УДК 629.7.05

Синтез закона управления продольным движением космического аппарата в атмосфере Земли при посадке

© Н.Е. Зубов[1,2], Е.А. Микрин[1,2], В.Н. Рябченко[1]

[1] ОАО «Ракетно-космическая корпорация ”Энергия“ имени С.П. Королёва»,
г. Королев Московской области, 141070, Россия
[2] МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Рассматривается задача синтеза в продольном канале закона управления движением космического аппарата в атмосфере Земли при посадке. С применением метода точного размещения полюсов получено аналитическое решение задачи, позволяющее формировать для каждого такта работы бортовой машины стабилизирующее управление.

Ключевые слова: *космический аппарат, уровни декомпозиции, метод точного размещения полюсов, аналитическое решение.*

Введение. При рассмотрении задачи управления спуском в продольном канале получили распространение упрощенные уравнения движения [1, 2]

$$y'' = \frac{d^2 y}{dx} = -\sqrt{r\lambda}\,\frac{c_y}{c_x} + \frac{e^{2x}-1}{y}, \qquad (1)$$

$$\frac{dL}{dx} = \sqrt{\frac{r}{\lambda}}\,\frac{1}{y}, \qquad (2)$$

где $x = \ln\frac{V_{\text{кр}}}{V} = \ln\frac{1}{\overline{V}}$, $\overline{V} = e^{-x}$; $y = \frac{c_x S}{2m}\sqrt{\frac{r}{\lambda}}\rho$, c_x, c_y — коэффициенты лобового сопротивления и подъемной силы, $V_{\text{кр}} \approx \sqrt{rg} = 7850$ м/с^2; r — радиус Земли; g — ускорение силы тяжести; S и m — характеристическая площадь и масса космического аппарата (КА); λ — логарифмический градиент плотности атмосферы; ρ — плотность атмосферы. Время полета в атмосфере определяется выражением

$$t = \frac{1}{\sqrt{g\lambda}} \int_{x_0}^{x} \frac{e^x dx}{y}.$$

Управление траекторией полета осуществляется регулированием аэродинамических сил, действующих на КА. При изменении угла крена изменяется эффективная подъемная сила — проекция продольной силы на вертикальную плоскость [1,2]. Соответственно уравнение (1) с учетом сказанного будет иметь вид

$$y'' = \frac{d^2 y}{dx} = -\sqrt{r\lambda}\,\frac{c_y}{c_x}\cos\gamma + \frac{e^{2x}-1}{y}. \qquad (3)$$

Следует заметить, что уравнения (2), (3) являются нелинейными и для построения законов управления применяется линеаризация относительно опорной траектории, полученной при заданном законе изменения $\cos\gamma$. В матрично-векторном виде линеаризованные уравнения (2), (3) запишутся так

$$\frac{d}{dx}\begin{pmatrix} \vartriangle y \\ \vartriangle y' \\ \vartriangle L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\dfrac{e^{2x}-1}{y^2} & 0 & 0 \\ -\sqrt{\dfrac{r}{\lambda}}\dfrac{1}{y^2} & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \vartriangle y \\ \vartriangle y' \\ \vartriangle L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}\vartriangle u, \qquad (4)$$

или

$$\dot{z} = A(x)z + Bu, \qquad (5),$$

где $u = \vartriangle u = \sqrt{r\lambda}\vartriangle\left(\dfrac{c_y}{c_x}\cos\gamma\right)$. Соответственно закон управления системой (4) имеет вид

$$u = k_{11}\vartriangle y + k_{12}\vartriangle y' + k_{13}\vartriangle L\,. \qquad (6)$$

Все опубликованные ранее работы при выборе коэффициентов k_{11}, k_{12}, k_{13} основаны на обеспечении устойчивости системы (4), и, соответственно, собственные значения характеристического уравнения системы (4) в процессе движения имеют переменные значения. В силу больших диапазонов изменения величин x, y, а также наличия погрешностей в их определении обеспечить абсолютную устойчивость и заданный запас устойчивости системы (5) на всей траектории снижения довольно трудно.

Данная статья посвящена решению задачи синтеза закона управления (6), обеспечивающего на всем участке полета постоянные заданные значения корней характеристического полинома системы (4), что достигается переменными значениями коэффициентов k_{11}, k_{12}, k_{13}, входящими в (6), и позволяет иметь асимптотическую устойчивость и заданный запас устойчивости.

Размещение полюсов. Задача размещения полюсов или назначения собственных значений (*eigenvalue assignment*) в линейных динамических системах в той или иной постановке рассматривалась в многочисленных работах, на некоторые из которых ссылаются в [3].

Рассмотрим линейную многомерную динамическую систему

$$\mathfrak{D}\mathbf{z} = \mathbf{Az} + \mathbf{Bu}, \tag{7}$$

где $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния; $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^r$ — вектор входа; $\mathbb{R}$ — множество действительных чисел; $n > r$; $\mathfrak{D}$ — символ, обозначающий либо оператор дифференцирования — $\mathfrak{D}\mathbf{z}(x) = \mathbf{z}'(x)$, либо оператор сдвига — $\mathfrak{D}\mathbf{z}(x) = \mathbf{z}(x+1)$.

Предполагается, что матрица $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times r}$ имеет полный ранг, а матрица $\boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ заведомо неустойчива, т. е. множество ее собственных значений (*спектр*)

$$\operatorname{eig}\left(\mathbf{A}\right) = \left\{\lambda_i \in \mathbb{C}: \ \det\left(\lambda \mathbf{I}_n - \mathbf{A}\right) = 0\right\},$$

где I_n — единичная матрица размера $n \times n$, $\mathbb{C}$ — множество комплексных чисел (комплексная плоскость), обязательно включает такие $\lambda_i \in \mathbb{C}$, что $\operatorname{Re}\left(\lambda_i\right) > 0$ для случая $\mathfrak{D}\mathbf{z}(x) = \mathbf{z}'(x)$ и $\left|\lambda_i\right| > 1$ для случая $\mathfrak{D}\mathbf{z}(x) = \mathbf{z}(x+1)$. Здесь $\left|\lambda_i\right|$ — модуль собственного значения λ_i.

Введем понятие $\mathbb{C}^{\mathrm{stab}}$, которое в дальнейшем в зависимости от типа изучаемой MIMO-системы (непрерывной или дискретной) будет обозначать, соответственно, левую полуплоскость $\mathbb{C}^-$ плоскости $\mathbb{C}$, т. е. $\mathbb{C}^{\mathrm{stab}} = \mathbb{C}^-$, либо область внутри круга единичного радиуса с центром в начале $\mathbb{C}$, т. е. $\mathbb{C}^{\mathrm{stab}} = \mathbb{C}_{|\lambda|<1}$.

Считается, что для системы (7) существует управление с обратной связью вида

$$\mathbf{u} = \mathbf{Kx}, \tag{8}$$

где $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{r \times n}$ — матрица регулятора по состоянию.

Управление системой (7) с помощью законов (8) является классической задачей, когда необходимо найти такую матрицу K, что обеспечиваются некоторые заданные требования к процессу управления, в частности требования на размещение полюсов замкнутой системы (собственных значений матриц $\mathbf{A} - \mathbf{BK}$) в заданных точках $\mathbb{C}^{\mathrm{stab}}$ или в заданной области $\mathbb{C}^{\mathrm{stab}}$ (такой областью, например, может быть вся левая полуплоскость $\mathbb{C}$).

Хорошо известно, что характеристический полином

$$\det\left(\lambda \mathbf{I}_n - \mathbf{A} - \mathbf{BK}\right), \tag{9}$$

где $\lambda = s$ для случая $\mathfrak{D}\mathbf{z}(x) = \mathbf{z}'(x)$ и $\lambda = z$ для случая $\mathfrak{D}\mathbf{z}(x) = \mathbf{z}(x+1)$ задают распределение полюсов замкнутой системы на $\mathbb{C}$. Они являются определяющими в отношении устойчивости MIMO-системы.

Накладывая требования на распределение полюсов, можно обеспечить устойчивость и (опосредованно) качество переходных процессов в замкнутой системе.

Требования на распределение полюсов можно задавать с помощью разложения полинома (9) на множители, например,

$$\det\left(\lambda\mathbf{I}_n - \mathbf{A} - \mathbf{BK}\right) = \left(\lambda - \tilde{\lambda}_1\right)\left(\lambda - \tilde{\lambda}_2\right)\cdots\left(\lambda - \tilde{\lambda}_n\right), \tag{10}$$

где $\tilde{\lambda}_i$ — заданные значения корней полинома (собственные значения матрицы A + BK), или разложения матрицы

$$\mathbf{A} - \mathbf{BK} = \mathbf{W}\Lambda\mathbf{W}^{-1},$$

где Λ — матрица диагонально-клеточного типа; W — матрица преобразования.

В матрице Λ для каждого *i*-го действительного полюса λ_i, соответствующего заданному значению корня характеристического полинома, имеется клетка размером 1×1, а для каждой пары комплексно-сопряженных корней — клетка размером 2×2 вида

$$\left(\begin{array}{c:c} \operatorname{Re}\left(\lambda_i\right) & \operatorname{Im}\left(\lambda_i\right) \\ \hdashline -\operatorname{Im}\left(\lambda_i\right) & \operatorname{Re}\left(\lambda_i\right) \end{array}\right) \in \mathbb{R}^{2\times 2}.$$

Если заданы кратные корни, то это отражается в структуре матрицы Λ, как в ее жордановой форме.

Рассмотрим далее эффективный метод решения задачи полного размещения полюсов [3] MIMO-системы (7), в основе которого лежит декомпозиция матрицы *A* модели исходной системы.

Пусть $\mathbf{B}^{\perp\mathrm{T}} = \mathrm{null}(\mathbf{B}^{\mathrm{T}})$ – ортогональная матрица, удовлетворяющая условиям $\mathbf{B}^{\perp}\mathbf{B} = 0_{(n-r)\times r}$, $\mathbf{B}^{\perp}\mathbf{B}^{\perp} = \mathrm{I}_{n-r}$. Введем в рассмотрение следующую *многоуровневую декомпозицию* MIMO-системы (7) [3], представленную парой матриц (A, B), где $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n\times r}$.

Нулевой (*исходный*) *уровень*

$$\mathbf{A}_0 = \mathbf{A},\ \mathbf{B}_0 = \mathbf{B}, \tag{11}$$

первый уровень

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{B}_0^{\perp}\mathbf{A}_0\mathbf{B}_0^{\perp\mathrm{T}},\ \mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_0^{\perp}\mathbf{A}_0\mathbf{B}_0, \tag{12}$$

k-й (*промежуточный*) *уровень*

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{B}_{k-1}^{\perp}\mathbf{A}_{k-1}\mathbf{B}_{k-1}^{\perp\mathrm{T}},\ \mathbf{B}_k = \mathbf{B}_{k-1}^{\perp}\mathbf{A}_{k-1}\mathbf{B}_{k-1}, \tag{13}$$

L-й (*конечный*) *уровень*, $L = \mathrm{ceil}\,(n/r) - 1$,

$$\mathbf{A}_L = \mathbf{B}_{L-1}^{\perp}\mathbf{A}_{L-1}\mathbf{B}_{L-1}^{\perp\mathrm{T}},\ \mathbf{B}_L = \mathbf{B}_{L-1}^{\perp}\mathbf{A}_{L-1}\mathbf{B}_{L-1}, \tag{14}$$

Здесь ceil(*) — операция округления числа * в сторону большего значения, например, ceil(0.1) = 1, ceil(1.6) = 2, ceil(2.01) = 3 и т. д.

Без ограничения общности будем считать, что все матрицы B_i в $(12)-(14)$, являются матрицами полного ранга по столбцам. Согласно [3], если MIMO-система (7) полностью управляемая и матрица $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{r\times m}$ удовлетворяет формулам

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_0 = \mathbf{B}_0^{-}\mathbf{A} - \Phi_0\mathbf{B}_0^{-}, \quad \mathbf{B}_0^{-} = \mathbf{K}_1\mathbf{B}_0^{\perp} + \mathbf{B}_0^{+}, \tag{15}$$

$$\mathbf{K}_1 = \mathbf{B}_1^{-}\mathbf{A}_1 - \Phi_1\mathbf{B}_1^{-}, \quad \mathbf{B}_1^{-} = \mathbf{K}_2\mathbf{B}_1^{\perp} + \mathbf{B}_1^{+}, \ldots \tag{16}$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{B}_k^{-}\mathbf{A}_k - \Phi_k\mathbf{B}_k^{-}, \quad \mathbf{B}_k^{-} = \mathbf{K}_{k+1}\mathbf{B}_k^{\perp} + \mathbf{B}_k^{+}, \ldots \tag{17}$$

$$\mathbf{K}_L = \mathbf{B}_L^{-}\mathbf{A}_L - \Phi_L\mathbf{B}_L^{-}, \tag{18}$$

тогда

$$\mathrm{eig}\left(\mathbf{A} - \mathbf{BK}\right) = \bigcup_{i=1}^{L+1}\mathrm{eig}(\Phi_{i-1}). \tag{19}$$

Здесь $\mathbf{B}_k^{+}$ — псевдообратная матрица Мура — Пенроуза.

Из вышесказанного вытекает следующий *алгоритм синтеза* регулятора, обеспечивающего заданное размещение полюсов:

1) задать матрицы $\mathbf{A}_0 = \mathbf{A}$, $\mathbf{B}_0 = \mathbf{B}$;

2) вычислить $L = \mathrm{ceil}(n/r) - 1$;

3) задать матрицы $\Phi = \Phi_0, \Phi_1, \ldots, \Phi_L$ такие, что

$\bigcup_{i=1}^{L+1}\mathrm{eig}(\Phi_{i-1})$ — желаемый спектр замкнутой системы;

4) вычислить ортогональный аннулятор $\mathbf{B}_0^{\perp} = \mathbf{B}^{\perp}$, а затем матрицы

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{B}_0^{\perp}\mathbf{A}_0\mathbf{B}_0^{\perp\mathrm{T}},\ \mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_0^{\perp}\mathbf{A}_0\mathbf{B}_0, \ldots,\ \mathbf{A}_k = \mathbf{B}_{k-1}^{\perp}\mathbf{A}_{k-1}\mathbf{B}_{k-1}^{\perp\mathrm{T}},\ \mathbf{B}_k = \mathbf{B}_{k-1}^{\perp}\mathbf{A}_{k-1}\mathbf{B}_{k-1};$$

5) вычислить ортогональный аннулятор $\mathbf{B}_k^{\perp}$, а затем матрицы

$$\mathbf{A}_{k+1} = \mathbf{B}_k^{\perp}\mathbf{A}_k\mathbf{B}_k^{\perp\mathrm{T}},\ \mathbf{B}_{k+1} = \mathbf{B}_k^{\perp}\mathbf{A}_k\mathbf{B}_k, \ldots;$$

6) вычислить ортогональный аннулятор $\boldsymbol{B}_{L-2}^{\perp}$, а затем матрицы

$$\mathbf{A}_{L-1} = \mathbf{B}_{L-2}^{\perp}\mathbf{A}_{L-2}\mathbf{B}_{L-2}^{\perp\mathrm{T}},\ \mathbf{B}_{L-1} = \mathbf{B}_{L-2}^{\perp}\mathbf{A}_{L-2}\mathbf{B}_{L-2};$$

7) вычислить ортогональный аннулятор $\mathbf{B}_{L-1}^{\perp}$, а затем матрицы

$$\mathbf{A}_L = \mathbf{B}_{L-1}^{\perp}\mathbf{A}_{L-1}\mathbf{B}_{L-1}^{\perp\mathrm{T}},\ \mathbf{B}_L = \mathbf{B}_{L-1}^{\perp}\mathbf{A}_{L-1}\mathbf{B}_{L-1};$$

8) последовательно вычислить матрицы

$$\mathbf{K}_L = \mathbf{B}_L^{-}\mathbf{A}_L - \Phi_L\mathbf{B}_L^{-},$$

$$\mathbf{B}_{L-1}^{-} = \mathbf{K}_L\mathbf{B}_{L-1}^{\perp} + \mathbf{B}_{L-1}^{+},\ \mathbf{K}_{L-1} = \mathbf{B}_{L-1}^{-}\mathbf{A}_{L-1} - \Phi_{L-1}\mathbf{B}_{L-1}^{-},\ldots,$$

$$\mathbf{B}_k^{-} = \mathbf{K}_{k+1}\mathbf{B}_k^{\perp} + \mathbf{B}_k^{+}, \qquad \mathbf{K}_k = \mathbf{B}_k^{-}\mathbf{A}_k - \Phi_k\mathbf{B}_k^{-},\ldots,$$

$$\mathbf{B}_1^{-} = \mathbf{K}_2\mathbf{B}_1^{\perp} + \mathbf{B}_1^{+}, \qquad \mathbf{K}_1 = \mathbf{B}_1^{-}\mathbf{A}_1 - \Phi_1\mathbf{B}_1^{-},$$

$$\mathbf{B}_0^{-} = \mathbf{K}_1\mathbf{B}_0^{\perp} + \mathbf{B}_0^{+}, \qquad \mathbf{K} = \mathbf{K}_0 = \mathbf{B}_0^{-}\mathbf{A}_0 - \Phi_0\mathbf{B}_0^{-}.$$

Управление продольным движением КА в атмосфере. Источником информации о текущих параметрах траектории служат: блок акселерометров, жестко установленный на КА, априорная информация о параметрах номинальной траектории. В этом случае вектор состояния с компонентами Δy, $\Delta y'$, ΔL будет определяться следующим образом [1]:

$$n_x - n_{x\text{ном}}(V) = \vartriangle n_x(V) = \sqrt{r\lambda}e^{-2x}\vartriangle y,\ \frac{d}{dt}\big(\vartriangle n_x(V)\big) = \lambda\sqrt{rg}e^{-3x}\left(\vartriangle y' - 2\vartriangle y\right),$$

$$\vartriangle L = -\sqrt{rg}\int_{t_0}^{t}\frac{\vartriangle n_x(V)}{n_x}dt.$$

Рассмотрим применение алгоритма синтеза регулятора, обеспечивающего заданное размещение полюсов применительно к задаче нахождения законов стабилизации программной траектории спуска в продольном канале, описываемой моделью (5). В данном случае имеем

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 \\ a_{31} & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{20}$$

поэтому размерность объекта управления $n = 3$, вектора управления $r = 1$, а число уровней декомпозиции для

$$L = \mathrm{ceil}\big(n/r\big) - 1 = 3 - 1 = 2$$

— три (нулевой, первый и второй).

Будем считать, что заданный характеристический полином замкнутой системы (10) имеет вид

$$\det\left(\lambda\mathbf{I}_3 - \mathbf{A} - \mathbf{BK}\right) = \left(\lambda - \tilde{\lambda}_1\right)\cdots\left(\lambda - \tilde{\lambda}_3\right) = \prod_{i=1}^{3}\left(\lambda - \tilde{\lambda}_i\right), \tag{21}$$

где $\lambda_i \lambda_i$ заданы исходя из определенных требований.

Согласно введенной многоуровневой декомпозиции *нулевой уровень* для MIMO-системы с $\mathfrak{D}\mathbf{z}(x) = \mathbf{z}'(x)$ и матрицами (20) имеет вид

$$\mathbf{A}_0 = \mathbf{A},\ \mathbf{B}_0 = \mathbf{B}, \tag{22}$$

$$\mathbf{B}_0^{\perp} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_0^{+} = \mathbf{B}_0^{\perp\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{23}$$

Нетрудно убедиться, что для матрицы $\mathbf{B}_0^{\perp}$ из (23) выполняется условие ортогональности.

Первый уровень для системы (5) с матрицами (22), (23) при $\mathfrak{D}\mathbf{x}(t) = \dot{\mathbf{x}}(t)$ выглядит следующим образом:

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{B}_0^{\perp}\mathbf{A}_0\mathbf{B}_0^{\perp\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -a_{31} & 0 \end{pmatrix}, \tag{24}$$

$$\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_0^{\perp}\mathbf{A}_0\mathbf{B}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{25}$$

$$\mathbf{B}_1^{+} = \mathbf{B}_1^{-1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \tag{26}$$

а для второго будем иметь

$$\mathbf{A}_2 = \mathbf{B}_1^{\perp}\mathbf{A}_1\mathbf{B}_1^{\perp\mathrm{T}} = 0,\ \mathbf{B}_2 = \mathbf{B}_1^{\perp}\mathbf{A}_1\mathbf{B}_1,\ \mathbf{B}_2^{+} = \mathbf{B}_2^{-1} = -\frac{1}{a_{31}}. \tag{27}$$

Зададим матрицы $\Phi = \Phi_0$, Φ_1 и Φ_2 в следующем виде:

$$\Phi_0 = \tilde{\lambda}_1, \qquad \Phi_1 = \tilde{\lambda}_2, \qquad \Phi_2 = \tilde{\lambda}_3, \tag{28}$$

где $\tilde{\lambda}_i$ — заданные значения корней полинома 3-го порядка.

Выполняя вычисления по формулам (15) – (18) с учетом матриц (22) – (28), получим

$$\mathbf{K}_2 = \mathbf{B}_2^+\mathbf{A}_2 - \Phi_2\mathbf{B}_2^+ = -\frac{\tilde\lambda_3}{a_{31}},$$

$$\mathbf{B}_1^- = \mathbf{B}_1^+ + \mathbf{K}_2\mathbf{B}_1^\perp = \begin{pmatrix} 1 & \dfrac{\tilde\lambda_3}{a_{31}} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{K}_1 = \mathbf{B}_1^-\mathbf{A}_1 - \Phi_1\mathbf{B}_1^- = \begin{pmatrix} \tilde\lambda_2 + \tilde\lambda_3 & \dfrac{\tilde\lambda_2\tilde\lambda_3}{a_{31}} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{B}_0^- = \mathbf{B}_0^+ + \mathbf{K}_1\mathbf{B}_0^\perp = \begin{pmatrix} \tilde\lambda_2 + \tilde\lambda_3 & -1 & \dfrac{\tilde\lambda_2\tilde\lambda_3}{a_{31}} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_0 = \mathbf{B}_0^-\mathbf{A}_0 - \Phi_0\mathbf{B}_0^- = \begin{pmatrix} a_{21} + \tilde\lambda_2\tilde\lambda_3 + \tilde\lambda_1(\tilde\lambda_2 + \tilde\lambda_3) & -\tilde\lambda_1 - \tilde\lambda_2 - \tilde\lambda_3 & \dfrac{\tilde\lambda_1\tilde\lambda_2\tilde\lambda_3}{a_{31}} \end{pmatrix}. \tag{29}$$

Матрица-строка (29) определяет закон управления в продольном канале в детерминированной постановке. Поскольку система управления спуском подвержена сильным возмущениям, в том числе и случайным, то применение полученного решения даст существенные ошибки. Для повышения точности рассмотрим задачу идентификации этого возмущения. Будем считать, что в пределах одного такта работы бортовой машины оно постоянно, а значение на начало такта определяется решением задачи идентификации. Модель идентификации (наблюдения) построим на базе уравнения (3), которое при наличии возмущения запишется так:

$$y'' = \frac{d^2y}{dx} = -\sqrt{r\lambda}\,\frac{c_y}{c_x}\cos\gamma + \frac{e^{2x}-1}{y} + w(x), \tag{30}$$

где $w(x)$ — неизвестное возмущение.

Матрицу наблюдаемых параметров С зададим следующим образом:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Дискретная идентификационная модель будет иметь вид

$$\hat{\mathbf{z}}(n+1) = \mathbf{A}_D\hat{\mathbf{z}}(n) + \mathbf{Bu},$$

где

$$\mathbf{A}_D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ a_{21} & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},\ \hat{\mathbf{z}} = \begin{pmatrix} \vartriangle\hat y & \vartriangle\hat y' & \hat w \end{pmatrix}. \tag{31}$$

Оценка возмущения согласно [4] сводится к рассмотрению вспомогательной системы

$$\mu(n+1) = \mathbf{A}_D^{\mathrm{T}}\mu(n) + \mathbf{C}^{\mathrm{T}}\eta(n), \;\; \eta = -\mathbf{L}^{\mathrm{T}}\mu,$$

где μ — вектор, имеющий размерность вектора $\hat{\mathbf{z}}$ и полностью управляем вектором η. Поиск матрицы **L**, по сути, и является основной целью решения задачи идентификации с использованием метода, основанного на использовании наблюдателя Люэнбергера.

Применяя к (31) алгоритм (11)–(19), в котором заменяем **K** на **L**, **A** на $\mathbf{A}_D^T$ и **B** на C^{T} и для обеспечения максимально быстрой сходимости оценки возмущения назначаем $\Phi_0 = \Phi_1 = \Phi_2 = 0$, получим

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ -a_{21}-3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

а оценка возмущения $\hat{w}$ при отсутствии управления определится как

$$\hat{w}\left(n+1\right) = \hat{w}\left(n\right) + \Delta y\left(n+1\right) - \Delta\hat{y}\left(n+1\right). \qquad (32)$$

С учетом (32) и в соответствии с (30) на основании управление вида (8) запишется так:

$$\mathbf{u} = \Delta\mathbf{u} = \mathbf{Kx} + \hat{w}(n+1),$$

где матрица **K** определяется выражением (29).

Заключение. Результаты статистического моделирования в широком диапазоне возможных начальных условий входа в атмосферу показали, что такой подход к решению задачи управления движением КА в атмосфере Земли в продольном канале обеспечивает с вероятностью 0,997 точность приведения в точку раскрытия парашютной системы не хуже 13,5 км.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Алексеев К.Б., Бебенин Г.Г., Ярошевский В.Я. *Маневрирование космических аппаратов*. Москва, Машиностроение, 1970.

[2] Ярошевский В.Я. *Вход в атмосферу космических летательных аппаратов*. Москва, Наука, 1988.

[3] Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н. Синтез развязывающих законов стабилизации орбитальной ориентации космического аппарата. *Изв. РАН. ТиСУ*, 2012, № 1, с. 92–108.

[4] Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Рябченко В.Н. и др. Применение метода точного размещения полюсов к решению задач наблюдения и идентификации. *Изв. РАН. ТиСУ*, 2013, № 1, с. 135–151.

Статья поступила в редакцию 28.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Рябченко В.Н. Синтез закона управления продольным движением космического аппарата в атмосфере Земли при посадке. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 10. URL: http://engjournal.ru/catalog/it/nav/1081.html

Зубов Николай Евгеньевич — д-р техн. наук, заместитель руководителя по науке научно-технического центра ОАО «РКК ”Энергия“ имени С.П. Королёва», профессор кафедры «Системы автоматического управления» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 70 работ в области проблем управления космическими аппаратами. e-mail: Nikolay.Zubov@rsce.ru

Микрин Евгений Анатольевич — д-р техн. наук, академик РАН, первый заместитель генерального конструктора ОАО «РКК ”Энергия“ имени С.П. Королёва», заведующий кафедрой «Системы автоматического управления» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 100 работ в области проблем управления космическими аппаратами.

Рябченко Владимир Николаевич — д-р техн. наук, ведущий научный сотрудник, заместитель научно-технического центра ОАО «РКК ”Энергия“ имени С.П. Королёва». Автор более 200 работ в области проблем управления космическими аппаратами.