УДК 531.396

Инерция приводов в уравнениях движения манипуляционных систем роботов

© О.Н. Крахмалев

Предприятие «Промбезопасность – БГТУ», Брянск, 241035, Россия

Представлены уравнения движения манипуляционных систем роботов, учитывающие инерцию приводов. Уравнения получены на основе уравнения Лагранжа второго рода и матриц преобразования однородных координат. Эти уравнения позволяют раздельно определять усилия, развиваемые двигателями приводов, и движущие усилия, прикладываемые непосредственно к звеньям манипуляционной системы для обеспечения заданного движения. В уравнениях выделена матрица гироскопических моментов, отражающая влияние инерции приводов на движение звеньев манипуляционных систем. Представленные уравнения имеют матричную структуру, удобную для компьютерного моделирования.

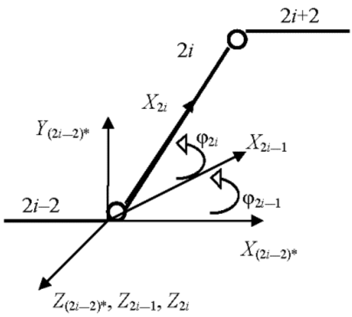
Ключевые слова: *роботы, манипуляционные системы, инерция приводов, уравнения движения.*

Манипуляционная система робота состоит из исполнительного механизма и приводов. Привод звена манипуляционной системы включает, как правило, двигатель и передаточный механизм. Структурно манипуляционная система представляет собой разомкнутую кинематическую цепь из звеньев, которые соединены между собой шарнирами, имеющими одну степень свободы. Звенья моделируются абсолютно твердыми телами.

Инерционные параметры приводов обычно существенно меньше инерционных параметров звеньев, приводимых в движение этими приводами. Однако скорости движения масс внутри привода могут быть достаточно велики, в результате чего суммарный вклад приводов в кинетическую энергию манипуляционной системы может оказаться существенным.

Учесть инерцию приводов можно, рассматривая привод как механизм с одной степенью свободы, совершающий циклические движения. Для таких механизмов в зависимости от формы движения выходного звена можно определить приведенные инерционные параметры (массу, моменты инерции).

Постановка задачи. Будем считать, что привод каждого последующего звена устанавливается на предыдущем звене. Каждому приводу поставим в соответствие дополнительное звено, не имеющее геометрических размеров. В этом случае начала систем координат, связываемых с приводами (дополнительными звеньями), должны совпадать с началами систем координат, связываемых со звеньями, приводимыми в движение этими приводами. Положения систем коор-



динат, связываемых со звеньями и приводами, могут быть определены через обобщенные координаты, отражающие их относительные смещения (рисунок):

$$q_i = \varphi_{2i-1} + \varphi_{2i},\ i = 1,\ ...,\ n; \qquad (1)$$

$$\varphi_{2i-1} = p_i q_i; \qquad (2)$$

$$\varphi_{2i} = \left(1 - p_i\right) q_i, \qquad (3)$$

где φ_{2i-1} – угол поворота ($2i$–1)-й (нечетной) системы координат, связанной с i-м приводом; φ_{2i} – угол поворота $2i$-й (четной) системы координат, связанной с i-м звеном; p_i – передаточное отношение i-го привода; n – число степеней свободы манипуляционной системы.

Моделируя геометрию манипуляционных систем с использованием подхода, при котором с каждым звеном манипуляционной системы связывают две системы координат, рассмотрим матрицы преобразования однородных координат [1].

Если $j = 2i - 1$, $i = 1,\ ...,\ n$, матрицы преобразования однородных координат

$$A_{j-1,j}(\varphi_j) = A_{j-1,(j-1)^*} A_{(j-1)^*,\,j}(\varphi_j); \qquad (4)$$

$$A_{(j-1),(j-1)^*} =$$
$$= \begin{bmatrix} \cos(X_{j-1}, X_{(j-1)^*}) & \cos(X_{j-1}, Y_{(j-1)^*}) & \cos(X_{j-1}, Z_{(j-1)^*}) & l^x_{j-1} \\ \cos(Y_{j-1}, X_{(j-1)^*}) & \cos(Y_{j-1}, Y_{(j-1)^*}) & \cos(Y_{j-1}, Z_{(j-1)^*}) & l^y_{j-1} \\ \cos(Z_{j-1}, X_{(j-1)^*}) & \cos(Z_{j-1}, Y_{(j-1)^*}) & \cos(Z_{j-1}, Z_{(j-1)^*}) & l^z_{j-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \qquad (5)$$

$$A_{(j-1)^*,j}(\varphi_j) = \begin{bmatrix} \cos(\beta_j \varphi_j) & -\sin(\beta_j \varphi_j) & 0 & 0 \\ \sin(\beta_j \varphi_j) & \cos(\beta_j \varphi_j) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (1-\beta_j)\varphi_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad (6)$$

где $\beta_j = 1$, если j-я кинематическая пара вращательная, и $\beta_j = 0$, если поступательная.

Из (1) следует, что типы кинематической пары привода и соответствующего ему звена одинаковы, т. е. $\beta_j = \beta_i$. С учетом этого проведем замену переменных согласно (2) и будем иметь

$$A_{(j-1)^*,j}(q_i)=\begin{bmatrix}\cos(\beta_i p_i q_i) & -\sin(\beta_i p_i q_i) & 0 & 0\\ \sin(\beta_i p_i q_i) & \cos(\beta_i p_i q_i) & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & (1-\beta_i)p_i q_i\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}. \quad (7)$$

Частные производные от матриц преобразования однородных координат (6)

$$\frac{\partial A_{(j-1)^*,\,j}}{\partial\varphi_j}=\begin{bmatrix}-\beta_i\sin(\beta_i p_i q_i) & -\beta_i\cos(\beta_i p_i q_i) & 0 & 0\\ \beta_i\cos(\beta_i p_i q_i) & -\beta_i\sin(\beta_i p_i q_i) & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1-\beta_i\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}; \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 A_{(j-1)^*,\,j}}{\partial\varphi_j^2}=\begin{bmatrix}-\beta_i\cos(\beta_i p_i q_i) & \beta_i\sin(\beta_i p_i q_i) & 0 & 0\\ -\beta_i\sin(\beta_i p_i q_i) & -\beta_i\cos(\beta_i p_i q_i) & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}. \quad (9)$$

Если $j=2i,\ i=1,\ \ldots,\ n,$ матрицы преобразования однородных координат $A_{j-1,\,(j-1)^*}=E$ являются единичными, поскольку начала систем координат, соответствующих приводам, должны совпадать с началами систем координат звеньев, приводимых в движение этими приводами. Следовательно, в данном случае выражение (4) примет вид

$$A_{(j-1),\,j}(\varphi_j)=EA_{(j-1)^*,\,j}=A_{(j-1)^*,\,j}(\varphi_j). \quad (10)$$

Принимая во внимание замену переменных (3) в матрице $A_{(j-1)^*,\,j}$ (6) и учитывая, что $\beta_j=\beta_i$, получим

$$A_{(j-1)^*,\,j}(q_i)=$$

$$=\begin{bmatrix}\cos(\beta_i(1-p_i)q_i) & -\sin(\beta_i(1-p_i)q_i) & 0 & 0\\ \sin(\beta_i(1-p_i)q_i) & \cos(\beta_i(1-p_i)q_i) & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & (1-\beta_i)(1-p_i)q_i\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}. \quad (11)$$

Частные производные от матриц преобразования однородных координат (11) в этом случае будут иметь вид

$$\frac{\partial A_{(j-1)^*,\,j}}{\partial \varphi_j} = \begin{bmatrix} -\beta_i \sin(\beta_i(1-p_i)q_i) & -\beta_i \cos(\beta_i(1-p_i)q_i) & 0 & 0 \\ \beta_i \cos(\beta_i(1-p_i)q_i) & -\beta_i \sin(\beta_i(1-p_i)q_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-\beta_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 A_{(j-1)^*,\,j}}{\partial \varphi_j^2} = \begin{bmatrix} -\beta_i \cos(\beta_i(1-p_i)q_i) & \beta_i \sin(\beta_i(1-p_i)q_i) & 0 & 0 \\ -\beta_i \sin(\beta_i(1-p_i)q_i) & -\beta_i \cos(\beta_i(1-p_i)q_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Матрицы $A_{0,k}$ могут быть определены по следующему правилу:

$$A_{0,k} = A_{0,1}A_{1,2}\ldots A_{j-1,j}\ldots A_{k-1,k}, \;\; k = 1, \ldots, 2n. \quad (14)$$

Если $j = 2i-1$, $i = 1, \ldots, n$, соответствующая матрица $A_{(j-1),j}$ может быть получена на основе выражений (4–5 и 7); если $j = 2i$, $i = 1, \ldots, n$, – на основе выражений (10–11).

Формулы для определения частных производных от матриц преобразования однородных координат:

$$\frac{\partial A_{j-1,j}}{\partial \varphi_j} = A_{j-1(j-1)^*} \frac{\partial A_{(j-1)^*,\,j}}{\partial \varphi_j}; \quad (15)$$

$$\frac{\partial A_{0,k}}{\partial \varphi_j} = A_{0,1}A_{1,2}\ldots \frac{\partial A_{j-1,j}}{\partial \varphi_j} \ldots A_{k-1,k}; \quad (16)$$

$$\frac{\partial^2 A_{0,k}}{\partial \varphi_j^2} = A_{0,1}A_{1,2}\ldots \frac{\partial^2 A_{j-1,j}}{\partial \varphi_j^2} \ldots A_{k-1,k}; \quad (17)$$

$$\frac{\partial^2 A_{0,k}}{\partial \varphi_l \partial \varphi_b} = A_{0,1}A_{1,2}\ldots \frac{\partial A_{l-1,l}}{\partial \varphi_l} \ldots \frac{\partial A_{b-1,b}}{\partial \varphi_b} \ldots A_{k-1,k}, \quad (18)$$

$$k = 1, \ldots, 2n.$$

Уравнения движения. Перед составлением уравнений движения необходимо построить инерционную модель манипуляционной системы. При ее построении по методике [2] нужно из соответствующих каждому приводу приведенных инерционных параметров составить матрицы инерции приводов.

Система уравнений, описывающих динамику манипуляционных систем с учетом инерции приводов, по методикам построения геометрической [1] и инерционной моделей [2] будет иметь $2n$ дифференциальных уравнений, где n – число степеней свободы манипуляционной системы.

Предложенная геометрическая модель манипуляционной системы учитывает связь обобщенных координат, определяемых ее степенями свободы, с обобщенными координатами приводов (см. рисунок). Такая связь осуществляется через передаточные функции соответствующих передаточных механизмов. В данном случае передаточные функции являются линейными (см. (2) и (3)) и характеризуются передаточными отношениями приводов p_i. Таким образом, обобщенные координаты, соответствующие приводам, оказываются зависимыми от обобщенных координат, соответствующих степеням свободы манипуляционной системы.

Система уравнений, описывающих динамику манипуляционных систем с учетом инерции приводов, будет иметь вид

$$\overset{(1\times 2n)}{\left[M_j\right]}\{\ddot{\varphi}\}+\{\dot{\varphi}\}^T\overset{(2n\times 2n)}{\left[C_j\right]}\{\dot{\varphi}\}=Q_j,\quad j=1,\ ...,\ 2n. \qquad (19)$$

В математической модели, определенной уравнениями (19), приводам соответствуют уравнения с нечетными значениями индекса j, а звеньям манипуляционной системы, следовательно, с четными значениями.

Матрицы $[C_j]$ и $[M_j]$, входящие в уравнения (19):

$$\overset{(1\times 2n)}{\left[M_j(\varphi)\right]}=\sum_{k=1}^{2n}\left[m_{jlk}\right],\ m_{jlk}=tr\left(\frac{\partial A_{0,k}}{\partial\varphi_j}H_k\frac{\partial A^T{}_{0,k}}{\partial\varphi_l}\right),\ j,\ l=1,\ ...,\ 2n; \qquad (20)$$

$$\overset{(2n\times 2n)}{\left[C_j(\varphi)\right]}=\sum_{k=1}^{2n}\left[c_{jlbk}\right],\ c_{jlbk}=tr\left(\frac{\partial A_{0,k}}{\partial\varphi_j}H_k\frac{\partial^2 A^T{}_{0,k}}{\partial\varphi_l\partial\varphi_b}\right),\ j,\ l,\ b=1,\ ...,\ 2n. \qquad (21)$$

Матричная форма уравнений движения (19) позволяет разделить четные и нечетные переменные этих уравнений. Используя правила произведения матриц с учетом симметрии матрицы $[C_j]$ и выполнив замену переменных с использованием выражений (2) и (3), можно записать

$$\overset{(1\times 2n)}{\left[M_j\right]}\{\ddot{\varphi}\}=\overset{(1\times n)}{\left[M_{Dj}\right]}\{p\ddot{q}\}+\overset{(1\times n)}{\left[M_{Mj}\right]}\{(1-p)\ddot{q}\}; \qquad (22)$$

$$
\{\dot{\varphi}\}^T \overset{(2n\times 2n)}{\left[C_j\right]} \{\dot{\varphi}\} =
$$

$$
= \{p\dot{q}\}^T \overset{(n\times n)}{\left[C_{Dj}\right]} \{p\dot{q}\} + 2\{p\dot{q}\}^T \overset{(n\times n)}{\left[C_{DMj}\right]} \{(1-p)\dot{q}\} +
$$

$$
+ \{(1-p)\dot{q}\}^T \overset{(n\times n)}{\left[C_{Mj}\right]} \{(1-p)\dot{q}\}, \quad j = 1, ..., 2n. \tag{23}
$$

Матрицы, входящие в правые части уравнений (22) и (23), составлены из соответствующих элементов исходных матриц, входящих в левые части этих уравнений.

Таким образом, исходные уравнения (19) с учетом выполненного разделения переменных могут быть записаны в виде

$$
\left[M_{Dj}\right]\{p\ddot{q}\} + \left[M_{Mj}\right]\{(1-p)\ddot{q}\} +
$$

$$
+ \{p\dot{q}\}^T \left[C_{Dj}\right] \{p\dot{q}\} + 2\{p\dot{q}\}^T \left[C_{DMj}\right] \{(1-p)\dot{q}\} +
$$

$$
+ \{(1-p)\dot{q}\}^T \left[C_{Mj}\right] \{(1-p)\dot{q}\} = Q_j, \quad j = 1, ..., 2n. \tag{24}
$$

Здесь Q_j – обобщенная сила, соответствующая φ_j-й обобщенной координате:

$$
Q_j = D_i + Q_{Gi} + Q_{Fi}, \quad j = 2i - 1, \quad i = 1, ..., n; \tag{25}
$$

$$
Q_j = Q_{Di} + Q_{Gi} + Q_{Fi}, \quad j = 2i, \quad i = 1, ..., n, \tag{26}
$$

где D_i – усилие, развиваемое двигателем соответствующего привода; Q_{Di} – движущая обобщенная сила, приложенная к соответствующему звену; Q_{Gi} и Q_{Fi} – обобщенные силы, соответствующие силам тяжести и внешним силам.

Уравнения (24)–(26) составляют математическую модель, описывающую динамику манипуляционных систем с учетом инерции приводов и позволяющую определять усилия D_i, развиваемые на выходном валу двигателя.

Если $j = 2i - 1$, $i = 1, ..., n$, матрицы уравнения (24) будут определяться по следующему правилу:

$$
\overset{(1\times n)}{\left[M_{Dj}\right]} = \sum_{k=1}^{2n} \left[m_{Djlk}\right], \; m_{Djlk} = tr\left(\frac{\partial A_{0,k}}{\partial \varphi_j} H_k \frac{\partial A^T{}_{0,k}}{\partial \varphi_{(2l-1)}} \right), \; l = 1, ..., n. \tag{27}
$$

Частные производные от матриц $A_{0,k}$ преобразования однородных координат, входящие в (27) для элементов матрицы $[M_{Dj}]$, можно определить из выражений (8) и (15)–(16):

$$\overset{(1\times n)}{\left[M_{Mj}\right]}=\sum_{k=1}^{2n}\left[m_{Mjlk}\right],\ m_{Mjlk}=tr\left(\frac{\partial A_{0,k}}{\partial\varphi_j}H_k\frac{\partial A^T{}_{0,k}}{\partial\varphi_{2l}}\right),\ l=1,\ ...,\ n. \quad (28)$$

При определении элементов матрицы $[M_{Mj}]$ (см. (28)) частные производные от матриц $A_{0,k}$, стоящие слева от матриц инерции H_k, определяют из выражений (8) и (15)–(16), а стоящие справа – из выражений (12) и (15)–(16):

$$\overset{(n\times n)}{\left[C_{Dj}\right]}=\sum_{k=1}^{2n}\left[c_{Djlbk}\right],\ c_{Djlbk}=tr\left(\frac{\partial A_{0,k}}{\partial\varphi_j}H_k\frac{\partial^2 A^T{}_{0,k}}{\partial\varphi_{2l-1}\partial\varphi_{(2b-1)}}\right),\ l,\ b=1,\ ...,\ n. \quad (29)$$

Частные производные, входящие в (29) для элементов матрицы $[C_{Dj}]$, находят из выражений (8)–(9) и (15)–(18):

$$\overset{(n\times n)}{\left[C_{DMj}\right]}=\sum_{k=1}^{2n}\left[c_{DMjlbk}\right],\ c_{DMjlbk}=tr\left(\frac{\partial A_{0,k}}{\partial\varphi_j}H_k\frac{\partial^2 A^T{}_{0,k}}{\partial\varphi_{2l-1}\partial\varphi_{2b}}\right), \quad (30)$$

$$l,\ b=1,\ ...,\ n.$$

При определении элементов матрицы $[C_{DMj}]$ (см. (30)) частные производные от матриц $A_{0,k}$, стоящие слева от матриц инерции H_k, можно найти из выражений (8) и (15)–(16), а стоящие справа – из выражения (18), для индекса l – с учетом выражений (8) и (15)–(16), а для индекса b – с учетом выражений (12) и (15)–(16):

$$\overset{(n\times n)}{\left[C_{Mj}\right]}=\sum_{k=1}^{2n}\left[c_{Mjlbk}\right],\ c_{Mjlbk}=tr\left(\frac{\partial A_{0,k}}{\partial\varphi_j}H_k\frac{\partial^2 A^T{}_{0,k}}{\partial\varphi_{2l}\partial\varphi_{2b}}\right),\ l,\ b=1,\ ...,\ n. \quad (31)$$

При определении элементов матрицы $[C_{Mj}]$ (см. (31)) частные производные от матриц $A_{0,k}$, стоящие слева от матриц инерции H_k, находят из выражений (8) и (15)–(16), а стоящие справа – из выражений (12)–(13) и (15)–(18).

Если $j=2i,\quad i=1,\ ...,\ n,$ элементы соответствующей матрицы уравнения (24) можно определить следующим образом:

- матрица $[M_{Dj}]$ – частные производные, входящие в выражение (27) и стоящие слева от матриц инерции H_k, устанавливаются из выражений (12) и (15)–(16), а стоящие справа – из выражений (8) и (15)–(16);

• матрица $[M_{Mj}]$ – частные производные, входящие в выражение (28), устанавливается из выражений (12) и (15)–(16);

• матрица $[C_{Dj}]$ – частные производные, входящие в выражение (29) и стоящие слева от матриц инерции H_k, устанавливаются из выражений (12) и (15)–(16), а стоящие справа – из выражений (8)–(9) и (15)–(18);

• матрица $[C_{DMj}]$ – частные производные, входящие в выражение (30) и стоящие слева от матриц инерции H_k, устанавливаются из выражений (12) и (15)–(16), а стоящие справа, как и для случая $j = 2i - 1$, – из выражения (18), для индекса l – с учетом выражений (8) и (15)–(16), а для индекса b – с учетом выражений (12) и (15)–(16);

• матрица $[C_{Mj}]$ – частные производные, входящие в выражение (31), устанавливаются из выражений (12)–(13) и (15)–(18).

При моделировании динамики манипуляционных систем помимо учета инерции приводов необходимо также учитывать характеристики двигателей.

Характеристики двигателей. Характеристика двигателя отражает связь между его входными и выходными параметрами, определяемую физико-химическими процессами, протекающими в двигателе и обеспечивающими превращение того или иного вида энергии в механическую работу.

Если обозначить входные параметры двигателя вектором $\{\mathbf{u}\}$, а выходные – вектором $\{\boldsymbol{\varphi}, \mathbf{D}\}$, где φ – координата выходного звена двигателя (линейная или угловая); D – усилие, развиваемое двигателем на своем выходном звене, то в общем случае характеристика двигателя может быть представлена уравнением

$$R(\{\mathbf{u}\}, \varphi, D) = 0. \qquad (32)$$

Статическая характеристика двигателя связывает скорость выходного звена $\dot{\varphi}$ и усилие D, развиваемое двигателем на своем выходном звене:

$$D = D_{st}(\{\mathbf{u}\}, \dot{\varphi}). \qquad (33)$$

Динамическая характеристика двигателя отражает инерционность физико-химических процессов, протекающих в нем, и связывает скорость выходного звена $\dot{\varphi}$ не только с мгновенным значением усилия D на выходном звене, но и со скоростью $\dot{D}$ изменения этого усилия:

$$\tau\dot{D} + D = D_{st}(\{\mathbf{u}\}, \dot{\varphi}), \qquad (34)$$

где τ – собственная постоянная времени двигателя.

Используя характеристики двигателей (32)–(34) совместно с уравнениями (24)–(25), можно получить математические модели манипуляционных систем, разрешимые относительно входных параметров двигателя $\{u\}$.

Анализ результатов. Учет инерции приводов в уравнениях манипуляционных систем позволяет определить разницу между усилиями D_i, развиваемыми двигателями приводов, и движущими силами Q_{Di}, передаваемыми от двигателей через передаточные механизмы к соответствующим звеньям манипуляционной системы. Эта разница оказывается существенной и определяет ошибку метода для математических моделей манипуляционных систем, не учитывающих инерцию приводов.

Следует отметить, что принятые при постановке задачи выражения (1)–(3), связывающие обобщенные координаты приводов и звеньев, предполагают, что эти координаты совместно являются вращательными или поступательными. Данному условию соответствуют не все приводы, используемые в реальных роботах. Так, привод, имеющий зубчато-реечный передаточный механизм, не отвечает этому условию. Кроме того, не всегда привод каждого последующего звена устанавливается на предыдущем звене. Например, известны конструктивные решения, в которых приводы последующих звеньев устанавливались на первом звене манипуляционной системы робота.

Поскольку целью рассмотренной задачи являлся учет инерции приводов, в представленном выводе уравнения движения манипуляционных систем (24) было уделено внимание только левой части этого уравнения, определяющей силы инерции. Правая часть уравнений движения, определяющая обобщенные силы, может быть сформирована на основе анализа внешних сил, действующих на манипуляционную систему, например, по методике [3].

Особенностью настоящей математической модели является то, что уравнение (24), входящее в нее, позволяет проводить анализ влияния сил инерции различной природы на усилия, развиваемые двигателями приводов. Так, матрицы $[M_{Dj}]$ и $[C_{Dj}]$ этого уравнения отражают взаимовлияние приводов друг на друга, матрицы $[M_{Mj}]$ и $[C_{Mj}]$ – взаимовлияние звеньев исполнительного механизма, а матрица $[C_{DMj}]$ является матрицей гироскопических моментов и показывает влияние инерции приводов на движение звеньев исполнительного механизма манипуляционной системы.

Математическая модель, основывающаяся на уравнениях (24)–(26), и рассмотренный порядок составления этих уравнений определяют методику моделирования динамики манипуляционных систем роботов с учетом инерции приводов. Полученные уравнения имеют матричную структуру, удобную для компьютерного моделирования.

Подходы к моделированию динамики манипуляционных систем, учитывающие инерцию приводов, рассмотрены также в работах [4–7].

В работе [4] усилие, развиваемое двигателем D (движущий момент), предложено определять из уравнения, полученного на основе уравнения Даламбера – Лагранжа. Недостатком такого подхода является необходимость предварительного проведения кинетостатического расчета исследуемого исполнительного механизма.

В работах [5] и [6] инерция приводов учитывается при составлении дополнительных уравнений, которые описывают динамику приводов с учетом физических процессов, протекающих в двигателях. В указанных работах рассмотрен частный пример составления подобных уравнений для электродвигателей постоянного тока. Однако для приводов, использующих двигатели иной физической природы, получение таких уравнений является сложной задачей, не всегда решаемой в аналитическом виде.

В работе [7] для составления уравнений движения манипуляционных систем с учетом динамики электроприводов использовано уравнение Лагранжа – Максвелла, позволяющее получать не только уравнение движения механической части манипуляционных систем, но и связанное с ним уравнение электрической части. Подобный подход предполагает аналитическую запись энергетической функции Лагранжа – Максвелла, составление которой в данной работе проиллюстрировано на примере рассмотрения электродвигателей постоянного тока. Для других электродвигателей составление такой функции в удобной для уравнения Лагранжа – Максвелла форме не всегда возможно.

В методике, изложенной в настоящей статье, представлена математическая модель, учитывающая инерционные свойства приводов в уравнениях движения манипуляционной системы как исполнительного механизма. Уравнения приводов, отражающие их физико-химические свойства, в данной методике не используются. Физические особенности двигателей, реализуемых в приводах, учитываются в их характеристиках. Характеристика двигателя не содержит инерционных параметров и может быть получена экспериментально. Как правило, характеристика приводится производителем двигателя в технической документации на данный тип двигателя.

Существенным преимуществом изложенной методики является то, что она позволяет автоматизировать формирование математической модели манипуляционных систем роботов с учетом инерции приводов. Примеры компьютерного моделирования динамики манипуляционных систем роботов, использующие подходы, которые реализованы в рассмотренной методике, представлены в работе [8].

ЛИТЕРАТУРА

[1] Блейшмидт Л.И., Крахмалев О.Н. *Геометрия манипуляционных систем промышленных роботов*. Деп. ВИНИТИ. Брянск, БИТМ, 1990, № 1618–В91, 13 с.
[2] Блейшмидт Л.И., Крахмалев О.Н. *Построение инерционной модели манипуляционной системы промышленного робота*. Деп. ВИНИТИ. Брянск, БИТМ, 1990, № 1616–В91, 11 с.
[3] Крахмалев О.Н., Болдырев А.П. Моделирование обобщенных сил, действующих на звенья манипуляционных систем. Брянск. *Вестник БГТУ*, 2011, № 1, с. 115–121.
[4] Коловский М.З., Слоущ А.В. *Основы динамики промышленных роботов*. Москва, Наука, 1988, 240 с.
[5] Черноусько Ф.Л., Болотник Н.Н., Градецкий В.Г. *Манипуляционные роботы: динамика, управление, оптимизация*. Москва, Наука, 1989, 368 с.
[6] Зенкевич С.Л., Ющенко А.С. *Основы управления манипуляционными роботами*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004, 480 с.
[7] Корендясев А.И., Саламандра Б.Л., Тывес Л.И. *Теоретические основы робототехники*. В 2 кн. Москва, Наука, 2006, 383 с.
[8] Крахмалев О.Н. *Математическое моделирование динамики манипуляционных систем промышленных роботов и кранов-манипуляторов*. Брянск, БГТУ, 2012, 200 с.

Статья поступила в редакцию 27.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:
Крахмалев О.Н. Инерция приводов в уравнениях движения манипуляционных систем роботов. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. URL: http://engjournal.ru/catalog/pribor/robot/1063.html

Крахмалев Олег Николаевич родился в 1964 г., окончил Брянский институт транспортного машиностроения по специальности «Динамика и прочность машин» в 1991 г. Главный специалист – эксперт предприятия «Промбезопасность – БГТУ», доцент кафедры «Автоматизированные технологические системы» ФГБОУ ВПО «Брянский государственный технический университет». Автор 14 печатных работ. Область научных интересов: динамика манипуляционных роботов. e-mail: olegkr64@mail.ru.