УДК 681.322.01

Инженерная методика оценки компьютерных систем

© А.М. Андреев, Г.П. Можаров

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Значительное место в современной дискретной математике занимают комбинаторные методы, развитие которых за последние десятилетия нашло отражение в многообразных научных публикациях. Активизации комбинаторных вычислений в последнее время, несомненно, способствовало растущее практическое значение вычислений комбинаторного характера. Развитие этих методов обусловлено появлением разнообразных задач дискретной математики, связанных с алгоритмами построения и подсчета числа некоторых конфигураций из элементов данного множества. Такие конфигурации строятся в соответствии с определенными правилами и называются обычно комбинаторными. Предлагается методика, которая позволила бы разработчикам компьютерных систем численно оценивать степень соответствия различных распределенных компьютерных систем выдвигаемым требованиям. Обосновываются комбинаторные методы выбора компьютерной системы по заданным признакам, используемым для описания требований задачи и ресурсов системы (в качестве признаков может применяться производительность, модульность, отказоустойчивость, удобство обслуживания и т. п.).

Ключевые слова: *компьютерная система, оптимальная распределенная компьютерная система, набор атрибутов (признаков), весовая функция, доверительный уровень.*

Введение. Пусть требуется выбрать одну из нескольких компьютерных систем (КС) для решения конкретной задачи. Предлагаемая методика выбора включает следующие этапы:

• определение набора признаков, описывающих КС (каждый признак имеет численную меру — значение);

• определение значений признаков, требуемых решаемой задачей;

• определение степени соответствия значений признаков каждой системы требованиям задачи;

• определение относительной важности признаков с точки зрения решаемой задачи.

Математическая формулировка задачи. Пусть $A=\left\{A_1,\ ...,\ A_n\right\}$ есть набор признаков, используемых для описания требований задачи и ресурсов КС [1, 2]. Примерами признаков могут быть производительность, модульность, отказоустойчивость КС, удобство обслуживания и т. п.

Пусть $S=\left\{S_1,\ ...,\ S_N\right\}$ есть множество КС, которые потенциально могут быть использованы для решения задачи. Каждую из этих систем будем характеризовать значениями признаков $A_1, \ldots, A_n$ [3, 4]. Пусть $R = \{r_1, \ldots, r_n\}$ есть значения признаков, которые требуются для решения поставленной задачи. Матрица $\mathbf{Q}$ является $N \times n$-матрицей, которая определяет степень соответствия характеристик рассматриваемых систем требованиям задачи, так что q_{ij} указывает, в какой степени значение признака A_i компьютерной системы S_j соответствует требованию r_i, $1 \le i \le n$, $1 \le j \le N$ [5–7].

Будем считать, что набор признаков $A_1, \ldots, A_n$ упорядочен по возрастанию их важности. Численно относительная важность признаков характеризуется вектором весов $\{w_1, \ldots, w_n\}$. Графически введенные понятия показаны на рис. 1.

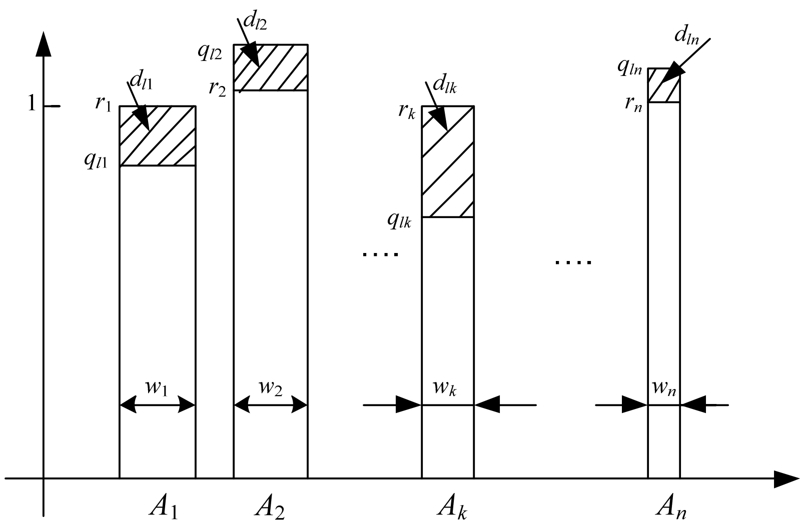


Рис. 1. Меры соответствия ресурсов КС требованиям задачи

В качестве меры соответствия ресурсов КС S_l требованиям задачи используется взвешенная разность

$$D_l = \sum_{i=1}^{n} d_{li} = \sum_{i=1}^{n} (\alpha_{li} - 1)\, w_i, \quad \alpha_{li} = q_{li}/r_i \,.$$

Графически взвешенная разность D_l представлена на рис. 1 суммой площадей заштрихованных прямоугольников. Если $q_{li} > 1$, будем говорить, что признак (ресурс) i имеется в избытке, если $q_{li} < 1$, будем говорить о дефиците ресурса i. Компьютерная система S^* есть оптимальная КС из набора $\{S_1, \ ..., \ S_N\}$ для решения поставленной задачи, т. е. $S^* = S_k$, если выполняется следующее равенство

$$D_k = \max\{D_1, \ D_2, \ ..., \ D_N\}, \ 1 \le k \le N. \qquad (1)$$

Равенство (1) сформулировано в предположении, что дефицит одного ресурса может быть скомпенсирован избытком другого [4, 8, 9]. Если некоторый ресурс не должен опускаться ниже определенного уровня (критический дефицит), то выражение (1) необходимо дополнить соответствующими неравенствами.

Присвоение весов признакам. Предположим, что весовая функция относится к одному из четырех классов, указанных на рис. 2:

- класс 1: $w_i = 1$;
- класс 2: $w_i = 1 - \dfrac{i-1}{n-1}, \ 1 \le i \le n$;
- класс 3: $w_i = \begin{cases} 1, \ 1 \le i \le n_0 \le n, \\ 1 - \dfrac{i - n_0}{n - n_0}, \ n_0 \le i \le n; \end{cases}$
- класс 4: $w_i = e^{-c^*(i-1)}, \ 1 \le i \le n,$

где $c^* > 0$ — масштабный параметр.

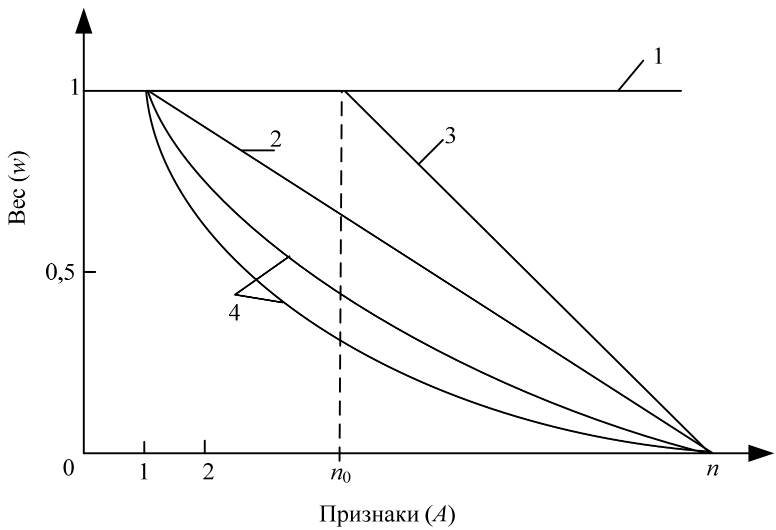


Рис. 2. Классы весовых функций

Взвешенные разности D_l для этих классов весовых функций имеют следующий вид:

• класс 1:

$$D_l = \sum_{i=1}^{n} d_{li} = \sum_{i=1}^{n} \left(\alpha_{li} - 1\right) w_i = \sum_{i=1}^{n} \left(\alpha_{li} - 1\right);$$

• класс 2:

$$D_l = \sum_{i=1}^{n} \left(\alpha_{li} - 1\right) \left[1 - \frac{i-1}{n-1}\right] = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} \left(\alpha_{li} - 1\right)\left(n - i\right);$$

• класс 3:

$$D_l = \sum_{i=1}^{n_0} \left(\alpha_{li} - 1\right) + \sum_{i=n_0+1}^{n} \left(\alpha_{li} - 1\right) \left[1 - \frac{i - n_0}{n - n_0}\right] =$$

$$= \sum_{i=1}^{n_0} \left(\alpha_{li} - 1\right) + \frac{1}{n - n_0} \sum_{i=n_0+1}^{n} \left(\alpha_{li} - 1\right)\left(n - i\right);$$

• класс 4:

$$D_l = \sum_{i=1}^{n} \left(\alpha_{li} - 1\right) e^{-c^*\left(i-1\right)} .$$

Взвешенная разность D_l есть мера относительная, она позволяет только выбрать оптимальную распределенную КС среди потенциально пригодных [9–11].

Определение числа признаков. Чтобы определить количество признаков, необходимо исследовать следующие вопросы:

• каково влияние признака A_{n+1}, дополнительного к набору $\left\{A_1, \ \ldots, \ A_n\right\}$;

• как изменится уровень доверительности при переходе от n признаков к n', $n' > n$;

• каков эффект декомпозиции некоторого признака на набор подпризнаков?

Введем понятие доверительного уровня — численной характеристики, применимой как к отдельному признаку, так и к набору признаков в целом. Пусть c_i есть доверительный уровень признака A_i :

$$c_i = \frac{1}{3}\left(c_{i1} + c_{i2} + c_{i3}\right),$$

где c_{i1} представляет степень доверительности в связи с относительной позицией признака A_i в наборе (т. е. его важности в наборе), c_{i2} представляет степень доверительности оценки параметра q_{lj}, коэффициент

c_{i3} связан с оценкой параметра r_{li}, $0 \le c_i \le 1$, $0 \le c_{ik} \le 1$, $1 \le k \le 3$. Уровень доверительности для набора из n признаков есть

$$C^n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} c_i = \frac{1}{3n}\sum_{i=1}^{n}\left(c_{i1} + c_{i2} + c_{i3}\right),\ 0 \le C^n \le 1. \tag{2}$$

Пусть к набору $\left\{A_1,\ A_2,\ ...,\ A_j,\ A_{j+1},\ ...,\ A_n\right\}$ добавляется признак A_{n+1}, который по важности занимает место между A_j и A_{j+1}, так что набор принимает вид $\left\{A_1,\ A_2,\ ...,\ A_j,\ A_{n+1},\ A_{j+1},\ ...,\ A_n\right\}$. Естественно допустить, что уровни доверительности, связанные с q_{li} и r_i, для признаков $A_1,\ ...,\ A_n$ не изменяются. Уровни доверительности, связанные с относительной важностью, изменяются только для признаков A_j, A_{j+1}. Изменение в суммарном уровне доверительности есть

$$\begin{aligned}
C^{n+1} - C^n = \frac{1}{3(n+1)}\Big[&\left(c_{11} + c_{12} + c_{13}\right) + \left(c_{21} + c_{22} + c_{23}\right) + ...\\
&... + \left(c_{j1} - \delta + c_{j2} + c_{j3}\right) + \left(c_{n+1,1} + c_{n+1,2} + c_{n+1,3}\right) +\\
&+\left(c_{j+1,1} - \delta + c_{j+1,2} + c_{j+1,3}\right) + ... + \left(c_{n1} + c_{n2} + c_{n3}\right)\Big] -\\
&-\frac{1}{3n}\Big[\left(c_{11} + c_{12} + c_{13}\right) + \left(c_{21} + c_{22} + c_{23}\right) + ...\\
&... + \left(c_{j1} + c_{j2} + c_{j3}\right) + \left(c_{j+1,1} + c_{j+1,2} + c_{j+1,3}\right) + ...\\
&... + \left(c_{n1} + c_{n2} + c_{n3}\right)\Big],
\end{aligned} \tag{3}$$

где δ — изменение в уровне доверительности признаков A_j, A_{j+1} в связи с изменениями порядка следования признаков [9, 11, 12]. Преобразуя выражение (3) и учитывая (2), получаем

$$\begin{aligned}
C^{n+1} - C^n &= \left(\frac{1}{3(n+1)} - \frac{1}{3n}\right)\sum_{i=1}^{n}\left(c_{i1} + c_{i2} + c_{i3}\right) +\\
&+\frac{1}{3(n+1)}\left(c_{n+1,1} + c_{n+1,2} + c_{n+1,3}\right) - 2\delta =\\
&= -\frac{C^n}{n+1} + \frac{1}{3(n+1)}\left[\left(c_{n+1,1} + c_{n+1,2} + c_{n+1,3}\right) - 2\delta\right] =\\
&= \frac{c_{n+1,1} + c_{n+1,2} + c_{n+1,3} - \left(3C^n + 2\delta\right)}{3(n+1)}.
\end{aligned} \tag{4}$$

Графически выражение (4) представлено на рис. 3. Отметим, что

$$0 \le \left(c_{n+1,1} + c_{n+1,2} + c_{n+1,3}\right) \le 3,$$

$$0 \le \left(3C^n + 2\delta\right) \le 5.$$

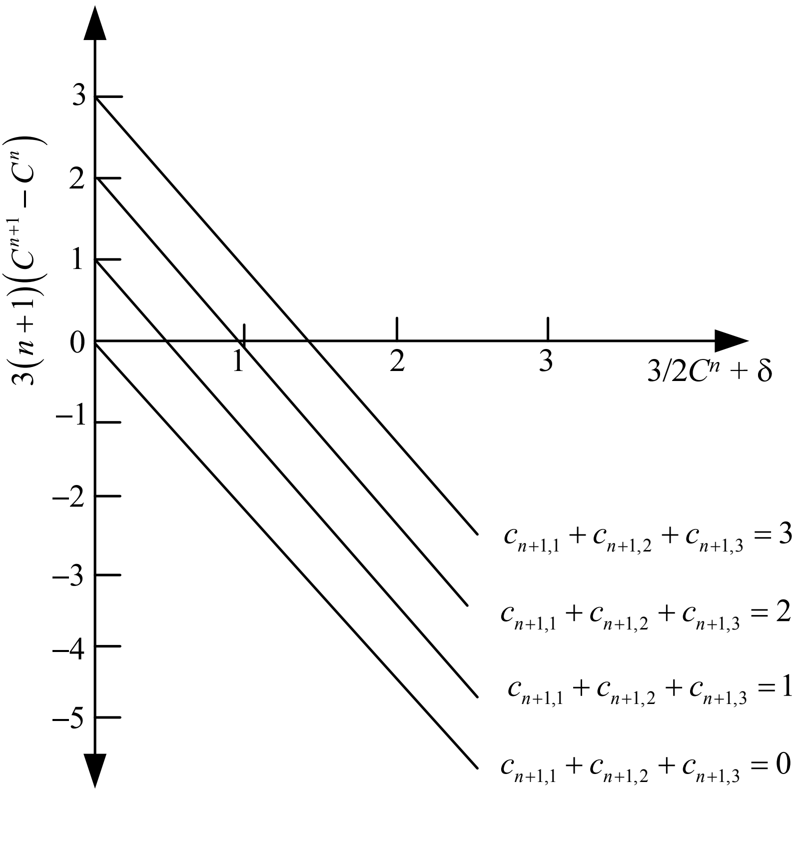


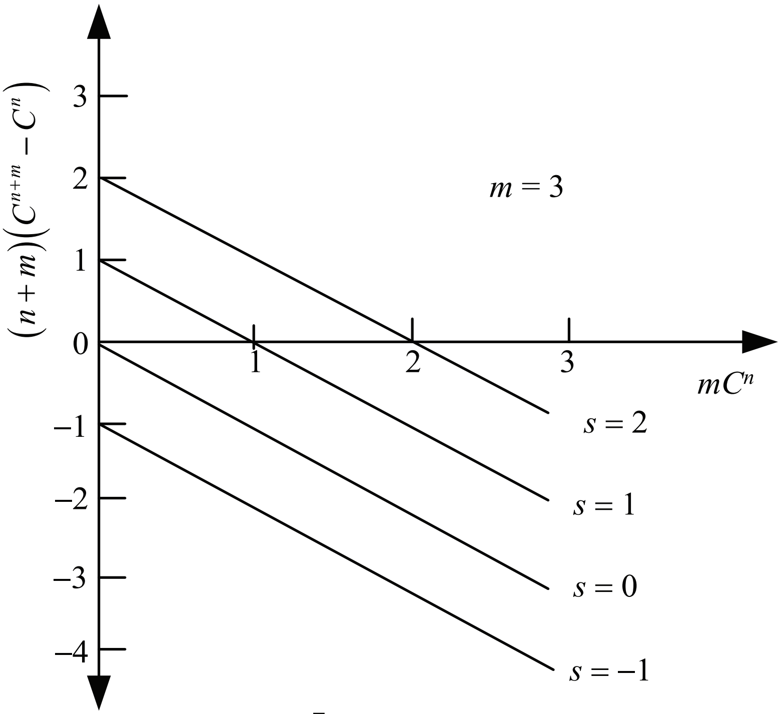
Рис. 3. Изменение уровня доверительности

Прямые на рис. 3 позволяют ответить на вопросы, связанные с введением новых признаков. По аналогии с предыдущим рассуждением легко показать, что при разбиении признака A_k на подпризнаки A_{k1}, A_{k2}, ..., A_{k_m} суммарный уровень доверительности изменяется следующим образом:

$$(n+m)\left[C^{n+m} - C^n\right] = \frac{1}{3}\Big[\left(c_{k1\,1} + c_{k1\,2} + c_{k1\,3}\right) + \ldots$$

$$\ldots + \left(c_{k_m 1} + c_{k_m 2} + c_{k_m 3}\right) - \left(c_{k1} + c_{k2} + c_{k3}\right)\Big] - mC^n. \qquad (5)$$

Графически выражение (5) представлено на рис. 4.



$$s = 1/3\Big[\big(c_{k_1 1}+c_{k_1 2}+c_{k_1 3}\big)+\dots$$
$$\dots+\big(c_{k_m 1}+c_{k_m 2}+c_{k_m 3}\big)-\big(c_{k1}+c_{k2}+c_{k3}\big)\Big]$$

Рис. 4. Изменение суммарного уровня доверительности

Заключение. Представленная методика позволяет разработчикам КС численно оценивать степень соответствия различных распределенных компьютерных систем выдвигаемым требованиям. Обосновываются комбинаторные методы выбора числа признаков для описания КС. В предложенной методике оценивается влияние введения дополнительного признака к набору уже имеющихся, изменение уровня доверительности и эффект декомпозиции *i*-го признака на набор подпризнаков.

Разработанная инженерная методика не претендует на полноту формализации процесса КС, поскольку не рассмотрена усложненная методика выбора КС при векторной мере соответствия ресурсов КС требованиям решаемой задачи. Тем не менее она достаточно проста и может оказаться полезным инструментом на начальном этапе при решении задач выбора КС.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Андреев А.М., Можаров Г.П., Сюзев В.В. *Многопроцессорные вычислительные системы: теоретический анализ, математические модели и применение*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011, 334 с.

[2] Андреев А.М., Можаров Г.П. Анализ основных параметров компьютерных систем методом спектральной теории графов. *Наука и образование: электрон. науч.-техн. издание*, 2011, № 10. URL: http://technomag.edu.ru/doc/232774.html. DOI: 77-30569/232774 (дата обращения 10.06.2013).

[3] Андреев А.М., Березкин Д.В., Можаров Г.П., Свирин И.С. Математическое моделирование надежности компьютерных систем и сетей. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение,* 2012, спец. вып. «Моделирование и идентификация компьютерных систем и сетей», с. 3–46.

[4] Ногин В.Д. *Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход*. 2-е изд. Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2004, 176 с.

[5] Подиновский В.В. Многокритериальные задачи оптимизации с упорядоченными по важности критериями. Гольштейн Е.Г., ред. *Методы оптимизации в экономико-математическом моделировании*. Москва, Наука, 1991, с. 308–324.

[6] Райзер Г.Дж. *Комбинаторная математика*. Москва, Мир, 1966, 156 с.

[7] Сачков В.Н. *Введение в комбинаторные методы дискретной математики.* Москва, МЦНМО, 2004, 424 с.

[8] Макаров И.М., Виноградская Т.М., Рубчинский А.А., Соколов В.Б. *Теория выбора и принятия решений*. Москва, Наука, 1982, 328 с.

[9] Noghin V.D. Relative importance of criteria: a quantitative approach. *J. Multi-Criteria Decision Analysis*, 1997, vol. 6, pp. 355–363.

[10] Berman V.P., Naumov G.Ye., Podinovski V.V. Interval Value Tradeoffs Methodology and Techniques of Multi-Criteria Decision Analysis. *User-Oriented Methodology and Techniques of Decision Analysis and Support.* Berlin, Springer-Verlag, 1993, pp. 144–149.

[11] Podinovski V.V. Criteria Importance Theory. Lewandowski A., Volkovich V. (eds.). *Multiobjective Problems of Mathematical Programming. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*. Berlin, Springer-Verlag, 1991, vol. 351, pp. 64–70.

[12] Podinovski V.V. A DSS for multiple criteria analysis with imprecisely specified trade-offs. *European journal of operational research,* 1999, vol. 113, pp. 261–270.

Статья поступила в редакцию 28.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Андреев А.М., Можаров Г.П. Инженерная методика оценки компьютерных систем. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 11. URL: http://engjournal.ru/catalog/it/network/1007.html

Андреев Арк Михайлович родился в 1943 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1967 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Компьютерные системы и сети» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 100 научных работ в области вычислительных средств, систем управления и обработки сигналов. e-mail: arkandreev@gmail.com

Можаров Геннадий Петрович родился в 1945 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1970 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Компьютерные системы и сети» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 60 научных работ в области вычислительных средств, систем управления и обработки сигналов. e-mail: gmojarov@gmail.com