\lambda_2, 2\lambda_3]^T$, $\delta \mathbf{r} = [\delta r_1, \delta r_2, \delta r_3]^T$, $\delta \mathbf{v} = [\delta v_1, \delta v_2, \delta v_3]^T$ — векторы погрешности определения углов, местоположения и линей-

ной скорости; $\tilde{\mathbf{B}}_M$ — матрица положения базиса ССК относительно корректируемого базиса М; $\mathbf{O}_{3 \times 3}$, $\mathbf{O}_{6 \times 3}$ — нулевые матрицы.

На рис. 8 схема с фильтром Калмана состоит из двух независимых частей: одна из них уже рассмотрена выше для углового движения, а другая часть относится к движению центра масс. Возможны и дальнейшие модификации схем, например так, как показано на рис. 9, где калмановская фильтрация выполняется непосредственно на алгоритме обработки.

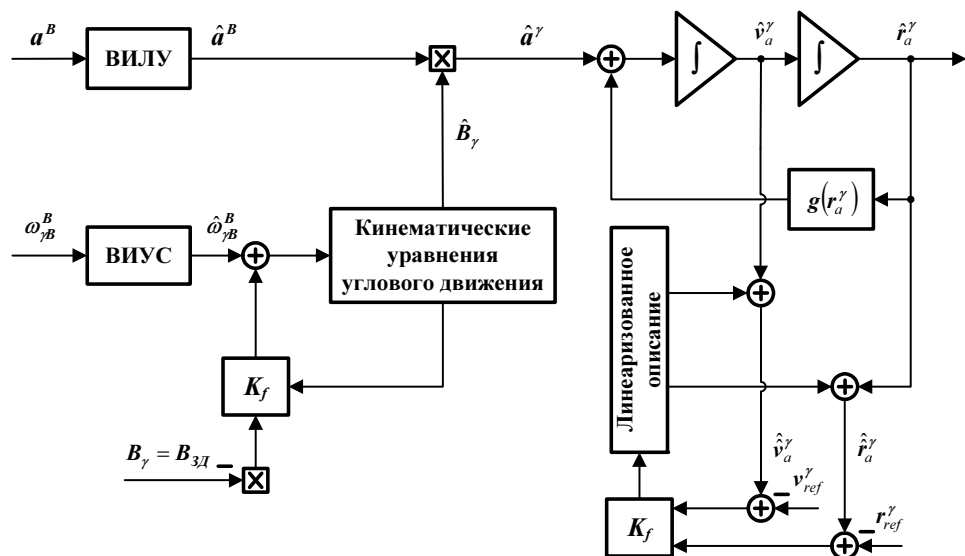


Рис. 8. Блок-схема корректируемого алгоритма навигации

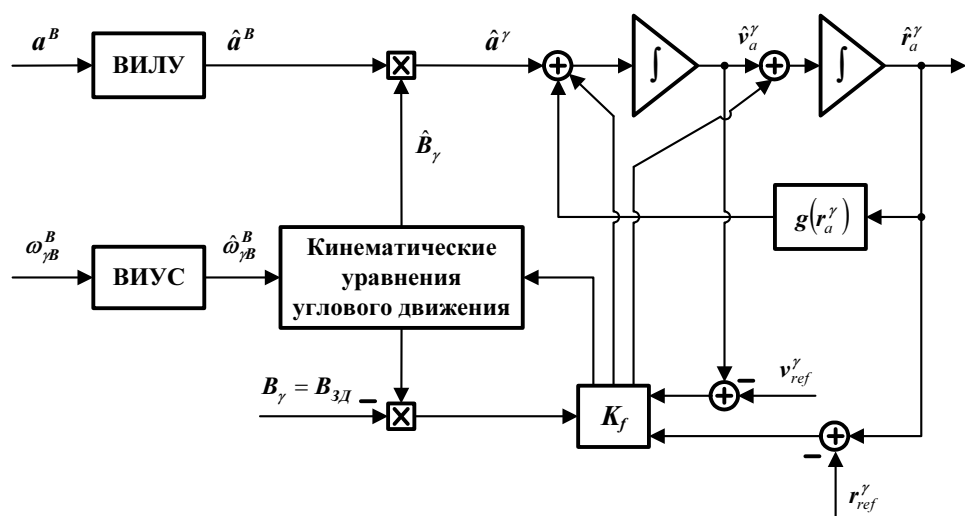


Рис. 9. Блок-схема корректируемого алгоритма навигации

3. Оценка точности функционирования алгоритмов ориентации. Операция интегрирования является основной в математическом обеспечении БИНС. По этой причине важными процедурами являются выбор, адаптация и сравнение различных методов интегрирования [3, 4].

Показателями при сравнении различных методов являются точность и время решения. Точность решения определяется не только принятым методом интегрирования, но в основном точностью аппроксимации входных воздействий. Время решения также зависит не только от метода интегрирования, но и от свойств и структуры интегрируемых уравнений БИНС.

Сравнение методов целесообразно провести, в первую очередь, для уравнений угловой ориентации, которые характеризуют быстрое движение. Оставшиеся уравнения БИНС, а также уравнения коррекции (или комплексирования), которые можно отнести к медленноменяющимся, интегрируются отдельно.

Подход к оценке точности. Оценка точности предполагает выполнение следующих двух положений:

- имеется модель внешней среды, которая обеспечивает создание определенных, соответствующих реальным, условий функционирования для испытываемых алгоритмов;
- имеется эталонное решение для создаваемых условий функционирования.

Выполнение данных положений позволяет реализовать сравнение результатов вычислений испытываемых алгоритмов с результатами эталона.

Приводимая на рис. 10 блок-схема служит для оценки точности алгоритмов ориентации, реализуемых в БИНС.

Входная угловая скорость выбирается таким образом, чтобы возможно было получить аналитическое решение для оператора ориентации КА (базис \mathbf{B}) в НСК (базис \mathbf{S}) \mathbf{B}_S . При отсутствии такой возможности эталон должен обладать точностью, превышающей ожидаемую точность от алгоритмов БИНС.

Точность получаемого решения оценивается в виде кватерниона с помощью следующего соотношения

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \tilde{\mathbf{B}}_S \circ \mathbf{B}_M,$$

где \mathbf{B}_S — эталонное решение в виде кватерниона; \mathbf{B}_M — кватернион-решение оцениваемого алгоритма.

Компоненты $\mathbf{vect}(\boldsymbol{\varepsilon})$ векторной части кватерниона рассогласования $\boldsymbol{\varepsilon}$ определяют непосредственно углы пространственного рассогласования в предположении об их малости.

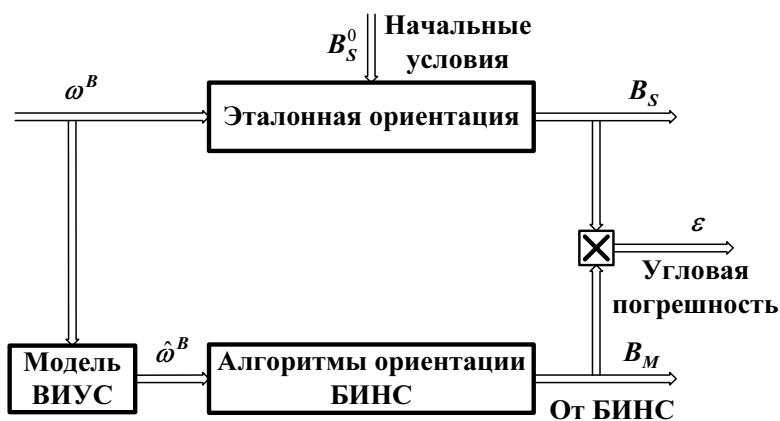


Рис. 10. Блок-схема оценки точности алгоритмов ориентации

Практика показывает, что вращение БИНС с некоторой фиксированной угловой скоростью приводит к существенному ухудшению точности в течение достаточно короткого промежутка времени. Причина этого заключается в существовании погрешностей по масштабному коэффициенту ВИУС (это может быть показано и теоретически), а также, предположительно, и погрешностями процедур интегрирования. Вторая причина представляет больший интерес. Поэтому далее при моделировании входная угловая скорость для оценки точности принимается константой, т. е. $\omega^B = \text{const}$.

Принятая модель ВИУС соответствует блок-схеме на рис. 11. Здесь $\omega(t)$ — измеряемая угловая скорость; $\theta(t)$ — кажущийся угол; $k = k_0$ — параметр ВИУС.

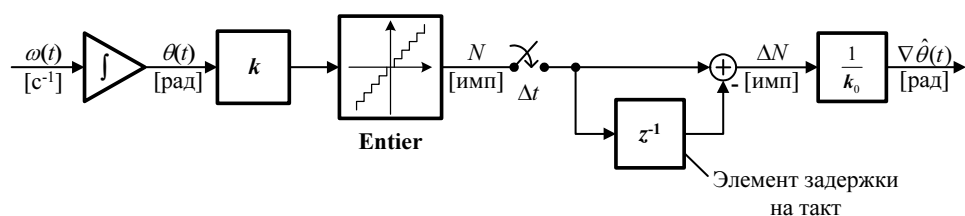


Рис. 11. Модель ВИУС

Рассмотрим алгоритмы ориентации, реализуемые в БИНС.

Использование многошагового метода для интегрирования уравнений углового движения БИНС. Если выбрать вектор истинного поворота $\Phi(t)$ в качестве основы, то соответствующее кинематическое уравнение углового движения имеет вид

$$\dot{\Phi} = \omega + \frac{1}{2} \Phi \times \omega + \frac{1}{\Phi_2} \left(1 - \frac{\Phi}{2} \text{ctg} \frac{\Phi}{2} \right) \Phi \times (\Phi \times \omega), \quad \Phi = |\Phi|,$$

или с точностью до третьего порядка

$$\dot{\Phi} \cong \omega + \frac{1}{2} \Phi \times \omega + \frac{1}{12} \Phi \times (\Phi \times \omega).$$

Отметим, что вектор угловой скорости $\omega(t)$ и вектор истинного поворота $\Phi(t)$ в общем случае не совпадают.

Без потери точности полученное уравнение трансформируется в другое уравнение, дающее оценку истинного поворота $\hat{\Phi}(t)$ [12],

$$\hat{\Phi}(t) \cong \Theta(t) + \frac{1}{2} \int_{t_{m-1}}^t [\Theta \times \omega] dt, \quad (5)$$

где $\Theta(t) = \int_{t_{m-1}}^t \omega dt$ — вектор кажущегося поворота от некоторого дискретного момента времени t_{m-1} (здесь Θ считается величиной первого порядка малости на выбранном промежутке, $\Theta < 0,01$).

Как следует из приводимого выражения (5), во внимание принимается изменение положения вектора угловой скорости $\omega(t)$ (второе слагаемое) на выбранном промежутке времени $[t_{m-1}, t_m]$. Учет данного эффекта в зарубежной литературе получил название процедуры coning (кони́нг).

Дальнейший ход вычислений определяется *многошаговым* алгоритмом из [12], в котором темп поступления входных данных и темп выдачи выходных данных различные. Непрерывное соотношение (5) реализуется двумя рекуррентными процедурами по индексным переменным k (внутренней) и m (внешней)

$$\Theta(t) = \Theta_k + \int_{t_k}^t \hat{\omega} dt, \quad \Theta_{k+1} = \Theta_k + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \hat{\omega} dt, \quad \Theta_0 = 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots, K-1;$$

$$\delta\Theta_{k+1} = \delta\Theta_k + \frac{1}{2} \int_{t_k}^{t_{k+1}} [\Theta(t) \times \hat{\omega}(t)] dt, \quad \delta\Theta_0 = 0,$$

или после подстановки кусочно-линейной аппроксимации

$$\begin{aligned} \omega^L(t) &= \omega_{i-1}^L + \frac{\omega_i^L - \omega_{i-1}^L}{\Delta_t} (t - t_{i-1}) = \omega_{i-1}^L + \frac{\nabla \omega_i^L}{\Delta_t} (t - t_{i-1}) = \\ &= \frac{1}{\Delta_t} \frac{\nabla \theta_i + \nabla \theta_{i-1}}{2} + \frac{1}{\Delta_t} \frac{\nabla \theta_i - \nabla \theta_{i-1}}{\Delta_t} (t - t_{i-1}), \end{aligned}$$

где $\nabla\Theta = \int_{t_{i-1}}^t \omega(\tau) d\tau$ — угол кажущегося поворота, Δ_t — шаг интегрирования.

$$\Theta_{k+1} = \Theta_k + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \hat{\omega} dt = \Theta_k + \nabla\Theta_{k+1}, \Theta_0 = 0, k = 0, 1, 2, \dots, K-1;$$

$$\delta\Theta_{k+1} = \delta\Theta_k + \frac{1}{2} \int_{t_k}^{t_{k+1}} [\Theta(t) \times \hat{\omega}(t)] dt = \delta\Theta_k + \frac{1}{2} \left(\Theta_k + \frac{1}{6} \nabla\Theta_k \right) \times \nabla\Theta_{k+1},$$

$$\delta\Theta_0 = 0,$$

$\nabla\Theta_0$ берется из предыдущего интервала!

Окончательное выражение для оценки вектора истинного поворота на конец интервала t_m имеет вид

$$\hat{\Phi}_m = \Theta_{K-1} + \delta\Theta_{K-1}, \hat{\Phi}_m = [\Phi_{1m}, \Phi_{2m}, \Phi_{3m}]', \Phi_m \circ \hat{\Phi}_m. \quad (6)$$

Знание вектора истинного поворота дает возможность найти соответствующее ему приращение кватерниона $\hat{N}|_m$

$$\hat{N}|_m = \left\langle \cos \frac{\Phi_m}{2}, \frac{\Phi_{1m}}{\Phi_m} \sin \frac{\Phi_m}{2}, \frac{\Phi_{2m}}{\Phi_m} \sin \frac{\Phi_m}{2}, \frac{\Phi_{3m}}{\Phi_m} \sin \frac{\Phi_m}{2} \right\rangle.$$

Далее происходит приближенное вычисление вспомогательной функции $\sin(x/2)/x$

$$\frac{1}{x} \sin\left(\frac{x}{2}\right) \cong 0,5 - 0,0208333333333333x^2 + 0,0002604166666666x^4.$$

Приближение для $\cos(x/2)$

$$\cos\left(\frac{x}{2}\right) \cong 1 - 0,125x^2 + 0,002604166666667x^4.$$

Вычисление компонент кватерниона приращения $\hat{N}|_k$ при $x \triangleq \|\Phi_k\|$

$$N_0 = \cos\left(\frac{x}{2}\right), \quad N_1 = \Phi_k(1) \frac{1}{x} \sin\left(\frac{x}{2}\right),$$

$$N_2 = \Phi_k(2) \frac{1}{x} \sin\left(\frac{x}{2}\right), \quad N_3 = \Phi_k(3) \frac{1}{x} \sin\left(\frac{x}{2}\right),$$

$$\hat{N}|_k = [N_0, N_1, N_2, N_3]^T.$$

Вычисленный кватернион-приращение подвергается следующей процедуре нормирования

$$\delta = 1 - \|\hat{N}|_m\|, \hat{N}|_m := \frac{\hat{N}|_m}{\sqrt{1-\delta}} \cong \hat{N}|_m \left(1 + \frac{\delta}{2}\right).$$

После этого осуществляется переход к следующему интервалу $[t_m, t_{m+1}]$ и т. д.

Адаптация многошагового метода на одношаговый вариант. Пусть известна кусочно-линейная аппроксимация для угловой скорости на выбранном промежутке времени $[t, t_{k-1}]$

$$\begin{aligned} \hat{\omega}(t) &= \hat{\omega}_{k-1} + \frac{1}{\Delta_k} (\hat{\omega}_k - \hat{\omega}_{k-1})(t - t_{k-1}) = \hat{\omega}(\tau); \\ \tau &= (t - t_{k-1}). \end{aligned}$$

Тогда, согласно принятому уравнению для вектора истинного поворота, после подстановки непрерывной кусочно-линейной аппроксимации для угловой скорости имеем для выбранного промежутка времени

$$\begin{aligned} \Theta(\tau) &= \int_{t_{k-1}}^t \hat{\omega} dt = \hat{\omega}_{k-1} \tau + \frac{\Delta \hat{\omega}_k}{\Delta_t} \frac{\tau^2}{2}, \tau = (t - t_{k-1}) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \hat{\Theta}_k = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \hat{\omega} dt = \hat{\omega}_{k-1} \Delta_t = \frac{\hat{\omega}_k + \hat{\omega}_{k-1}}{2} \Delta_t; \end{aligned}$$

$$\delta \hat{\Theta}(t) \cong \frac{1}{2} \int_{t_{k-1}}^t [\hat{\Theta} \times \hat{\omega}] dt = \frac{1}{2} \int_{t_{k-1}}^t [\hat{\Theta}(\tau) \times \hat{\omega}(\tau)] dt \Rightarrow \delta \hat{\Theta}_k = \frac{1}{12} [\hat{\omega}_{k-1} \times \hat{\omega}_k] \Delta_t^2;$$

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}(t) &\cong \hat{\Theta}(t) + \frac{1}{2} \int_{t_{k-1}}^t [\hat{\Theta} \times \hat{\omega}] dt \Rightarrow \hat{\Phi}_k \cong \hat{\Theta}_k + \delta \hat{\Theta}_k \Rightarrow \\ &\Rightarrow \hat{\Phi}_k \cong \frac{\hat{\omega}_k + \hat{\omega}_{k-1}}{2} \Delta_t + \frac{1}{12} [\hat{\omega}_{k-1} \times \hat{\omega}_k] \Delta_t^2. \end{aligned} \tag{7}$$

Полученный результат определяет приращение угла истинного поворота на выбранном промежутке времени через известные аппроксимации угловой скорости. Знание приращения вектора истинного поворота $\hat{\Phi}_k = [\Phi_k(1), \Phi_k(2), \Phi_k(3)]^T$ дает возможность найти соответствующее ему приращение кватерниона $\hat{N}|_k$.

Операция нормирования кватерниона имеет вид

$$\delta = 1 - \|\hat{N}|_m\|, \hat{N}|_m := \frac{\hat{N}|_m}{\sqrt{1-\delta}} \cong \hat{N}|_m \left(1 + \frac{\delta}{2}\right).$$

После этого осуществляется окончательное вычисление результирующего кватерниона

$$\mathbf{B}_M|_{m-1} \circ \hat{N}|_m$$

и переход к следующему интервалу $[t_m, t_{m+1}]$ и т. д.

Как видно из окончательного выражения (7), в данном алгоритме используются непосредственно оценки угловой скорости, а не приращения кажущегося угла, как в предыдущем алгоритме (6).

Выходные сигналы ВИУС могут носить характер импульсный, квантованный или сопровождаться шумами.

Исследование алгоритмов (моделирование). Для исследования алгоритмов БИНС проводилось математическое моделирование в вычислительной среде *MATLAB* [6].

Угловая скорость в модельных примерах представляется в пространственном варианте

$$\boldsymbol{\omega}^B = \frac{d\theta}{dt} \mathbf{e},$$

где \mathbf{e} — единичный вектор, фиксируемый на время поворота, $\mathbf{e} = \frac{1}{\sqrt{3}}[1, 1, 1]^T$; θ — угол поворота относительно фиксируемой оси \mathbf{e}

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} &= k_{\text{вр}} \sin(\omega_{\text{вр}} t), \\ \theta(t) &= -k_{\text{вр}} \frac{\cos(\omega_{\text{вр}} t) - 1}{\omega_{\text{вр}}}. \end{aligned}$$

Приводимые далее результаты моделирования являются начальными. Они демонстрируют работоспособность предлагаемых алгоритмов и возможность их настройки на условия реального применения.

Результаты моделирования для алгоритма по соотношениям (6) представлены на рис. 12–15.

Начальные условия по угловому положению — нулевые.

Результаты моделирования для алгоритма по соотношениям (7).

Результаты моделирования показывают, что, в общем, целесообразно вводить коррекцию при реальном использовании.

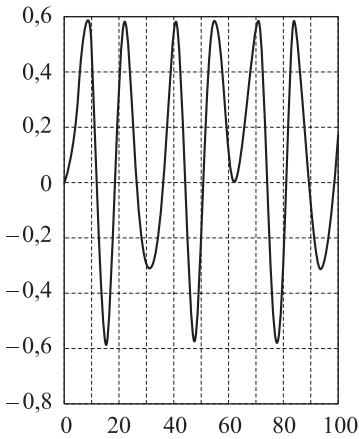


Рис. 12. Компоненты векторной части кватерниона эталона

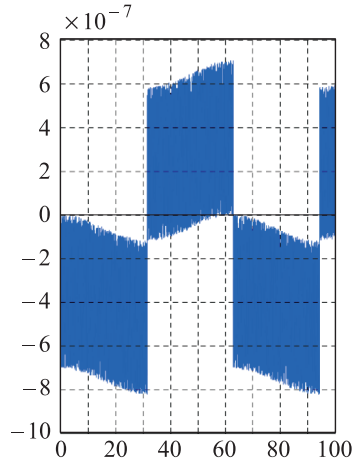


Рис. 13. Погрешность интегрирования

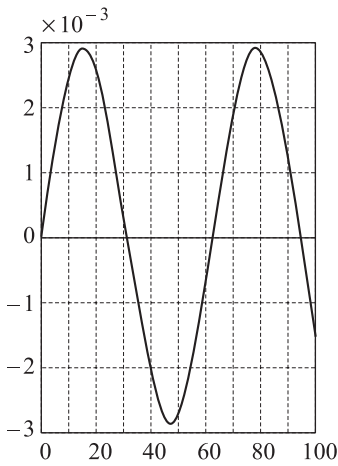


Рис. 14. Измеряемая угловая скорость

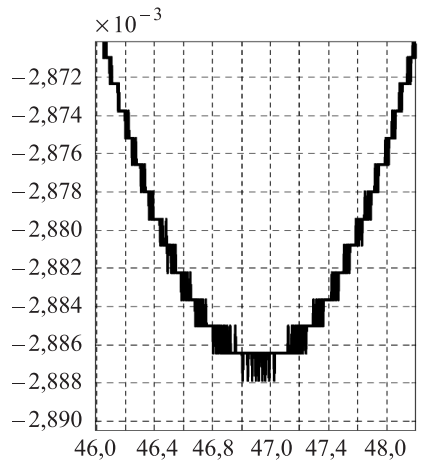


Рис. 15. Измеренная ВИУС угловая скорость (увеличенный масштаб)

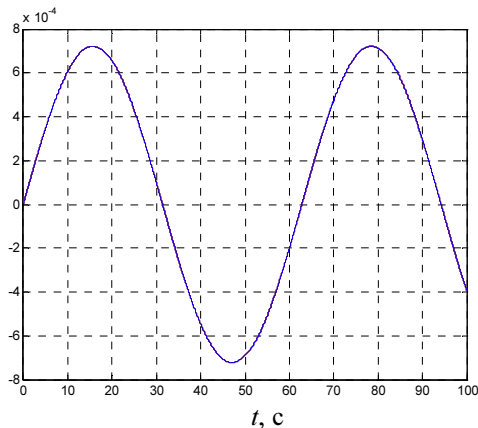


Рис. 16. Погрешность интегрирования

Исследование контура коррекции реализовано в вычислительной среде *Matlab*. На рис. 17 приведена схема обработки контура коррекции. По сравнению с рис. 3, здесь добавлена имитация внешнего движения КА (эталон) совместно с моделями измерителей ЗД и ВИУС.

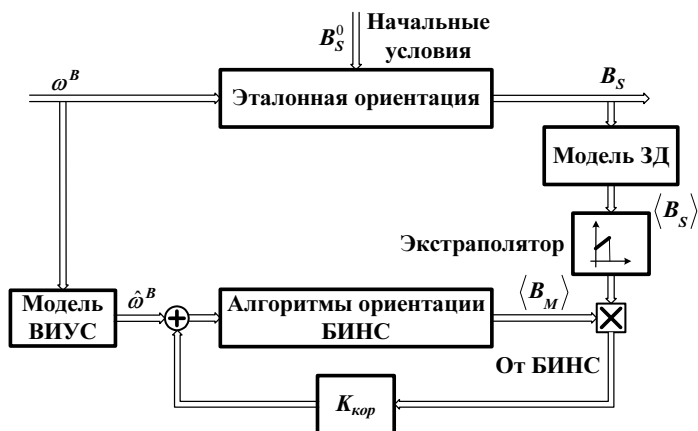


Рис. 17. Блок-схема для исследования контура коррекции

Условия моделирования

Коэффициенты:

$$k_{вр} = 0,0175, \omega_{вр} = 0,01 \text{ с}^{-1}, K_{кор} = 0,01.$$

ВИУС имеет импульсный выходной сигнал (см. рис. 15).

Дрейфы по осям (с^{-1}): $[-0,0000001; 0,0000001; -0,0000001]^T$.

Обратная связь отсутствует: $K_{кор} = 0$.

Результаты моделирования

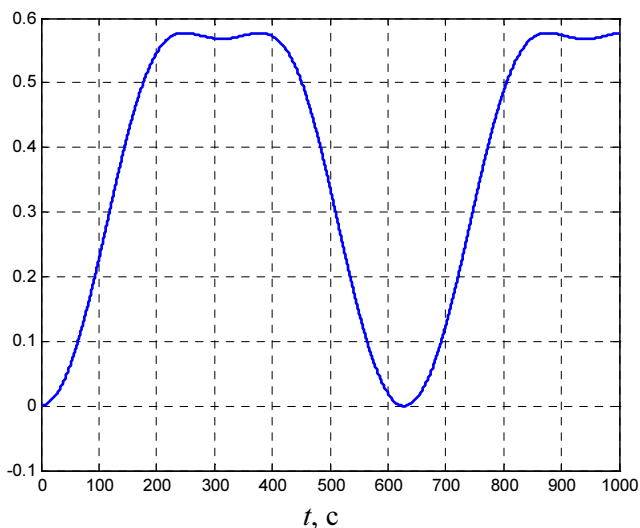


Рис. 18. Изменение одной из векторных компонент кватерниона показаний ЗД (эталон)

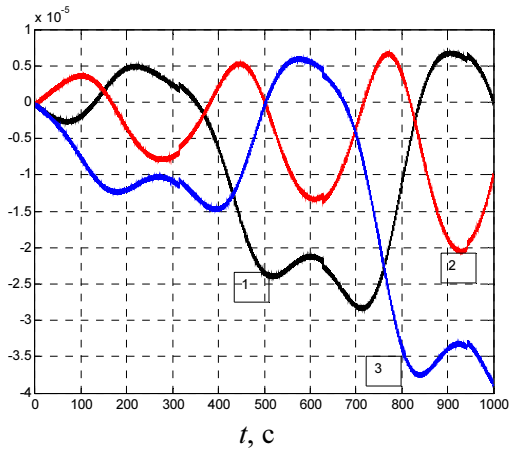


Рис. 19. Кватернионная погрешность $\text{vect}(\delta B)$ по осям ССК (рад)

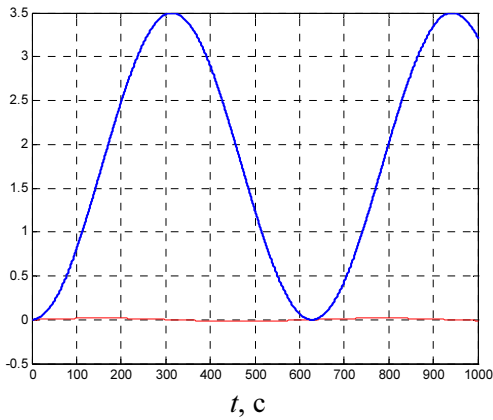


Рис. 20. Изменение угла поворота $\theta(t)$ относительно оси вращения (рад)

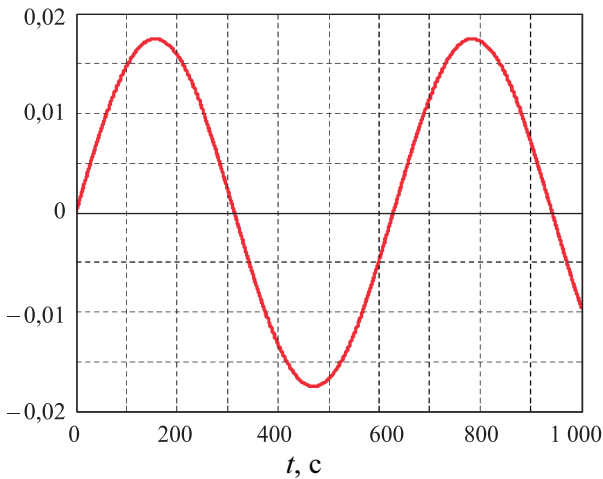


Рис. 21. Изменение угловой скорости вращения $d\theta/dt$ относительно оси (с^{-1})

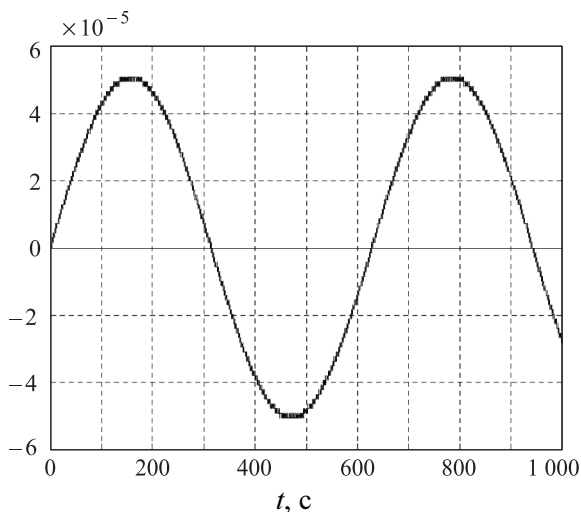


Рис. 22. Угловая скорость, измеренная ВИУС по одной из осей (с^{-1})

Ниже приведен график изменения погрешности при наличии обратной связи с параметром $K_{\text{кор}} = 0,01$.

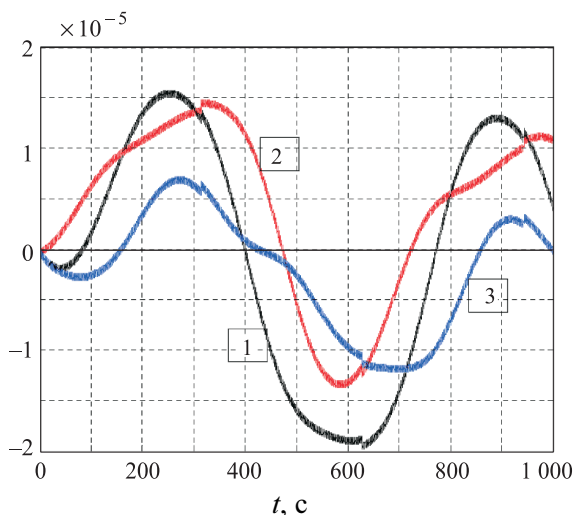


Рис. 23. Погрешность в виде кватерниона vect ($\delta\mathbf{B}$) по осям ССК (рад)

Заключение.

1. Разработана общая структура системы ориентации и навигации, в рамках которой можно сформировать различные варианты режимов управляемого углового движения и получить информацию о движении центра масс.

2. Проведен ориентировочный выбор наиболее важных измерительных средств (звездный датчик, магнитометр), приведены их модели для целей первичного исследования, а также разработаны контуры коррекции при проведении обработки навигационной информации.

3. Разработан ряд алгоритмов кинематики углового движения (одношагового типа), используемых при построении виртуальной математической платформы БИНС.

4. Проведены исследования точности алгоритмов угловой кинематики и контуров коррекции методами математического моделирования с использованием вычислительной среды MATLAB.

5. Полученные результаты (методы, модели, программно-алгоритмическое обеспечение) могут быть использованы при разработке бесплатформенных систем ориентации и навигации МКА нового поколения, а также при разработке нового и модернизации имеющегося программно-математического обеспечения БИНС МКА.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Анучин О.Н., Комарова И.Э., Порфирьев Л.Ф. *Бортовые системы навигации и ориентации искусственных спутников Земли*. Санкт-Петербург, ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2004, 326 с.
- [2] Бабич О.А. *Обработка информации в навигационных комплексах*. Москва, Машиностроение, 1991, 512 с.
- [3] Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. *Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем*. Москва, Издательство Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1991, 280 с.
- [4] Лебедев Д.В., Ткаченко А.И. *Системы инерциального управления. Алгоритмические аспекты*. Киев, Наукова думка, 1991, 208 с.
- [5] Лобусов Е.С., Фомичев А.В. Дискретный фильтр Калмана и его практическое применение в задачах обработки информации и управления. *Актуальные проблемы развития отечественной космонавтики: Материалы XXVIII академических чтений по космонавтике*. Москва, Комиссия РАН по разработке научного наследия пионеров освоения космического пространства, 2004, с. 381–382.
- [6] Лобусов Е.С., Фомичев А.В. Моделирование режимов системы управления перспективного малогабаритного космического аппарата для фундаментальных научных исследований. *Актуальные проблемы развития отечественной космонавтики: Труды XXXVI академических чтений по космонавтике*. Москва, Комиссия РАН по разработке научного наследия пионеров освоения космического пространства, 2012, с. 471–472.
- [7] Lobusov, E., Fomichev A., Parisi M. Kinematic approach implementation in developing of attitude control system for small-sized spacecraft. *Intelligent Systems: Proceedings of the Tenth International Symposium*. Moscow: RUSAKI, 2012, p. 361–363.
- [8] Лобусов Е.С., Фомичев А.В. Разработка и исследование алгоритмического обеспечения БИНС для системы управления движением и навигации перспективного малогабаритного космического аппарата. *Актуальные про-*

блемы развития отечественной космонавтики: Труды XXXVII академических чтений по космонавтике. Москва, Комиссия РАН по разработке научного наследия пионеров освоения космического пространства, 2013, с. 537–538.

- [9] Красильщиков М.Н. и Себряков Г.Г., ред. *Современные информационные технологии в задачах навигации и наведения беспилотных маневренных летательных аппаратов*. Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2009, 562 с.
- [10] Леондес К.Т. *Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах*. Москва, Мир, 1980, 408 с.
- [11] Hughes P.C. *Spacecraft Attitude Dynamics*. New York, John Wiley and Sons, 2006.
- [12] Savage P.G. *Strapdown Analytics*. Strapdown Associates, Inc. Maple Plain, Minnesota, vol. 1, 2, 2000.
- [13] Tuthill J. *Design and Simulation of a Nano-Satellite Attitude Determination System*. M. Sc. Thesis, Naval Postgraduate School, United States, 2009.
- [14] Titterton D.H., Weston J.L. *Strapdown Inertial Navigation Technology, 2-nd Edition*. The Institution of Electrical Engineers, 2004.

Статья поступила в редакцию 28.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Лобусов Е.С., Фомичев А.В. Разработка и исследование алгоритмического обеспечения для основных режимов функционирования бесплатформенной инерциальной системы управления движением и навигации малогабаритного космического аппарата. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 10. URL: <http://engjournal.ru/catalog/it/nav/1095.html>

Лобусов Евгений Сергеевич — канд. техн. наук, доцент кафедры «Системы автоматического управления» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 80 научных работ и отчетов в области навигации и систем управления сложными динамическими объектами. e-mail: evgeny.lobusov@yandex.ru

Фомичев Алексей Викторович — канд. техн. наук, доцент, заместитель заведующего кафедрой «Системы автоматического управления» МГТУ им. Н.Э. Баумана, первый заместитель декана факультета «Информатика и системы управления». Автор более 70 научных работ и отчетов в области навигации и систем управления сложными динамическими объектами. e-mail: a.v.fomichev@bmstu.ru